01;05

Оценка энергетической эффективности диэлектрика с учетом распределения времен релаксации

© О.А. Емельянов

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
195251 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: oae@mail.wplus.net

(Поступило в Редакцию 19 июля 2004 г.)

Энергетические соотношения макроскопической электродинамики диэлектрика рассматриваются с учетом распределения времен релаксации поляризационного процесса. Получены выражения для плотностей потоков мощностей и энергий разряда диэлектрика в случае экспоненциально зависящего от времени электрического поля. Приведена энергетическая оценка эффективности полиэтилентерефталатного (ПЭТФ) диэлектрика емкостных накопителей энергии.

Для сравнительной оценки диэлектриков современных емкостных накопителей энергии в [1] были получены энергетические соотношения между запасаемой W_e, отдаваемой W_{eff} и теряемой W_Q энергиями электрического поля в условиях дебаевского механизма поляризации диэлектрической среды. Оценку энергетической эффективности диэлектрика можно проводить на основе значения коэффициента полезного действия

$$\eta = \frac{W_{\text{eff}}}{W_e} = 1 - \frac{W_Q}{W_e}, \tag{1}$$

где $W_{\text{eff}} = W_e - W_Q$ отражает баланс энергии электрического поля.

Для широкого класса полимерных диэлектриков и слоистых систем конденсаторной изоляции характерно существование спектра времен релаксации, который может иметь как непрерывный, так и явно выраженный дискретный характер. Цель настоящей работы — развить энергетические представления электродинамики диэлектриков с учетом распределения времен релаксации процесса электрической поляризации.

Рассмотрим дифференциальное уравнение для элементарного приращения релаксационной поляризации $d_\tau P$ в интервале времен релаксации от τ до $\tau + d\tau$

$$\frac{d(d_\tau P)}{dt} + \frac{d_\tau P}{\tau} = \frac{\varepsilon_0 y(\tau)}{\tau} E(t) d\tau, \tag{2}$$

где $y(\tau) = d\big(\varepsilon_S(\tau) - \varepsilon_\infty\big)/d\tau$ — функция распределения времен релаксации, ε_∞ и ε_S — соответственно диэлектрические проницаемости для мгновенно устанавливающихся видов поляризации и статической поляризации для данного τ, E — величина напряженности электрического поля.

Решение (2) с учетом предыстории поляризационного процесса имеет вид

$$d_\tau P(t,\tau) = \varepsilon_0\big(\varepsilon_S(\tau) - \varepsilon_\infty\big) \int\limits_{-\infty}^{t} \frac{E(u)\exp\left(-\frac{t-u}{\tau}\right)}{\tau} du. \tag{3}$$

Полагая, что на помежутке времени $]-\infty, 0]$ поляризационный процесс завершился на уровне установившегося значения P_S, и интегрируя (3) по всем возможным τ, получаем для полной релаксационной поляризации

$$P_r(t) = P_S \int\limits_0^\infty \frac{y(\tau)\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)}{\tau} d\tau + \varepsilon_0 \int\limits_0^\infty \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \int\limits_0^t \frac{y(\tau)\exp\left(\frac{u}{\tau}\right)E(u)}{\tau} d\tau\, du. \tag{4}$$

В соответствии с результатами, полученными в [1], плотности потоков мощностей запасаемой $\partial W_e/\partial t$, отдаваемой $\partial W_{\text{eff}}/\partial t$ и энегии потерь Q для данного τ

$$\frac{\partial W_e}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0(\varepsilon_S - \varepsilon_\infty)} P_r(t) \frac{\partial P_r(t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty E^2}{2},$$

$$Q(t) = \frac{\tau}{\varepsilon_0(\varepsilon_S - \varepsilon_\infty)} \left[\frac{\partial P_r(t)}{\partial t}\right]^2,$$

$$\frac{\partial W_{\text{eff}}}{\partial t} = E \frac{\partial P_r(t)}{\partial t}. \tag{5}$$

Для экспоненциально спадающего поля $E = E_0 \times \times \exp\left(-\frac{t}{\tau_E}\right)$ имеем

$$d_\tau R(t,\tau) = \frac{d_\tau P_S(\tau)}{\alpha - 1} \left[\alpha \exp\left(-\frac{t}{\tau_E}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right],$$

$$\frac{d}{dt}\big[d_\tau P(t,\tau)\big] = \frac{d_\tau P_S(\tau)}{\tau(\alpha-1)} \left[\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau_E}\right)\right], \tag{6}$$

где $\alpha = \tau_E/\tau$ — параметр отношения характерных времен изменения поля и релаксационного процесса поляризации.

Тогда элементарные приращения соответствующих мощностей в ходе процесса деполяризации

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[d_\tau W_e(t,\tau)\right] = \frac{\varepsilon_0 d\big(\varepsilon_S(\tau)-\varepsilon_\infty\big)}{2}\,\frac{E_0^2}{(\alpha-1)^2} \times \frac{\partial}{\partial t}\left[\alpha\exp\Big(-\frac{t}{\tau_E}\Big)-\exp\Big(-\frac{t}{\tau}\Big)\right]^2,$$

$$d_\tau Q(t,\tau) = \frac{\tau}{\varepsilon_0 d\big(\varepsilon_S(\tau)-\varepsilon_\infty\big)}\,\frac{\big(d_\tau P_S(\tau)\big)^2}{(\tau_E-\tau)^2} \times \left[\exp\Big(-\frac{t}{\tau}\Big)-\exp\Big(-\frac{t}{\tau_E}\Big)\right],$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[d_\tau W_{\mathrm{eff}}(t,\tau)\right] = \frac{\varepsilon_0 d\big(\varepsilon_S(\tau)-\varepsilon_\infty\big)E_0^2}{\tau_E-\tau} \times \left[\exp\Big(-\frac{t}{\tau}\Big)-\exp\Big(-\frac{t}{\tau_E}\Big)\right]\left[\exp\Big(-\frac{t}{\tau_E}\Big)\right]. \quad (7)$$

Интегрируя (7) по времени t от 0 до ∞ и в этих же пределах по всем возможным временам релаксации τ, получаем для запасенной энергии W_e, энергии потерь W_Q и отдаваемой энергии в нагрузку W_{eff}

$$W_e = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon_S-\varepsilon_\infty)E_0^2}{2},$$

$$W_Q = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2}\int\limits_0^\infty \frac{\tau\cdot y(\tau)}{\tau_E+\tau}\,d\tau,$$

$$W_{\mathrm{eff}} = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2}\int\limits_0^\infty \frac{\tau_E\cdot y(\tau)}{\tau_E+\tau}\,d\tau. \quad (8)$$

Для окончательной оценки энергетических характеристик необходимо знать конкретный вид функции распределения времен релаксации $y(\tau)$. В первом приближении фактор релаксационных потерь ε'' можно определить на основе соотношения Фуосса–Кирквуда

$$\varepsilon''(\omega) = \varepsilon''_{\max}\cdot sch[\lambda\ln(\omega\tau)], \quad (9)$$

где ω — частота приложенного поля, $\varepsilon''_{\max}$ — максимальное значение фактора потерь, λ — параметр распределения времен релаксации [2].

С другой стороны, частотная зависимость фактора потерь с учетом распределения времен релаксации [3]

$$\varepsilon''(\omega) = \int\limits_0^\infty \frac{\omega\tau\cdot y(\tau)}{1+\omega^2\tau^2}\,d\tau. \quad (10)$$

Зная параметр λ и применяя обратное преобразование Фурье к (10), можно определить вид функции $y(\tau)$. При произвольных зависимостях $\varepsilon''(\omega)$ эффективная процедура определения $y(\tau)$ была предложена в [4]. В частности, для полиэтилентерефталата (ПЭТФ) в области невысоких (20–30°C) температур параметр λ принимает значение 0.48–0.53 [5]. Полагая $\lambda \simeq 0.5$, получаем следующее выражение для функции распределения:

$$y(\tau) = \frac{(\varepsilon_S-\varepsilon_\infty)\sqrt{\tau_0}}{\tau\sqrt{\tau}(\tau+\tau_0)},$$

$$\int\limits_0^\infty y(\tau)d\tau = \varepsilon_S-\varepsilon_\infty, \quad (11)$$

где τ_0 — наивероятнейшее время релаксации.

С учетом (11) и безынерционной составляющей поляризации окончательные выражения для соответствующих энергий следующие:

$$W_e = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon_S-\varepsilon_\infty)E_0^2}{2} + \frac{\varepsilon_0\varepsilon_\infty E_0^2}{2},$$

$$W_Q = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon_S-\varepsilon_\infty)E_0^2}{2} - \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2}\,\frac{(\varepsilon_S-\varepsilon_\infty)\sqrt{\tau_E}}{\sqrt{\tau_E}+\sqrt{\tau_0}},$$

$$W_{\mathrm{eff}} = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2}\,\frac{(\varepsilon_S-\varepsilon_\infty)\sqrt{\tau_E}}{\sqrt{\tau_E}+\sqrt{\tau_0}} + \frac{\varepsilon_0\varepsilon_\infty E_0^2}{2}, \quad (12)$$

откуда $W_{\mathrm{eff}} = W_e - W_Q$, что и следовало ожидать.

Оценим коэффициент полезного действия η при экспоненциальном разряде для величины поля $E_0 = 300\,\mathrm{MV/m}$ и $\tau_E = 10^{-4}\,\mathrm{s}$ [6]. Для ПЭТФ τ_0 в обычных условиях составляет величину $\sim 5\cdot 10^{-4}\,\mathrm{s}$ [7], $\varepsilon_S \sim 3.2$, $\varepsilon_\infty \sim 2.46$. Расчет по формулам (12) дает следующие значения: $W_e = 1.27\,\mathrm{MJ/m^3}$, $W_Q = 0.20\,\mathrm{MJ/m^3}$ и $W_{\mathrm{eff}} = 1.07\,\mathrm{MJ/m^3}$ и соответственно

$$\eta = \frac{W_{\mathrm{eff}}}{W_e} = 0.84. \quad (13)$$

В условиях однократных разрядов энергия выделяющегося тепла W_Q незначительно нагреет диэлектрик. Однако с ростом скорости разряда τ_E, особенно в частотном режиме, температурный нагрев может стать значимым, что может привести к развитию эффектов тепловой неустойчивости в диэлектрике [8].

Список литературы

[1] *Емельянов О.А.* // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. Вып. 19. С. 40–46.

[2] *Сажин Б.И.* Электрические свойства полимеров. Л., 1986. 224 с.

[3] *Койков С.Н.* Физика диэлектриков. Л., 1967. 247 с.

[4] *Ктиторов С.А.* // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. Вып. 22. С. 74–79.

[5] *Miyairi K., Morimitsu N.* // IEEE Trans. Diel. & Elect. Ins. 2001. Vol. 8. P. 874–879.

[6] *Wisken H.G., Weise Th.H.G.*. // IEEE Trans. on Magnetics. 2003. Vol. 39. N 1. P. 446–450.

[7] *Кучинский Г.С., Назаров Н.И.* Силовые электрические конденсаторы. М., 1992. 319 с.

[8] *Емельянов О.А.* // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 28. Вып. 9. С. 76–81.