01;07 Катастрофическое изменение эффективности генерации второй гармоники высокоинтенсивного фемтосекундного импульса при отстройке от фазового синхронизма

© Т.М. Лысак, В.А. Трофимов

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, 119899 Москва, Россия e-mail: vatro@cs.msu.ru

(Поступило в Редакцию 19 июля 2004 г.)

На основе обнаруженного в рамках компьютерного моделирования явления катастрофического и несимметричного изменения эффективности процесса генерации второй гармоники высокоинтенсивных фемтосекундных импульсов при отстройке от фазового синхронизма предложен простой способ экспериментальной проверки предсказанного ранее бистабильного режима конверсии частоты. Результаты компьютерного моделирования подтверждены аналитическими зависимостями, полученными в приближении длинных импульсов.

Введение

Проблема преобразования частоты и, в частности, генерации второй гармоники (ГВГ) высокоинтенсивных фемтосекундных импульсов является актуальной в настоящее время [1-6] ввиду отсутствия реализованного на практике эффективного (свыше 60%) способа конверсии частоты. Сильное самовоздействие, характерное для распространения высокоинтенсивных фемтосекундных лазерных импульсов, служит причиной низкой эффективности конверсии частоты в условиях фазового и группового синхронизма. Вместе с тем, как показали недавно выполненные работы [7-10], при соблюдении некоторых условий возможно добиться 60-80% эффективности преобразования энергии в случае удвоения частоты в оптических волокнах (либо широкоапертурными пучками) при хорошем качестве импульса второй гармоники (ВГ). Так, отказ от фазового синхронизма позволяет на порядок увеличить эффективность преобразования частоты высокоинтенсивных фемтосекундных импульсов, когда существенны эффекты самовоздействия [8].

Следует подчеркнуть, что в основе всех предложенных нами способов лежит неоднозначная (бистабильная) зависимость эффективности ГВГ высокоинтенсивных фемтосекундных импульсов от начальных условий взаимодействия оптических волн. Так, наряду с обычным, низкоэффективным, режимом генерации, который реализуется в физических экспериментах при отсутствии на входе в нелинейную среду, например, излучения на удвоенной частоте, существует другой, высокоэффективный, режим ГВГ. Однако для проверки этих теоретических выводов необходимо провести, на наш взгляд, достаточно сложные физические эксперименты. По-видимому, без достаточной уверенности со стороны экспериментаторов в возможности практической реализации описанных в [7-10] способов существенного повышения эффективности генерации (и в их существовании в действительности) трудно ожидать

целенаправленных экспериментов. Поэтому появляется вопрос о более простом (с точки зрения физического эксперимента) способе проверки сделанных выводов, полученных на основе развиваемого авторами подхода. Именно этому вопросу посвящена настоящая работа, в которой описан такой способ на основе обнаруженного катастрофического изменения эффективности преобразования энергии основной волны в энергию ВГ при отстройке от фазового синхронизма.

Следует несколько слов сказать о термине "катастрофический". Его включение в название статьи подчеркивает, что речь идет о резком снижении эффективности конверсии частоты при незначительном изменении расстройки волновых чисел вблизи ее некоторого значения, которое имеет место при определенных условиях взаимодействия волн. Такие режимы типичны для задач оптической бистабильности (и в целом для теории катастроф), когда реализуется переключение из одного состояния системы в другое. Именно поэтому в название статьи включен термин "катастрофический".

Основные уравнения

Система безразмерных уравнений, описывающая процесс ГВГ фемтосекундным импульсом с учетом его самовоздействия, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1}{\partial z} + iD_1 \frac{\partial^2 A_1}{\partial \eta^2} + iD_{\perp}\Delta_{\perp}A_1 + i\gamma A_1^*A_2 e^{-i\Delta kz} \\ + i\alpha_1 A_1 \left(|A_1|^2 + (1+\beta)|A_2|^2\right) &= 0, \quad 0 < z \le L_z, \\ \frac{\partial A_2}{\partial z} + \nu \frac{\partial A_2}{\partial \eta} + iD_2 \frac{\partial^2 A_2}{\partial \eta^2} + i \frac{D_{\perp}}{2} \Delta_{\perp}A_2 \\ + i\gamma A_1^2 e^{i\Delta kz} + i\alpha_2 A_2 \left((1+\beta)|A_1|^2 + |A_2|^2\right) &= 0, \\ \Delta_{\perp} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r}\right), \quad \alpha_2 = 2\alpha_1 = 2\alpha. \end{aligned}$$

$$(1)$$

Здесь η — безразмерное время в сопровождающей импульс основной волны системе координат; z — нормированная продольная координата;

$$D_j \sim -0.5 \, rac{\partial^2 ar k_j}{\partial ar \omega_i^2}$$

— коэффициенты, характеризующие дисперсию групповых скоростей; $\bar{k}_j, \bar{\omega}_j$ — соответственно размерное волновое число и частота ј волны; коэффициент D описывает дифракцию световых волн и равен отношению длины среды к величине $2k_1a_1^2$, в четыре раза превышающей дифракционную длину пучка на основной частоте; a_1 — его физический размер; r — нормированная на *a*₁ поперечная координата; *у* — коэффициент нелинейной связи взаимодействующих волн; $\Delta k = k_2 - 2k_1$ — безразмерная расстройка их волновых чисел; α_i — коэффициенты самовоздействия волн; A_i комплексные амплитуды гармоник (j = 1, 2), нормированные на максимальную амплитуду первой гармоники в начальном сечении среды (z = 0). Параметр vпропорционален разности обратных величин групповых скоростей волн ВГ и основной частоты, L_z — длина нелинейной среды, параметр β характеризует вклад различных индуцированных взаимодействующими волнами решеток диэлектрической проницаемости в самовоздействии соответствующей волны. Его значение изменяется от 0 до 1 в зависимости от времени жизни наведенных решеток. Напомним, что, например, в слагаемое $|A_2|^2 A_1$ дают вклад слагаемые $(A_2A_2^*)A_1$; $(A_2A_1)A_2^*$; $(A_2^*A_1)A_2$. Произведениям амплитуд волн в скобках соответствуют решетки диэлектрической проницаемости на различных пространственных частотах. Следовательно, они могут различаться по времени жизни. Заметим, что более общий вид записи слагаемых в (1), учитывающий различие вклада разных решеток диэлектрической проницаемости в самовоздействие волн, содержится, например, в [1].

На входе в нелинейную среду задается начальное распределение импульса основной частоты

$$A_1(z=0,\eta,r)=A_0(\eta,r), \quad 0\leq\eta\leq L_t, \quad 0\leq r\leq R,$$

R — поперечный размер рассматриваемой области; L_t — безразмерное время, в течение которого анализируется рассматриваемый процесс.

Амплитуда волны ВГ в этом сечении равна нулю $A_2(z = 0, \eta, r) = 0$. Следует также подчеркнуть, что нами рассматривались конечные (финитные) распределения амплитуд взаимодействующих волн с ограниченным их значением на оси. Поэтому для (1) записывались следующие начальные и граничные условия:

$$\dot{A}_{j}\Big|_{\eta=0,L_{t}}=r\frac{\partial A_{j}}{\partial r}\Big|_{r=0}=A_{j}\Big|_{r=R}=0; \quad j=1,2.$$

В качестве начального распределения импульса основной волны $A_0(\eta, r)$ в физических экспериментах, как правило, используется гауссова форма импульса и профиля пучка

$$A_0(\eta, r) = A_{10} \exp\left(-\left((\eta - L_t/2)/\tau\right)^2/2 - r^{m_r}/2\right).$$

В выбранной нами нормировке параметров безразмерная амплитуда основной частоты равна единице: $A_{10} = 1$. Параметр m_r характеризует пространственный профиль пучка и может принимать значения 2, 4, 6 и т.д.

Процесс ГВГ в условиях самовоздействия волн обладает рядом инвариантов (см., например, [10]), значения которых необходимо контролировать при его компьютерном моделировании. Нами использовались консервативные разностные схемы, сохраняющие значения этих инвариантов.

Эффективность преобразования энергии волны основной частоты в энергию волны ВГ оцениваем с помощью следующей величины:

$$\theta(z) = \int_{0}^{R} \int_{0}^{L_{t}} r |A_{2}(z, \eta, r)|^{2} d\eta dr / \int_{0}^{R} \int_{0}^{L_{t}} r |A_{1}(z = 0, \eta, r)|^{2} d\eta dr.$$

Аналитическая оценка

В [9] при рассмотрении ГВГ в приближении длинных импульсов показано, что вклад самовоздействия в разность фаз взаимодействующих волн определяется разностью их интенсивностей и произведением α на β

$$\frac{da_1}{dz} = \gamma a_1 a_2 \sin \varphi, \quad \frac{da_2}{dz} = -\gamma a_1^2 \sin \varphi,$$
$$\frac{d\varphi}{dz} = 2\alpha\beta(a_2^2 - a_1^2) - \gamma \cos \varphi \left(\frac{a_1^2}{a_2} - 2a_2\right) + \Delta k,$$
$$\varphi = \varphi_2 - 2\varphi_1,$$

где a_j и φ_j описывают соответственно амплитуды и фазы волн $A_j = a_j e^{i\varphi_j}$; j = 1, 2.

При отсутствии на входе в среду волны на удвоенной частоте амплитуды взаимодействующих волн и их разность фаз φ в среде связаны следующими соотношениями:

$$2(1 - a_2^2)(\alpha\beta a_2 + \gamma\cos\varphi) + \Delta ka_2 = 0, \quad a_1^2 + a_2^2 = 1.$$

Из первого уравнения следует, что экстремальные (максимальные или минимальные) значения амплитуды a_2 волны ВГ достигаются для значений $\varphi = \pi n$. Важно иметь в виду, что максимумов может быть несколько, так как это уравнение кубическое (в общем случае имеет место уравнение четвертой степени относительно a_2). В процессе распространения волн амплитуда ВГ осциллирует между ее достижимым максимальным и нулевым значением. Зависимость этого максимума, опредлеляющего в приближении длинных импульсов наибольшую эффективность преобразования θ_{max} , от величины β при фиксированном Δk и от расстройки волновых чисел Δk при фиксированном β приведена на рис. 1. Наличие



Puc. 1. Зависимость максимальной эффективности ΓВГ θ_{max} от параметра β (*a*) при фиксированной расстройке волновых чисел и от расстройки волновых чисел (*b*) при фиксированном β , построенных в приближении длинных импульсов для параметров $\alpha = 16$, $\gamma = 4$, а также зависимость эффективности в сечении z = 1 от параметра β (*c*, *d*) и Δk (*e*) при воздействии гауссова начального импульса $\tau = 4$ волны накачки в случае $\nu = 0$, $D_1 = D_2 = 10^{-6}$ (*c*), $D_1 = D_2 = 10^{-1}$ (*d*, *e*) при конверсии частоты в оптическом волокне ($D_{\perp} = 0$ B (1)). *e*: пунктир — $\alpha = 1$ и $\beta = 1$, штриховая кривая — сечение z = 0.5.

резких скачков максимальной эффективности при изменении как параметра β , так и параметра Δk является следствием самовоздействия волн. Так, различие вре-

мен жизни индуцированных решеток диэлектрической проницаемости (уменьшение параметра β) ослабляет влияние кубичной нелинейности на рассогласование фаз

взаимодействующих волн, приводя к его фактическому отсутствию при $\beta = 0$ [9]. Поэтому уменьшение значения β от 1 до 0 с точки зрения вносимой фазовой расстройки подобно уменьшению пиковой интенсивносьти лазерного импульса основной гармоники в случае равного вклада всех решеток диэлектрической проницательности ($\beta = 1$).

Обсудим более подробно имеющиеся на рис. 1 зависимости, относящиеся к приближению длинных импульсов. Прежде всего обратим внимание на резкое (катастрофическое) изменение эффективности преобразования, имеющее место на рис. 1, а, b. Оно является следствием неоднозначной зависимости θ_{\max} как от параметра β (пунктир на рис. 1, *a*), так и от параметра Δk (пунктир на рис. 1, b). Заметим, что на рис. 1, a пунктирные кривые не замкнуты для выбранных параметров взаимодействия. Как только при уменьшении β (или Δk) достигается переключение эффективности на более высокое (низкое) ее значение, то имеет место резкое изменение эффективности при незначительном изменении параметра β (или Δk). Очевидно, что в физическом эксперименте при использовании одного и того же кристалла (среды) для ГВГ изменяется именно Δk -расстройка волновых чисел, а параметр β остается постоянным. Поэтому в физическом эксперименте по несимметричности зависимости эффективности преобразования энергии от расстройки волновых чисел можно сделать вывод о наличии бистабильного режима генерации, обусловленного действием кубичной нелинейности, и справедливости положений теоретического анализа.

При этом следует иметь в виду несколько обстоятельств. Рис. 1, а, в показывает, что с ростом влияния самовоздействия волн (увеличения β или входной интенсивности) изменение расстройки волновых чисел в широких пределах не оказывает принципиального влияния на эффективность конверсии частоты. Так, при равном вкладе всех наведенных решеток диэлектрической проницаемости ($\beta = 1$) и приведенных параметров расчетов изменение Δk вплоть до значения, примерно равного -15, приведет к увеличению эффективности удвоения частоты на несколько процентов на уровне 10%, достигаемого в случае фазового синхронизма. И лишь при достижении $\Delta k = -16$ происходит пятикратное увеличение конверсии энергии во ВГ. Другие замечания относятся к влиянию формы импульса и профиля пучка и обсуждаются в следующем разделе.

Распространение импульса в оптическом волокне

В этом случае распространение световых импульсов описывается уравнением (1), в котором коэффициенты дифракции равны 0, а распределение амплитуды на входе в нелинейную среду зависит лишь от времени. В результате при учете гауссовой формы импульса зависимость эффективности преобразования энергии во ВГ от β при фиксированной длине взаимодействия волн становится

более плавной, без ярко выраженного переключения системы в состояние с низкой эффективностью конверсии частоты (рис. 1, c). Это обусловлено фиксированной трассой распространения (в данном случае z = 1), так как при слабой дисперсии второго порядка максимум эффективности для разных частей импульса достигается на различных трассах.

Следующее замечение относится к влиянию дисперсии второго порядка на форму кривых. Она также приводит к ее трансформации (рис. 1, d, e). Характер изменений зависит от величины самовоздействия и трассы взаимодействия волн. Так, для среды с $\beta = 0.5$, который имеет место для генерации, рассмотренной в [2], зависимость максимальной эффективности от Δk практически не изменилась (рис. 1, b, e), хотя и наибольшее достижимое значение θ_{max} уменьшилось примерно на 10%. В случае же $\beta = 1$, когда вклад всех решеток диэлектрической проницаемости одинаков, зависимость θ_{max} от Δk существенно трансформировалась: резкое уменьшение эффективности преобразования энергии основной волны в энергию ВГ в данном сечении среды отсутствует. Однако яркая несимметричность эффективности генерации по отношению к отстройке волновых чисел остается. Важно подчеркнуть, что при отсутствии влияния самовоздействия на фазовое рассогласование волн, обусловленного кубичной нелинейностью ($\beta = 0$), или при слабом ее влиянии по сравнению с квадратичной нелинейностью (рис. 1, е, пунктир) такая зависимость симметрична и максимум эффективности достигается в случае фазового синхронизма. При этом отсутствие резкого снижения эффективности конверсии частоты на рис. 1, e, соответствующем сечению z = 1, обусловлено, в частности, развитием обратной перекачки энергии (рис. 2). Поэтому при данных параметрах взаимодействия необходимо выполнять соответствующие измерения для более короткой среды ($z \le 0.25$).



Рис. 2. Эволюция эффективности ГВГ θ при слабой дисперсии $D_1 = D_2 = 10^{-6}$ (1), средней дисперсии $D_1 = D_2 = 10^{-1}$ (2), сильной дисперсии $D_1 = D_2 = 1$ (3) и аномальной дисперсии $D_1 = D_2 = -1$ (4) для параметров $\beta = 1$, a = 16, $\gamma = 4$, $\nu = 0$, $\Delta k = -8$, $\tau = 4$.

ГВГ световыми пучками

Для практики наиболее интересна проблема ГВГ с учетом пространственного профиля пучка (в уравнениях (1) $D_{\perp} \neq 0$). В этом случае имеется большое разнообразие нелинейно-оптических эффектов, интенсивно исследуемых в физических экспериментах в последнее время [1,2,4–6]. Ниже их обсуждать не будем, исходя из цели данной статьи, а остановимся лишь на проявлении для пространственно неоднородных пучков зависимости эффективности конверсии частоты от расстройки волновых чисел. При этом рассмотрим практически важный для проверки обсуждаемых закономерностей случай, когда дифракционная длина для падающей на нелинейную среду волны основной частоты многократно превосходит длину нелинейной среды ($D_{\perp} \ll 1$). В результате этого



Рис. 3. Зависимость максимальной эффективности ГВГ θ_{max} в сечении z = 1 при $\beta = 1$, $\gamma = 4$, $\nu = 0$ от параметра Δk при воздействии гауссова начального импульса $\tau = 4$ волны накачки в оптическом волокне $(D_{\perp} = 0)$ (1) широкоапертурного $(D_{\perp} = 10^{-6})$ гипергауссова $(m_r = 6)$ (2 на рис. 3, *a*) и гауссова $(m_r = 2)$ (3) пучка для параметров $D_1 = D_2 = 10^{-1}$, $\alpha = 16$ (*a*), 25 (*b*) в случае ГВГ в оптическом волокне для $D_1 = D_2 = 10^{-6}$ (1) и в приближении длинных импульсов (2). Пунктир (*b*) — z = 0.5.

Отметим, что для пространственно неоднородных пучков наблюдается ярко выраженное переключение системы в состояние с низкой эффективностью конверсии частоты при увеличении Δk в окрестности $\Delta k = 0$. Данный эффект имеет место для достаточно длинных трасс взаимодействия волн (в нашем случае z = 1) для широкого диапазона параметра самовоздействия. Уменьшение трассы взаимодействия приводит к смещению положения максимума эффективности конверсии в сторону отрицательных значений Δk . Аналогичный эффект имеет место при увеличении влияния кубичной нелинейности (рис. 3, *b*).

Выводы и заключение

Таким образом, в настоящей работе описана постановка физического эксперимента по подтверждению ранее сделанных в [7-10] выводов о существовании бистабильности при ГВГ высокоинтенсивными фемтосекундными импульсами, выраженной в наличии высокоэффективного и низкоэффективного режимов генерации. Их существование проявляется в несимметричной зависимости эффективности преобразования частоты от расстройки волновых чисел, которая имеет место только в случае самовоздействия волн за счет кубичной нелинейности при несимметричности ее вклада в уравнения для взаимодействующих волн. Важно подчеркнуть, что при определенных условиях (длина среды, длительность импульса), которые легко реализуются в физическом эксперименте, эта зависимость содержит резкое изменение эффективности конверсии частоты при незначительном изменении Δk , что характерно для явления оптической бистабильности и теории катастроф. Именно поэтому, подчеркнем еще раз, слово "катастрофическое" внесено в название статьи.

Проведенные в работе расчеты показывают и объясняют также, из-за чего изменение расстройки волновых чисел в широких пределах не улучшает процесс конверсии частоты в случае ГВГ высокоинтенсивными фемтосекундными импульсами. Причина этого заключается именно в существовании бистабильного режима генерации.

В заключение подчеркнем, что авторы работы надеются, что статья заинтересует экспериментаторов, и были бы признательны сообщениям о полученных в физическом эксперименте результатах. Мы также готовы выполнить все необходимые компьютерные расчеты для конкретных физических условий эксперимента.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 02-01-727).

Список литературы

- Ditmire T., Rubenchik A.M., Eimerl., Perry M.D. // JOSA B. 1996. Vol. 13. P. 649–652.
- [2] Lui X., Beckwitt K., Wise F. // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 62.
 № 1. P. 1328–1340.
- [3] Лукашев А.В., Магницкий С.А., Прялкин В.И. // Изв. РАН. Сер. физ. 1995. № 12. С. 123–129.
- [4] Zheng Z., Weiner A.M., Paramatswaran K.R., Chou M.-H., Fejer M. // JOSA B. 2002. Vol. 19. P. 839–848.
- [5] Zhang J., Huang J.Y., Wang H., Wong K.S., Wong G.K. // JOSA B. 1998. Vol. 15. P. 200–209.
- [6] Yu N., Rurimura S., Kiramura K. et al. // Appl. Phys. Lett. 2003. Vol. 82. N 20. P. 3388–3390.
- [7] Лысак Т.М., Трофимов В.А. // ЖВМиМФ. 2001. Т. 41. № 8. С. 1275–1288.
- [8] Лысак Т.М., Трофимов В.А. // Опт. и спектр. 2002. Т. 95. № 2. С. 323-326.
- [9] Лысак Т.М., Трофимов В.А. Опт. и спектр. 2003. Т. 95. № 3. С. 489-494.
- [10] Лысак Т.М., Трофимов В.А. ЖТФ. 2001. Т. 71. Вып. 11. С. 53–58.