

01;09

К вопросу о магнитном дипольном поглощении электромагнитного излучения мелкой проводящей частицей

© С.В. Березкина, И.А. Кузнецова, А.А. Юшканов

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
150000 Ярославль, Россия
e-mail: kuz@uniyar.ac.ru

(Поступило в Редакцию 23 ноября 2003 г.)

В рамках классической кинетической теории электропроводности рассчитано сечение поглощения электромагнитного излучения в мелкой проводящей частице сферической формы. Рассмотрен смешанный диффузно-зеркальный механизм отражения носителей заряда от границы образца. Проанализировано влияние коэффициента зеркальности на величину сечения поглощения при различных температурах.

Электромагнитные свойства малых проводящих частиц могут существенно отличаться от свойств массивных образцов [1–4]. С классической точки зрения это отличие обусловлено тем, что длина свободного пробега электронов λ в таких частицах оказывается одного порядка с их размерами a . При этом нелокальные эффекты, обусловленные взаимодействием носителей заряда с границей образца, оказывают значительное влияние на оптические свойства частицы, в частности на сечение поглощения частицы [2–4].

Отметим, что уравнения макроскопической электродинамики применимы лишь в предельном случае „массивных“ образцов ($a \gg \lambda$), поэтому классическая теория взаимодействия электромагнитного излучения со сферической проводящей частицей (теория Ми [5]) непригодна для описания упомянутого размерного эффекта и решение задачи необходимо проводить в рамках кинетического подхода.

В работах [2,6] рассмотрен вопрос о магнитном дипольном поглощении излучения малой металлической частицей сферической формы для нулевой температуры. В [7] учтено влияние температурного фактора на сечение поглощения проводящей частицы из полупроводника или полуметалла, однако рассмотрение ограничивалось случаем чисто диффузного отражения носителей заряда от границы образца.

В настоящей работе рассматривается сечение поглощения проводящей частицы с учетом смешанного диффузно-зеркального характера отражения носителей заряда от границы образца для ненулевых температур. Рассчитывается поглощение, обусловленное переменным магнитным полем электромагнитной волны. Для высокопроводящих частиц размером порядка 10 nm это поглощение доминирует [2].

Радиус частицы a считается меньше глубины скин-слоя δ , что позволяет пренебречь скин-эффектом.

Постановка задачи

Рассмотрим малую проводящую частицу металла, полуметалла или сильно легированного примесного полупроводника n -типа (p -типа) проводимости в однородном

периодическом во времени магнитном поле

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \exp(-i\omega t). \quad (1)$$

Это поле индуцирует вихревое электрическое поле, которое определяется из уравнения индукции Максвелла и имеет вид [8]

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2c} \left[\mathbf{r} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right] = \frac{\omega}{2ic} [\mathbf{r} \mathbf{H}_0] \exp(-i\omega t), \quad (2)$$

где ω — угловая частота волны, c — скорость света, \mathbf{H}_0 — амплитуда магнитного поля волны, \mathbf{r} — радиус-вектор (начало координат в центре частицы).

Поле (2) вызывает вихревые токи, которыми обусловлено магнитное дипольное поглощение излучения в частице. Средняя диссипируемая мощность (в единицу времени) в объеме частицы определяется выражением [8]

$$\mathbf{Q} = \int \overline{(\operatorname{Re} \mathbf{E}) \cdot (\operatorname{Re} \mathbf{j})} d^3r = 1/2 \operatorname{Re} \int \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}^* d^3r, \quad (3)$$

где чертой обозначено усреднение по времени, а звездочкой — комплексное сопряжение, \mathbf{j} — плотность вихревого тока.

При условии $a \gg \lambda$ для нахождения тока \mathbf{j} можно применить локальный закон Ома

$$\mathbf{j} = \Sigma(\omega) \mathbf{E},$$

$$\Sigma(\omega) = \Sigma(0)/(1 - i\tau\omega), \quad (4)$$

где $\Sigma(\omega)$ — проводимость Друде.

Разделив (3) на средний поток энергии в волне $cH_0^2/8\pi$, получим классическую формулу для сечения σ_{cl} магнитного поглощения частицы [8]

$$\sigma_{cl} = \frac{8\pi \Sigma(0) \omega^2 \alpha^2}{15c^3(1 + \omega^2 \tau^2)}, \quad (5)$$

где $\Sigma(0) = e^2 n \tau / m$ — статическая проводимость, e — заряд электрона, n и m — соответственно равновесная концентрация и эффективная масса электрона (дырки), τ — время релаксации.

Если радиус частицы a сравним с длиной свободного пробега электрона (дырки) λ , то макроскопическая электродинамика становится неприменима: связь между \mathbf{E} и \mathbf{j} носит нелокальный характер. Электрическое поле действует на носители заряда в частице, что вызывает отклонение f_1 их функции распределения f от равновесной фермиевской f_0

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = f_0(\varepsilon) + f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}), \quad (6)$$

$$f_0 = \frac{1}{\exp((\varepsilon - \mu)/k_0T) + 1}. \quad (7)$$

Здесь $\varepsilon = mv^2/2$ — кинетическая энергия электрона (дырки) в случае сферически-симметричной энергетической зоны, μ — химический потенциал, T — температура частицы, k_0 — постоянная Больцмана. Действие поля приводит к возникновению вихревого тока

$$\mathbf{j} = e \int \mathbf{v} f 2 \frac{d^3(mv)}{h^3} = 2 \left(\frac{m}{h} \right)^3 e \int \mathbf{v} f_1 d^3v. \quad (8)$$

Таким образом, задача сводится к отысканию отклонения f_1 функции распределения от равновесной фермиевской функции f_0 , возникающего под воздействием вихревого поля (2). В линейном (по внешнему полю) приближении функция f_1 удовлетворяет кинетическому уравнению Больцмана [9,10]

$$-i\omega f_1 + \mathbf{v}(\partial f_1/\partial \mathbf{r}) + e\mathbf{v}\mathbf{E}(\partial f_0/\partial \varepsilon) = -f_1/\tau. \quad (9)$$

Здесь предполагается стационарная зависимость от времени ($f_1 \sim e^{-i\omega t}$), а интеграл столкновений взят в приближении времени релаксации

$$(df_1/dt)_s = -f_1/\tau. \quad (10)$$

Таким образом, решая уравнение (9), найдем функцию f_1 , затем ток \mathbf{j} (8) и среднюю диссипируемую мощность Q (3). Однозначное решение уравнения возможно лишь при задании граничного условия на поверхности частицы для неизвестной функции f_1 . Физически это означает, что при условии $a \leq \lambda$ сечение поглощения существенно зависит от характера взаимодействия носителей заряда с границей. В работе [7] получено решение рассматриваемой задачи для случая диффузного отражения носителей заряда, что соответствует граничному условию, при котором сразу после отражения функция распределения оказывается равновесной

$$f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = 0 \quad \text{при} \quad \begin{cases} |\mathbf{r}| = a, \\ \mathbf{r} \cdot \mathbf{v} < 0. \end{cases} \quad (11)$$

В настоящей работе рассматриваются общие граничные условия, позволяющие моделировать различные случаи смешанного (диффузно-зеркального) отражения носителей заряда от границы образца

$$f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = qf_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}') \quad \text{при} \quad \begin{cases} |\mathbf{r}| = a, \\ \mathbf{r} \cdot \mathbf{v} < 0. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь $\mathbf{v}' = \mathbf{v} - 2\mathbf{r}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})/a^2$ — вектор скорости при зеркальном отражении от внутренней поверхности сферы в

точке \mathbf{r} ($|\mathbf{r}| = a$) переходит в вектор \mathbf{v} , q — коэффициент зеркальности (вероятность зеркального отражения) [6]

$$0 \leq q \leq 1. \quad (13)$$

Очевидно, что при $q = 0$ условие (12) совпадает с (11), а при $q = 1$ отражение становится чисто зеркальным, так что изменение q в пределах (13) позволяет рассмотреть различные варианты отражения носителей заряда от границы образца. В настоящей работе проводится исследование зависимости сечения поглощения проводящей частицы от коэффициента зеркальности q при различных температурах.

Математическая модель и расчет

Кинетическое уравнение (9) решено методом характеристик [11]. Вдоль характеристики (траектории)

$$d\mathbf{r} = \mathbf{v}dt \quad (14)$$

изменение f_1 определяется уравнением

$$df_1 = - \left(v f_1 + e(\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) dt, \quad (15)$$

где

$$v = \tau^{-1} - i\omega \quad (16)$$

— комплексная частота рассеяния.

Граничное условие (12) позволяет проследить за изменением f_1 вдоль зеркально отражающейся траектории. В точке отражения $t = t_n$ функция $f_1(t)$ испытывает скачок

$$f_1(t_n + 0) = qf_1(t_n - 0), \quad (17)$$

где n — целочисленный индекс, который нумерует точки отражения в порядке их появления при направленном движении по траектории „зеркально отражающегося“ электрона (дырки); t_n — значение параметра n -го отражения.

При зеркальном отражении угловой момент сохраняется: $[\mathbf{r}\mathbf{v}] = [\mathbf{r}\mathbf{v}']$, поэтому на рассматриваемой траектории

$$[\mathbf{r}\mathbf{v}] = \text{const}, \quad (18)$$

а разность $t_n - t_{n-1}$ не зависит от номера n точки отражения

$$t_n = nT + \text{const}, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad (19)$$

где T — время пролета со скоростью \mathbf{v} от точки \mathbf{r}_{n-1} до точки \mathbf{r}_n

$$T = -2(\mathbf{v}_n \cdot \mathbf{r}_n)/v^2. \quad (20)$$

Величина $\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}$ также постоянна на траектории (см. формулу (2))

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{v} = \frac{\omega}{2ic} [\mathbf{r}\mathbf{H}] \cdot \mathbf{v} = \frac{i\omega}{2c} [\mathbf{r}\mathbf{v}] \cdot \mathbf{H} = \text{const}. \quad (21)$$

Решая уравнение (15) в интервале (t_{n-1}, t_n) и применяя условие (17), получаем связь между начальными значениями f_1 на двух соседних звеньях траектории

$$f_1(t_n + 0) = q \left\{ -\frac{e(\mathbf{E} \cdot \mathbf{v})}{v} \cdot \left(\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) (1 - \exp(-vT)) + f_1(t_{n-1} + 0) \exp(-vT) \right\}. \quad (22)$$

Выражая затем с помощью этого рекуррентного соотношения $f_1(t_{n-1} + 0)$ через $f_1(t_{n-2} + 0)$ и т.д., получаем выражение для $f_1(t_n + 0)$ через сумму геометрической прогрессии со знаменателем $q \exp(-vT)$. Суммируя ее, получаем

$$f_1(t_n + 0) = -q \times \left[\frac{e(\mathbf{E} \cdot \mathbf{v})}{v} \cdot \left(\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) (1 - \exp(-vT)) \right] / (1 - \exp(-vT)). \quad (23)$$

Интегрируя уравнение (15) с начальным условием (23), находим

$$f_1(t) = \frac{e(\mathbf{E} \cdot \mathbf{v})}{v} \left(\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) \left[\frac{(1-q) \exp(-vt)}{1-q \exp(-vT)} - 1 \right]. \quad (24)$$

Параметры t и T можно связать с координатами точки (\mathbf{r}, \mathbf{v}) в фазовом пространстве условиями [2]

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}t; \quad \mathbf{v} \cdot \mathbf{r}_0 < 0; \quad \mathbf{r}_0^2 = a^2; \quad T = -2(\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}_0)/a^2. \quad (25)$$

Здесь параметр t имеет смысл времени движения электрона (дырки) вдоль траектории от границы до точки \mathbf{r} со скоростью \mathbf{v} . Исключив из (25) \mathbf{r}_0 , получим

$$t = [(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}) + ((\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})^2 + v^2(a^2 - r^2))^{1/2}] / v^2, \quad (26)$$

$$T = 2((\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})^2 + v^2(a^2 - r^2))^{1/2} / v^2. \quad (27)$$

Соотношения (25)–(27) полностью определяют функцию $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$. Найденная функция распределения позволяет рассчитать ток (8)

$$j = \frac{Ee^2na}{8v_1z} \cdot \left[\int_{-1}^1 \int_0^\infty \left(1 - \frac{(1-q) \exp(-z\eta)}{1-q \exp(-z\eta_0)} \right) \times \frac{u^{3/2} \exp(u - u_\mu)}{(\exp(u - u_\mu) + 1)^2} (1 - \beta^2) dud\beta \right] \cdot A, \quad (28)$$

$$A = \left[\int_0^\infty \frac{u^{1/2} du}{\exp(u - u_\mu) + 1} \right]^{-1},$$

$$z = va/v_1 = x - iy, \quad x = a/(v_1\tau), \quad y = a\omega/v_1, \quad (29)$$

$$\eta = v_1t/a = (v_1/v) [\xi\beta + (\xi^2\beta^2 + 1 - \xi^2)^{1/2}], \quad (30)$$

$$\eta_0 = 2(v_1/v) (\xi^2\beta^2 + 1 - \xi^2)^{1/2}, \quad (31)$$

$$\xi = r/a, \quad \beta = \cos(\widehat{\mathbf{v}; \mathbf{r}}) = (\mathbf{v} \cdot \mathbf{r})/(vr), \quad (32)$$

$$u = mv^2/(2k_0T), \quad u_\mu = \mu/(k_0T). \quad (33)$$

Здесь безразмерные переменные x, y и z нормированы на характерную скорость носителей заряда v_1 , которая вводится следующим образом:

$$n \cdot v_1 = \frac{5}{3} \int v^2 f_0 \frac{2d^3(mv)}{h^3}. \quad (34)$$

Для случая вырожденного ферми-газа при $T \rightarrow 0$ $v_1 \rightarrow v_0$, где v_0 — фермиевская скорость, определяемая выражением (34) для функции Ферми $f_0(T \rightarrow 0)$. В другом предельном случае при $T \rightarrow \infty$ $v_1 \rightarrow \sqrt{5kT/m}$, т.е. имеет порядок средней тепловой скорости носителей заряда.

Сечение поглощения получим, подставив формулу (28) в интеграл (3) и разделив Q на средний поток энергии в плоской электромагнитной волне

$$\sigma = (4\pi/cH_0^2) \text{Re} \int \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}^* d^3r = \sigma_0 F(x, y, q, u_\mu), \quad (35)$$

$$\sigma_0 = \pi^2 e^2 a^4 v_1 n / (2c^3 m), \quad (36)$$

$$F(x, y, q, u_\mu) = \frac{8y^2}{3z} \left[\text{Re} \int_0^1 \int_{-1}^1 \int_0^\infty \xi^4 (1 - \beta^2) \times \frac{u^{3/2} \exp(u - u_\mu)}{(\exp(u - u_\mu) + 1)^2} \left(1 - \frac{(1-q) \exp(-z\eta)}{1-q \exp(-z\eta_0)} \right) dud\beta d\xi \right] \cdot A. \quad (37)$$

Трехкратный интеграл сводится к двукратному замене переменных $(\xi; \beta) \rightarrow (k; s)$, где

$$k = (\xi^2\beta^2 + 1 - \xi^2)^{1/2}, \quad s = \xi\beta \quad (38)$$

и интегрированием по s в пределах от $-k$ до k

$$F(x, y, q, u_\mu) = \frac{8}{3} y^2 A \text{Re} \times \int_0^1 \int_0^\infty (1 - k^2) k \left[\frac{2k}{z} - \frac{\sqrt{u}(1-q) \exp(-2zk\tilde{v}_1/\sqrt{u})}{\tilde{v}_1 z^2 (1-q \exp(-2zk\tilde{v}_1/\sqrt{u}))} \right] \times \frac{u^{3/2} \exp(u - u_\mu)}{(\exp(u - u_\mu) + 1)^2} dudk. \quad (39)$$

Здесь \tilde{v}_1 — безразмерная скорость: $\tilde{v}_1 = v_1/\sqrt{2k_0T/m}$. Результаты численных расчетов коэффициента поглощения (39) при различных значениях параметров q, u_μ, x, y приведены на рис. 1–4.

Обсуждение результатов

Рассмотрим некоторые предельные случаи.

1. Если отражение чисто диффузное ($q = 0$), в области низких температур ($u_\mu \gg 1$) коэффициент поглощения (39) вычисляется в аналитическом виде и переходит

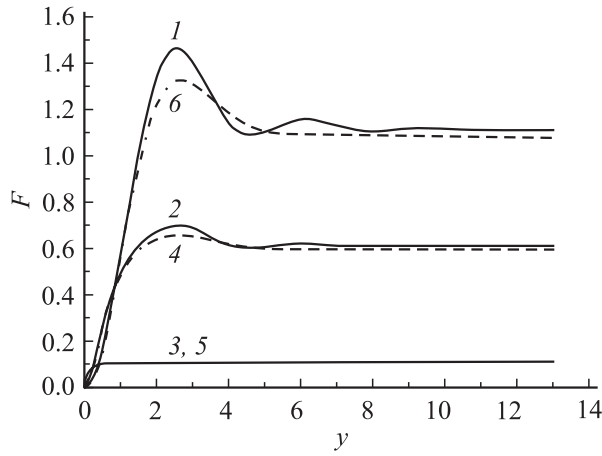


Рис. 1. Зависимость безразмерного сечения поглощения F ($u_\mu = 10$ (сплошные кривые), 0.5 (штриховые)) от безразмерной частоты y при фиксированной обратной длине свободного пробега $x = 0.1$ для различных значений коэффициента зеркальности q : 1, 6 — 0 ; 2, 4 — 0.5 ; 3, 5 — 1 .

в выражение, ранее полученное в [2]. При произвольных температурах интеграл (39) в аналитическом виде не вычисляется, результаты расчетов приведены в работе [7].

2. В пределе чисто зеркального отражения ($q \rightarrow 1$), в области низких температур для коэффициента поглощения получим

$$F \rightarrow F_{cl} = 4y^2 \operatorname{Re} \frac{4}{15z} = \frac{16xy^2}{15(x^2 + y^2)}, \quad (40)$$

что согласуется с классическим результатом (5) и означает, что граница не оказывает влияния на функцию распределения f_1 .

3. Рассмотрим низкочастотное приближение ($y \ll 1$) для случая $q \neq 0$. В пределе $x \rightarrow 0$ (большие длины свободного пробега) для ненулевых температур интеграл (39) существенно упрощается и имеет вид

$$F(x = 0; y \ll 1, q \neq 0, u_\mu) = \frac{4}{9} \sqrt{\frac{5}{3}} \frac{(1+q)}{(1-q)} \times \ln[1 + \exp(u_\mu)] \left[\int_0^\infty \frac{u^{3/2} du}{\exp(u - u_\mu) + 1} \right]^{\frac{1}{2}} \times \left[\int_0^\infty \frac{u^{1/2} du}{\exp(u - u_\mu) + 1} \right]^{-\frac{3}{2}} y^2. \quad (41)$$

Для вырожденной электронной плазмы ($u_\mu \rightarrow +\infty$) в низкочастотной области выражение (41) приводится к виду

$$F(u_\mu \rightarrow +\infty; x = 0; y \ll 1; q \neq 0) = \frac{2(1+q)}{3(1-q)} y^2, \quad (42)$$

что согласуется с результатом работы [6].

4. Рассмотрим другой предельный случай классического газа: $u_\mu \rightarrow -\infty$. В (39) в выражении $(\exp(u - u_\mu) + 1)$ можно пренебречь единицей по сравнению с экспонентой, что существенно упрощает данный интеграл. Разложение по степеням y приводит к дальнейшему упрощению (39) и позволяет получить результат в аналитическом виде

$$F(u_\mu \rightarrow -\infty; x = 0; y \ll 1; q \neq 0) = \frac{4}{9} \sqrt{\frac{10}{\pi}} \frac{(1+q)}{(1-q)} y^2. \quad (43)$$

5. На рис. 1 представлены зависимости безразмерного сечения поглощения F от безразмерной частоты y при заданном значении безразмерной обратной длины свободного пробега $x = 0.1$ и фиксированных значениях u_μ : $u_\mu = 0.5$ и 10 ($u_\mu = \mu/(k_0T)$). Из графиков видно, что с увеличением q при любых температурах спектральная зависимость $F(y)$ становится более монотонной и с ростом y быстрее достигает насыщения. Это связано с тем, что при увеличении коэффициента зеркальности q при любых температурах граница оказывает все меньшее влияние на функцию распределения f_1 , поэтому при $q \rightarrow 1$ для вихревого тока выполняется локальный закон Ома для любых x .

Из рис. 1 также следует, что с увеличением температура сглаживаются осцилляции в сечении поглощения, т. е. вклад нелокальных поверхностных эффектов в сечение поглощения уменьшается.

На рис. 2 для различных значений x и y представлена зависимость $F(q)$ при $u_\mu = 10$. Из графиков видно, что при малых x (больших длинах свободного пробега носителей заряда) кривые $F(q)$ при $q \rightarrow 1$ сходятся к одному значению независимо от частоты y , что согласуется с классическим результатом (40). Следует отметить, что с увеличением x ($x \geq 1$) и y ($y > 1$) при любых температурах зависимость $F(q)$ с ростом q становится близка к линейно убывающей.

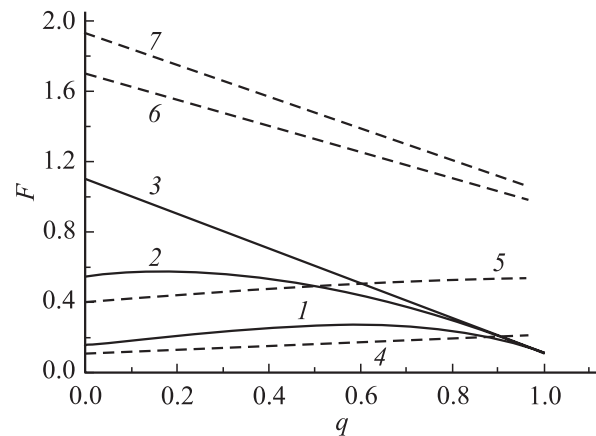


Рис. 2. Зависимость безразмерного сечения поглощения F (при $u_\mu = 10$) от коэффициента зеркальности q при фиксированных обратных длинах свободного пробега $x = 0.1$ (сплошные кривые) и 1 (штриховые) для различных значений безразмерной частоты y : 1, 4 — 0.5 ; 2, 5 — 1 ; 6 — 3 ; 3, 7 — 5 .

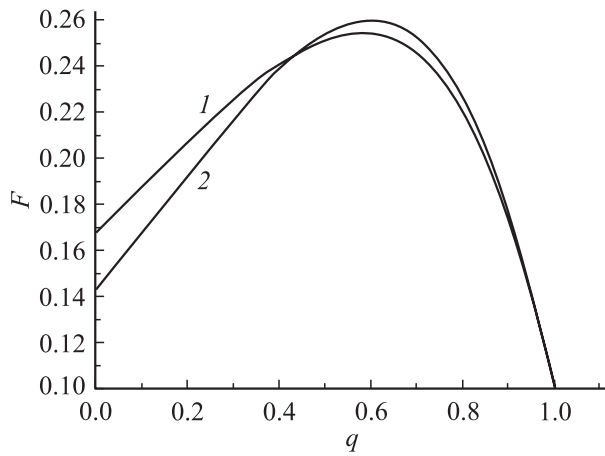


Рис. 3. Зависимость безразмерного сечения поглощения F от коэффициента зеркальности q при различных температурах ($u_\mu = 0.1$ (1), 10 (2)) и фиксированных значениях x и y ($x = 0.1, y = 0.5$).

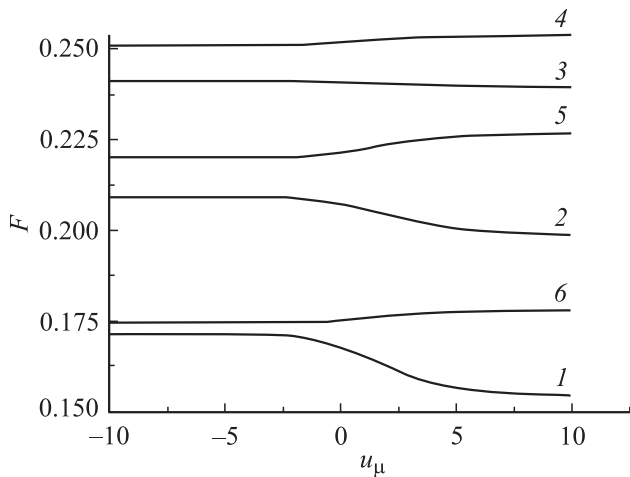


Рис. 4. Зависимость безразмерного сечения поглощения F от величины u_μ ($u_\mu = m/k_0T$) при $x = 0.1, y = 0.5$ и различных значениях коэффициента зеркальности q (1-6).

На рис. 3 построены кривые $F(q)$ при различных температурах ($u_\mu = 0.1$ и 10) для $x = 0.1$ и $y = 0.5$. Из графиков видно, что наибольшее различие между кривыми достигается в случае чисто диффузного отражения ($q = 0$), что является характерным для всего диапазона температур.

На рис. 4 для различных значений q построены зависимости F от $u_\mu = u/(k_0T)$ при заданных значениях x и y . Видно, что кривые $F(u_\mu)$ при больших и малых значениях u_μ выходят на различные асимптотики. Вид кривой $F(u_\mu)$ меняется в зависимости от коэффициента зеркальности, при этом максимальное отличие в асимптотиках при заданных x и y достигается при $q = 0$ и составляет 11%.

Список литературы

- [1] Морохов И.Д., Петин В.И., Трусов Л.И., Петрунин В.Ф. // УФН. 1981. Т. 133. С. 653–692.
- [2] Лесскис А.Г., Пастернак В.Е., Юшканов А.А. // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. Вып. 1 (7). С. 310–317.
- [3] Томчук П.М., Томчук Б.П. // ЖЭТФ. 1997. Т. 112. Вып. 2 (8). С. 661–678.
- [4] Завитаев Э.В., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. // ЖЭТФ. 2001. Т. 71. Вып. 11. С. 114–118.
- [5] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
- [6] Лесскис А.Г., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. // Поверхность. 1987. Вып. 11. С. 115–121.
- [7] Кузнецова И.А., Юшканов А.А. // Опт. и спектр. 2003. № 4. С. 669–673.
- [8] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 10. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1972. 735 с.
- [9] Займан Дж. Электроны и фононы. М.: ИЛ, 1962. 488 с.
- [10] Харрисон У. Теория твердого тела. М.: Мир, 1972. 616 с.
- [11] Курант Р. Уравнения с частными производными. М.: Мир, 1964. Гл. II.