

01;03

Об одном способе одновременного измерения массового расхода жидкости и ее плотности

© Е.В. Майоров, В.А. Онищук

Институт биохимической физики им. Н.М. Эмануэля РАН,
119991 Москва, Россия

e-mail: sal@deom.chph.ras.ru

(Поступило в Редакцию 16 февраля 2005 г.)

Представлено решение задачи течения идеальной несжимаемой жидкости по трубе с осевой симметрией и с сечением, переменным на протяжении некоторого ее участка и во времени. При некоторых ограничениях показано, что если этот участок представляет собой два одинаковых, последовательно соединенных цилиндра, сечение которых с постоянной частотой попеременно у одного уменьшается, у другого увеличивается, то возникающие колебания разности давлений на концах этих цилиндров содержат информацию и о плотности жидкости, и о ее массовом расходе в этой трубе. Обсуждаются возможность построения нового измерительного прибора с использованием полученных результатов и выбор значений некоторых его технических параметров. В частности, указывается, что длина каждого из указанных цилиндров должна быть не менее среднего диаметра трубы.

Среди большого числа типов измерителей расходов протекающих жидкостей и газов существует сравнительно узкий класс приборов, измеряющих массовые расходы, в которых, как правило, и заинтересован конечный потребитель. В этот класс попадают приборы, принцип действия которых основан на измерении колебаний специальным образом завихренных потоков [1]; гироскопических моментов, возникающих на двигающихся участках трубопроводов, или инерционных моментов (или усилий Кориолиса) на вращающихся в измеряемом потоке турбинах (или роторах с радиальными каналами) [2]; деформации температурного поля подогреваемого извне трубопровода и омываемого измеряемой средой изнутри [2].

В настоящей работе авторы предлагают новый способ измерения плотности-расхода жидкости, не встречавшийся им ранее. Исходя из существа процесса, происходящих в предлагаемом измерителе, его можно отнести к классу массовых инерциальных расходомеров, считая при этом, что он наделен особенностями, резко отличающимися его от других представителей этого класса. Сделаем предварительно теоретические вычисления, на которые в дальнейшем и будем опираться.

Рассмотрим течение несжимаемой идеальной жидкости (рис. 1) по трубе с осевой симметрией, сечение которой является функцией координаты и времени. Площадь поперечного сечения трубы $S(x, t)$ считается заданной.

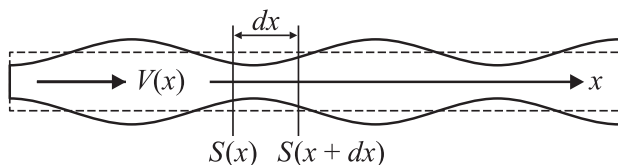


Рис. 1.

Полагая течение квазиодномерным, запишем систему уравнений для такого течения в виде [3]

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial(S \cdot V)}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (1)$$

где ρ — плотность жидкости; $S(x, t)$ — площадь поперечного сечения трубы; $V(x, t)$ — средняя по сечению трубы скорость, связанная с расходом жидкости соотношением¹

$$Q(x, t) = \rho \cdot V(x, t) \cdot S(x, t); \quad (2)$$

$p(x, t)$ — среднее по сечению давление.

Считая константу интегрирования $C(t)$ независимой от времени и равной Q_0/ρ , где Q_0 — массовый расход жидкости в невозмущенной части трубы, из первого уравнения системы (1) получим

$$V = \frac{1}{S} \left(C(t) - \int \frac{\partial S}{\partial t} dx \right) = \frac{1}{S} \cdot \left(\frac{Q_0}{\rho} - \int \frac{\partial S}{\partial t} dx \right). \quad (3)$$

Подставляя (3) во второе уравнение системы (1) и производя необходимые вычисления, можно получить

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{S^3} \frac{\partial S}{\partial x} \left(\frac{Q_0}{\rho} - \int \frac{\partial S}{\partial t} dx \right)^2 + \frac{2}{S^2} \frac{\partial S}{\partial t} \left(\frac{Q_0}{\rho} - \int \frac{\partial S}{\partial t} dx \right) + \frac{1}{S} \int \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} dx. \quad (4)$$

Представляет интерес решение этого уравнения для случая изменения сечения трубы на протяжении некото-

¹ Расход в этой формуле может иметь оба знака, что определяет знак скорости $V(x, t)$ относительно выбранной оси x .

рого участка по следующему закону:

$$S = \begin{cases} S_0 + G(t, x) = S_0 + a_0 \sin\left(\frac{x\pi}{L}\right) \sin(\omega t) = \\ S_0 \left(1 + \delta \sin\left(\frac{x\pi}{L}\right) \sin(\omega t)\right) \text{ при } -L \leq x \leq L, \\ S_0, \quad \text{при } -L > x, L > x. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь $\delta = a_0/S_0$. Будем искать выражение для разности давлений между точками $x = -L$, $x = 0$ и $x = +L$, т.е. $\Delta p_{\text{left}}(t) = p(0, t) - p(-L, t)$ и $\Delta p_{\text{right}}(t) = p(L, t) - p(0, t)$. Для наглядности на рис. 2 представлены две фазы изменения сечения: фаза 1 соответствует интервалам времени, при которых $\sin(\omega t) > 0$; фаза 2 — интервалам времени, при которых $\sin(\omega t) < 0$ (положительное направление оси x совпадает с направлением течения). Линеаризуем уравнение (4), считая δ малым параметром и полагая, что выполняется неравенство²

$$\frac{Q_0 \cdot \pi}{\rho \cdot S_0 \omega L} > 1.$$

Получаем следующее уравнение:

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\delta \omega^2 L \rho}{\pi} \cdot \sin(\omega t) \cdot \left(\cos\left(\frac{x\pi}{L}\right) + 1\right) + Q_0 \frac{2\delta \omega}{S_0} \cos(\omega t) \sin\left(\frac{x\pi}{L}\right) + \frac{Q_0^2}{\rho S_0^2} \frac{\delta \pi}{L} \sin(\omega t) \cos\left(\frac{x\pi}{L}\right).$$

Интегрируя по x , получаем выражение для давления невязкой жидкости при течении в трубе с движущимися на участке $x \in [-L, L]$ стенками по закону (5) при квазиодномерном приближении (движение стенок $\delta \ll 1$ относительно малое!)

$$p(x, t) = \frac{\delta \omega^2 L^2 \rho}{\pi^2} \sin(\omega t) \sin\left(\frac{x\pi}{L}\right) + \frac{\delta \omega^2 L \rho}{\pi} \sin(\omega t)(x + L) - Q_0 \frac{2\delta \omega L}{S_0 \cdot \pi} \cos(\omega t) \left(\cos\left(\frac{x\pi}{L}\right) + 1\right) + \frac{Q_0^2}{\rho S_0^2} \frac{\delta}{L} \sin(\omega t) \sin\left(\frac{x\pi}{L}\right) + P_0, \quad (6)$$

где P_0 — константа интегрирования, например, равная гидростатическому давлению.

Вычисляем давления в интересующих точках

$$p(-L, t) = P_0,$$

$$p(0, t) = \frac{\delta \omega^2 L^2 \rho}{\pi} \sin(\omega t) - Q_0 \frac{4\delta \omega L}{S_0 \cdot \pi} \cos(\omega t) + P_0,$$

$$p(L, t) = \frac{2 \cdot \delta \omega^2 L^2 \rho}{\pi} \sin(\omega t) + P_0.$$

² Это довольно сильное ограничение, как мы увидим далее, сужает практическую применимость полученных ниже результатов.

Составляем искомые разности давлений

$$\Delta p_{\text{left}}(t) = p(0, t) - p(-L, t) = \rho \frac{\delta \omega^2 L^2}{\pi} \sin(\omega t) - 4Q_0 \frac{\delta \omega L}{\pi S_0} \cos(\omega t),$$

$$\Delta p_{\text{right}}(t) = p(L, t) - p(0, t) = \rho \frac{\delta \omega^2 L^2}{\pi} \sin(\omega t) + 4Q_0 \frac{\delta \omega L}{\pi S_0} \cos(\omega t),$$

$$\Delta p(t) = p(L, t) - p(-L, t) = 2\rho \frac{\delta \omega^2 L^2}{\pi} \sin(\omega t). \quad (7)$$

Формулы (7) показывают, что если в двух последовательно соединенных, одинаковых участках трубы с протекающей в ней жидкостью совершать гармонические по времени попарно противофазные изменения их поперечного сечения, амплитуды которых малы по сравнению с невозмущенным сечением трубы, то на этих участках возникнут переменные перепады давления. Измеряя порознь амплитуды взаимно ортогональных составляющих указанных разностей давлений, можно независимо определять значения плотности и расхода, протекающей по ней жидкости. Выпишем из формул (7) выражения для амплитуды синфазной и ортогональной

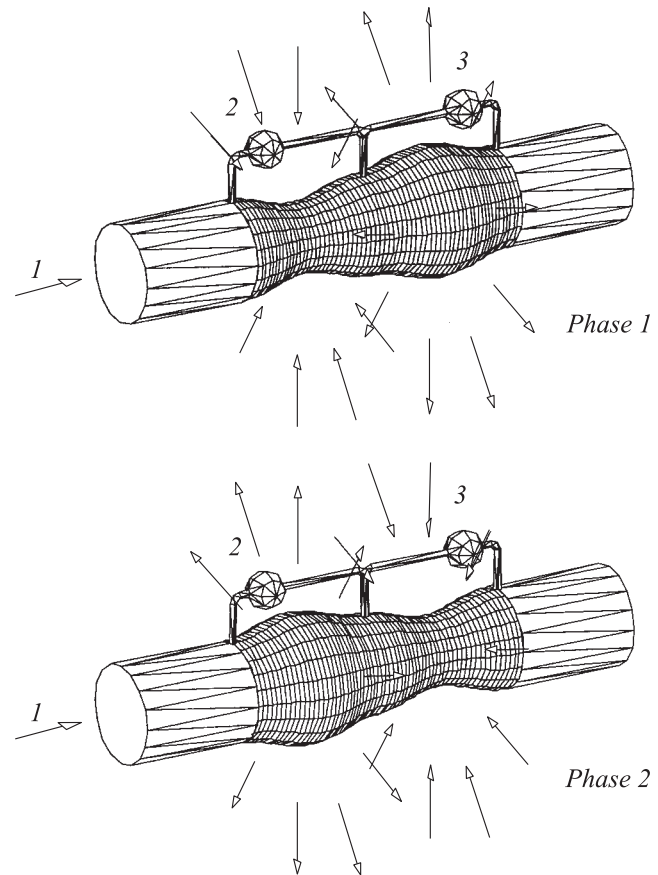


Рис. 2. 1 — измеряемый поток, 2 — измеритель левой разности давлений, 3 — измеритель правой разности давлений.

составляющей соответственно

$$A_p = \rho \frac{\delta\omega^2 L^2}{\pi} = \left[\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2} \right], \quad (8)$$

$$A_Q = 4Q_0 \frac{\delta\omega L}{\pi S_0} = \left[\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2} \right]. \quad (9)$$

По сути измерение плотности-расхода жидкости сводится к введению в измеряемую жидкость на двух последовательно соединенных участках трубы периодического (но противофазного по отношению друг к другу) (рис. 2), одинакового, осесимметричного импульса силы, направленного перпендикулярно оси трубы (такое воздействие на движущуюся жидкость приводит к изменению количества ее движения в направлении оси трубы на этом участке трубопровода), анализу переменного перепада давлений на любом из этих участков трубопровода, причиной появления которого являются возникающие при этом осевые инерционные силы движущихся масс жидкости.

Здесь мы хотели бы сформулировать наши ответы на вопросы, неизбежно возникающие при попытке создать реально действующий измерительный прибор.

Устройство ввода в жидкость импульса силы

Авторы предлагают в качестве такого устройства тонкую цилиндрическую упругую оболочку, заземленную в центральной части и по концам таким образом, что внутренняя сторона этой оболочки обращена в измеряемый поток, а наружная сторона находится в цилиндрическом замкнутом сосуде, разделенном в месте среднего заземления строго пополам на два изолированных полуцилиндра.

Предполагается, что к каждому из изолированных полуцилиндров через соответствующие отверстия во внешней стенке герметично подсоединена сильфонная трубка так, что свободный конец одной гофрированной трубки жестко соединен со свободным концом трубки от оставшегося полуцилиндра и их внутренние объемы разведены и заполнены специальной жидкостью без пузырьков воздуха (рис. 3). Место соединения этих сильфонов с перегородкой между ними назовем головкой сильфонной пары. Пример, разобранный в [4], показывает, что зависимость прогиба цилиндрической оболочки от давления на нее носит линейный характер. Поэтому синусоидальное изменение давления над цилиндрической оболочкой будет приводить к синусоидальному возмущению ΔR ее радиуса R_0 . Можно показать, что при малом относительном изменении $\delta_r = \Delta R/R_0$ относительное приращение площади сечения трубы $\delta = a_0/S_0$ можно считать равной $\delta = 2 \cdot \delta_r$, а следовательно, само ее изменение во времени тоже синусоидальным. Таким образом, синусоидальное во времени перемещение головки сильфонной пары приведет к аналогичному закону

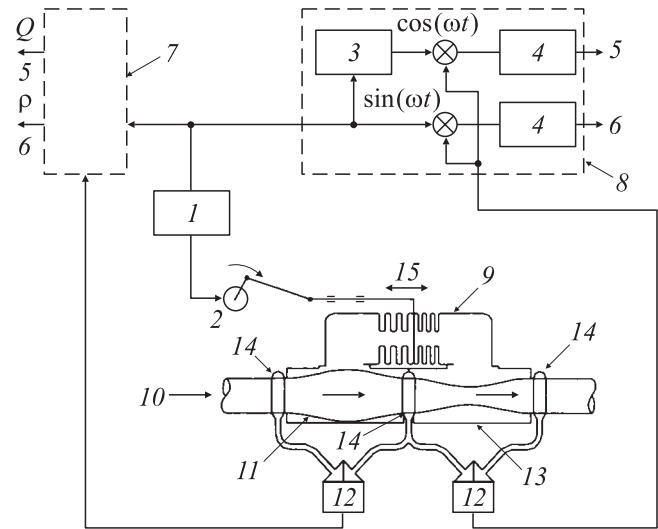


Рис. 3. 1 — задающий генератор с частотой ω ; 2 — синхронный двигатель; 3 — фазовращатель на $\pi/2$; 4 — интегратор на отрезке $0 < t < 2\pi/\omega$; 5 — значение, пропорциональное секунднему расходу масс жидкости; 6 — значение, пропорциональное плотности жидкости; 7 — левый анализатор; 8 — правый анализатор; 9 — сильфонная пара; 10 — измеряемый поток; 11 — цилиндрическая упругая мембрана, заземленная в центре и по краям; 12 — датчик разности давлений; 13 — корпус измерителя; 14 — кольцевая камера, герметично закрытая по внутренней стороне цилиндрической упругой мембраной, имеющей диаметр, равный диаметру трубопровода; 15 — направление перемещения головки сильфонной пары.

изменения сечения цилиндрической оболочки. Иными словами, реализация закона изменения сечения (5) — вполне достижимая задача.

Удобство такой балансной схемы возмущения потока, реализующей закон (5), заключается в том, что при отсутствии внешнего усилия, перемещающего головку сильфонной пары, положение равновесия головки не будет зависеть от возможно сильного изменения гидростатического давления, при котором необходимо будет проводить измерения как расхода жидкости, так и ее плотности.

Как выбрать длину цилиндрической оболочки L ? В [5] при рассмотрении случая обтекания колеблющегося тела, амплитуда колебания которого много меньше размера тела, утверждается, что скорость обтекающей жидкости испытывает при этом изменение порядка скорости колеблющегося тела на протяжении расстояний порядка размера тела. Поэтому, если длину „дышащей“ стенки принять за длину колеблющегося тела и сделать ее равной диаметру трубопровода, то можно считать, что во всех точках любого сечения на „модулируемом“ участке трубопровода скорость жидкости будет изменяться на величину порядка скорости движения стенки в этом сечении, т.е. вся масса жидкости на длине „модулируемого“ участка трубопровода будет претерпевать знакопеременное изменение количества движения.

Следовательно, длина измерителя с балансным вводом импульса силы должна быть не менее двух диаметров трубопровода. Более точный выбор размеров устройства для ввода импульса силы в движущуюся жидкость можно будет сделать после более точного учета распределения скоростей потока жидкости по сечению, переменному по времени и координатам.

Чувствительный элемент

Здесь авторы рекомендуют использовать датчики разности давления на основе монокристаллической кремниевой мембраны по следующим причинам. Кремниевые датчики давления обладают высокой точностью и чувствительностью измерений, большим динамическим диапазоном измерений, чрезвычайно низким гистерезисом, стабильностью основных характеристик в процессе эксплуатации, практически полным отсутствием инерционности в измерении, очень высокой стойкостью к перегрузкам.

Анализатор

Анализ сигнала, поступающего с датчика разности давлений, сводится к выделению спектральных составляющих. Такая задача может быть решена с помощью устройства, описанного, например, в [6]. По сути измерение амплитуд двух гармоник частоты ω с взаимно ортогональными начальными фазами — это задача спектрального анализа.

Амплитуда синфазной с движением стенок составляющей изменения разности давления пропорциональна плотности протекающей жидкости, а амплитуда ортогональной составляющей — массовому расходу жидкости в трубе. Нетрудно заметить, что сравнение выражений для $\Delta p_{\text{left}}(t)$ и $\Delta p_{\text{right}}(t)$ в (7) показывает, что сравнение (разность) выходных величин, поступающих с левого и правого анализаторов, повышает чувствительность измерения расхода в два раза. Аналогично сумма выходных величин левого и правого анализаторов также увеличивает чувствительность измерения плотности в два раза. Существующее в настоящее время огромное количество различных схмотехнических приемов и еще большее количество элементной базы, которая может быть применена для решения этой задачи, избавляют авторов от комментариев по этим вопросам.

Приведем оценочный расчет. Расчет по формуле (8) показывает, что при радиусе трубы $R_0 = 5$ см, частоте воздействия $f = \omega/2 \cdot \pi = 60$ Hz, полудлине переменной части трубы $L = 30$ см, плотности жидкости $\rho = 1$ г/см³, относительному изменению диаметра трубы $\delta_r = 0.005$ величина амплитуды парциального давления, пропорциональной плотности жидкости, равна $A_p \sim 0.41 \cdot 10^6$ dyn/cm² $\approx 0.41 \cdot 10^4$ mm H₂O/cm² ≈ 0.41 atm. При подсчете амплитуды парциального давления, пропорциональной расходу жидкости, мы должны

подставить в (9) значение расхода, выбранное исходя из ограничения, на которое указывает сноска². Это критическое значение, начиная с которого построенная теория удовлетворительно описывает процессы в предлагаемом измерителе, для нашего примера составляет $Q_0 = 2.84 \cdot 10^5$ г/с, а само парциальное давление, отвечающее за массовый расход, составляет величину $A_Q \approx 1.27 \cdot A_p$.

Выше уже упоминалось, что теория плохо описывает процессы в предлагаемом измерителе для $\delta \sim 1$. Мы предполагаем, что при снятии этого ограничения в ответе также должна будет содержаться зависимость исследуемой разности давлений как от плотности, так и от массового расхода. При этом ее вид, возможно, будет уже иным, а соотношение составляющих, отвечающих за их измерение, будет более привлекательно для совместных измерений. Окончательно это станет ясно после решения этой более сложной задачи.

Выражаем признательность А.А. Овчинникову, Е.Б. Бурлаковой и В.М. Мисину за создание условий для начала этой работы и оказание поддержки в процессе ее проведения.

Список литературы

- [1] *Киясбейли А.Ш., Перельштейн М.Е.* Вихревые измерительные приборы. Серия „Библиотека приборостроителя“. М.: Машиностроение, 1978. С. 113–125.
- [2] Труды научно-технической конференции „Методы и приборы для измерения расходов и количества жидкости, газа и пара“. Отделение научно-технич. информации по приборостроению, средствам автоматизации и системам управления ЦНИИКА. М., 1965. С. 132–172.
- [3] *Гинзбург И.П.* Прикладная гидрогазодинамика. Л.: Изд-во ЛГУ, 1958. С. 40.
- [4] *Феодосьев В.И.* Сопротивление материалов. Серия „Механика в техническом университете“. Т. 2. Изд. 10-е. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. С. 429–432.
- [5] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. Изд. 3-е, перераб. М.: Наука, 1986. С. 34.
- [6] *Харкевич А.А.* Спектры и анализ. М.: Изд-во физ.-мат. лит-ры, 1962. С. 111.