04:05:12

Исследование проводимости металлов вблизи критической точки с помощью электрического взрыва микропроводников в воде

© В.И. Орешкин,¹ Р.Б. Бакшт,¹ А.Ю. Лабецкий,¹ А.Г. Русских,¹ А.В. Шишлов,¹ П.Р. Левашов,² К.В. Хищенко,² И.В. Глазырин³

¹ Институт сильноточной электроники СО РАН, 634055 Томск, Россия ² Институт теплофизики экстремальных состояний Объединенного института высоких температур РАН, 125412 Москва, Россия ³ Российский федеральный ядерный центр, Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики, 456770 Снежинск, Россия e-mail: oreshkin@ovpe.hcei.tsc.ru konst@ihed.ras.ru i.v.glazyrin@vniitf.ru

(Поступило в Редакцию 1 декабря 2003 г.)

Экспериментально и численно исследуется электрический взрыв алюминиевых и вольфрамовых микропроводников в воде. В экспериментах диапазон изменения токов через проводник составлял 0.1-1 kA при временах взрыва 40-300 ns и плотности тока через проводник до 1.5 · 10⁸ A/cm². Для интерпретации экспериментальных результатов с помощью магнитогидродинамического моделирования использовались различные модели проводимости металла. На основе сравнения результатов экспериментов и численных расчетов делается заключение об адекватности используемых моделей проводимости металлов.

Введение

Электрический взрыв проводников (ЭВП) уже долгие годы привлекает интерес исследователей [1]. С одной стороны, это связано с привлекательностью ЭВП как объекта фундаментальных исследований, так как в веществе взрывающейся проволочки термодинамические параметры (температура и удельный объем) достигают экстремальных значений. С другой стороны, взрывающиеся проволочки широко используются в различных технических приложениях: для обострения электрической мощности в высоковольтной импульсной технике [2]; для получения нанопорошков [3]; в качестве мощных источников мягкого рентгеновского излучения в многопроволочных лайнерах [4,5]. Для моделирования процесса ЭВП традиционно используется магнитогидродинамическое (МГД) приближение. Численные расчеты в рамках этого приближения требуют предварительного знания уравнения состояния (УРС) вещества в широком диапазоне термодинамических параметров, а также коэффициентов переноса, наиболее важным из которых является электропроводность. Причем если для описания термодинамических свойств металлов существуют целый ряд полуэмпирических моделей и различные базы данных, то вопросы, связанные с коэффициентами переноса в области перехода металл-диэлектрик и вблизи критической точки, значительно менее изучены. Эксперименты и МГД моделирование ЭВП служат, с одной стороны, источником информации об электропроводности вещества в этой области, а с другой стороны, позволяют судить о корректности той или иной модели проводимости. С этой точки зрения наибольший интерес

представляет ЭВП не в вакууме, где проявляются такие явления, как стратообразование, десорбция газа с поверхности металла и т.д., которые напрямую не связаны с транспортными свойствами проводника, а в жидком диэлектрике, в частности, в воде [6].

Как известно [2], при электрическом взрыве проводников в начальной его стадии, стадии нагрева, параметры вещества металла движутся вдоль жидкой ветви бинодали, т.е. вдоль границы конденсированного и двухфазного (смесь жидкости и пара) состояний. А собственно взрыв проводника происходит в окрестности критической точки, т.е. той точки фазовой диаграммы, в которой исчезает раздичие между жидкой и газовой фазами. Поэтому для моделирования электрического взрыва проводников особенно важным является вопрос о зависимости проводимости металла в окрестностях критической точки от скорости ввода энергии в вещество проводника. Действительно, в этой двухфазной области фазовой диаграммы вещество представляет собой смесь паров и капельной фракции жидкого металла, а размер капельной фракции как раз определяется скоростью ввода энергии. Кроме того, в этой области возможно существование металла в метастабильном состоянии, т.е. в виде перегретой жидкости, проводимость которой может существенно отличаться от проводимости парокапельной смеси. Времена релаксации перегретого металла в парокапельную смесь составляют 1-10 ns. Поэтому мы применяли одни и те же модели проводимости как для моделирования ЭВП при микросекундных временах нарастания тока, когда метастабильные состояния металла не должны играть существенной роли, так и для моделирования ЭВП при наносекундных длительностях импульсов тока. В данной работе экспериментально и численно исследуется электрический взрыв алюминиевых и вольфрамовых проволочек в воде при различных режимах энерговклада с варьированием времени нарастания тока. Целью работы является оценка проводимости металлов в окрестности критической точки. Проводится сравнение результатов измерений и МГД моделирования, в котором используются различные методики описания теплофизических свойств среды. Критерием справедливости оценок величины проводимости металла вблизи критической точки служит согласие экспериментальных результатов и результатов МГД моделирования электрического взрыва микропроводников.

Методика эксперимента

Эксперименты проводились на генераторе тока, эквивалентная схема которого представлена на рис. 1. Генератор тока представлял собой LC-контур, состоящий из конденсаторной батареи емкостью $C = 0.067 \, \mu \text{F}$, собранной из конденсаторов ИКЧ-50-0.035, которая через управляемый газовый разрядник и индуктивность L разряжалась на нагрузку. Индуктивность L — это съемный соленоид, в экспериментах она имела одно из двух значений 2.25 и 0.73 µH, что позволяло проводить взрывы проволочек в различных режимах нарастания тока. Активное сопротивление контура R в двух этих режимах составляло 0.47 и 0.35 Ω соответственно (без учета сопротивления микропроводника). Узел нагрузки располагался внутри рабочей камеры генератора. В качестве обратного токопровода использовались 6 стержней диаметром 1 ст, расположенных равномерно по окружности диаметром 10 cm. Стержневой обратный токопровод был выбран из соображений минимальной паразитной емкости узла нагрузки. При проведении экспериментов сопротивление воды было не хуже 150 kΩ/cm. После каждого выстрела вода заменялась и подвергалась очистке и деионизации.

В экспериментах использовалась следующая электрофизическая диагностика: активный высокоомный делитель, индуктивная петля, располагавшаяся со стороны



Рис. 1. Электрическая схема экспериментальной установки.



Рис. 2. Осциллограммы напряжения при взрыве проводников при различных значениях паразитной емкости.

высоковольного электрода (анода), а также шунт, который был расположен со стороны земляного электрода (рис. 1).

Импеданс узла нагрузки складывается из импеданса микропроводника, состоящего из переменных активного и индуктивного сопротивлений проволочки, и реактанса паразитной емкости С_w межэлектродного промежутка. При резком изменении напряжения на промежутке часть тока уходит на зарядку паразитной емкости. В результате зависимость тока от времени, измеренная со стороны высоковольтного электрода, отличается от зависимости тока от времени, измеренной на земляном электроде. Поскольку производная напряжения в момент взрыва проводника может достигать больших величин, то и наличие паразитной емкости на уровне нескольких пикофарад может привести к значительным потерям тока и уменьшению регистрируемого пикового напряжения. Такая ошибка в измерениях приводит к последующей неправильной интерпретации полученных результатов. Нами было сделано несколько тестовых взрывов микропроводников при различных величинах паразитной емкости (рис. 2). Из приведенных осциллограмм становится очевидной связь паразитной емкости и полученных показаний датчиков. В наших экспериментах емкость межэлектродного зазора была минимизирована и составляла C_w = 55 pF. Указанная величина паразитной емкости была включена в используемую при расчетах схему электрического контура.

Магнитогидродинамическая модель

Моделирование процесса электрического взрыва проводников проводилось в рамках однотемпературного магнитогидродинамического приближения. В случае цилиндрической геометрии МГД уравнения имеют вид

$$\frac{d\rho}{dt} + \frac{\rho}{r}\frac{\partial v}{\partial r} = 0; \qquad (1)$$

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial \rho}{\partial r} - j_z B_{\varphi}; \qquad (2)$$

$$\rho \frac{d\varepsilon}{dt} = -\frac{p}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{j_z^2}{\sigma} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right); \qquad (3)$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial B_{\varphi}}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial r}; \quad j_z = \frac{c}{4\pi r}\frac{\partial (rB_{\varphi})}{\partial r}; \quad (4)$$

$$j_z = \sigma E_z; \tag{5}$$

$$\varepsilon = f(\rho, T); \quad p = f(\rho, T),$$
 (6)

где

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial r}$$

— субстанциональная производная; ρ , T — плотность и температура вещества; v — радиальная компонента скорости; p, ε — давление и внутренняя энергия; B_{φ} — азимутальная компонента напряженности магнитного поля; E_z — аксиальная компонента напряженности электрического поля; j_z — аксиальная компонента плотности тока; κ , σ — коэффициент теплопроводности и проводимость соответственно.

Уравнения (1)-(6) решались численно с помощью одномерного МГД кода [7], написанного в лагранжевых координатах. В этом коде при решении уравнений гидродинамики (1)-(3) использовалась явная разностная схема "крест" [8], в которой для расчета ударных волн вводилась комбинированная псевдовязкость (линейная и квадратичная). Для решения уравнений Максвелла (4), дополненных законом Ома (5), а также для решения уравнения теплопроводности использовались неявные разностные схемы, основанные на методе потоковой прогонки [9]. При численном моделировании взрыва электрических проводников в воде расчетная сетка состояла из двух областей: вещество проводника и вода. Предполагалось, что проводимость воды равна нулю, поэтому весь ток протекает по металлу, а в воде рассматривается лишь прохождение ударной волны.

Граничное условие, накладываемое на уравнения Максвелла, имело вид

$$B_{\varphi}(R) = \frac{2I_n}{cR},\tag{7}$$

где *R* — внешний радиус проволочки, *I_n* — ток, протекающий через проволочку.

Величина тока, протекающего через проволочку, определялась из совместного решения уравнений Максвелла и системы уравнений электрического контура, представленного на рис. 1. В схеме электрического контура учитывалась паразитная емкость.

Система МГД уравнений замыкается уравнениями состояния вещества (6). Для металлов использовались широкодиапазонные уравнения состояния [10,11], полученные на основе полуэмпирической модели [10]. В этой модели учитываются эффекты высокотемпературного плавления и испарения, а специальная табличная фор-

ма УРС [11] дает возможность учесть метастабильные состояния жидкости и газа на фазовой диаграмме. Для воды было использовано УРС [12].

В расчетах для определения электропроводности алюминия использовалось два различных метода. В первом электропроводность алюминия определялась по таблицам проводимости [13], составленным М. Дежарли в Национальной Лаборатории Сандия (США) на основе модели [14], модифицированной с учетом экспериментальных данных. Во втором электропроводность определялась по расчетно-экспериментальной методике [15], в которой проводимость рассматривается как некая эмпирическая функция плотности и удельной энергии, вложенной в вещество. Кроме того, в этой методике проводимость параметрически зависит от конкретного вида уравнения состояния вещества.

Таблицы проводимости в рамках этой методики строятся таким образом. Имеются следующие исходные данные: 1) зависимость $\sigma_1(T, \delta = 1)$ при нормальной плотности вещества, которая является табличной величиной; 2) зависимость проводимости в газоплазменной области, которая рассчитывается по классическим формулам [16]. В переходной области, вблизи критической точки, проводимость задается в параметрической форме, несколько видоизмененной нами по сравнению с [15], введен новый параметр γ , который в [15] был тождественно равен единице:

$$\lg \frac{\sigma(T,\delta)}{\sigma_1(T,\delta=1)} = \Phi(T,\delta) \lg \frac{\sigma_{\rm cr}}{\sigma_1} \left(\frac{\lg \delta}{\lg \delta_{\rm cr}}\right)^{\gamma}, \qquad (8)$$

где $\sigma_{\rm cr}$ — проводимость в критической точке; $\delta = -\rho/\rho_0$ — относительная плотность вещества; ρ_0 — нормальная плотность вещества; $\delta_{\rm cr}$ — относительная плотность вещества в критической точке; $\Phi(T, \delta)$ — функция порядка единицы, зависящая от положения границы смеси фаз.

При построении таблиц проводимости величина $\sigma_{\rm cr}$ является варьируемым параметром и предполагается, что она не зависит от температуры. Значение проводимости в критической точке подбирается таким образом, чтобы результаты МГД моделирования наилучшим образом согласовывались с совокупностью экспериментальных данных.

Сравнение таблиц проводимости алюминия [13] с таблицами проводимости, построенными по методике [15], показывает, что для них имеет место хорошее качественное и количественное соответствие. Для электропроводности вольфрама мы не имели данных, подобных таблицам [13] для алюминия, поэтому МГД расчеты проводились только с использованием таблиц, построенных по расчетно-экспериментальной методике [15]. В этом случае значение параметра γ было выбрано равным 2.2 в отличие от алюминия, где его значение, так же как и в [15], было равно $\gamma = 1$.

Сравнение и обсуждение экспериментальных и расчетных результатов

Эксперименты по электрическому взрыву и МГД расчеты проводились для алюминиевых и вольфрамовых микропроводников различных диаметров. В экспериментах измерялись ток через проводник и напряжение на проводнике, эти же величины вычислялись и при численном моделировании электрического взрыва. Кроме этого, в расчетах вычислялась величина тока через узел нагрузки, который складывался из тока через проволочку и тока смещения, протекающего через паразитную водяную емкость. Сравнение расчетных и экспериментальных зависимостей тока и напряжения позволяет судить об адекватности используемых в расчетах моделей проводимости и моделей уравнений состояний вещества.

На рис. 3, а приведены экспериментальные осциллограммы тока через образец и напряжения на нем



Рис. 3. Экспериментальные (a) и расчетные (b, c) зависимости тока и напряжения при взрыве алюминиевой проволочки в режиме $L = 2.25 \,\mu\text{H}, U_0 = 10 \,\text{kV}$. Расчет: b — с электропроводностью [13], c — с электропроводностью [15].

для взрыва алюминиевой проволочки диаметром 15 µm и длиной 2.6 cm при параметрах контура $L = 2.25 \,\mu\text{H}$, $U_0 = 10 \,\text{kV}$. Из рисунка видно, что практически сразу после максимума напряжения ток через проводник падает почти до нуля. Другими словами, канал разряда перестает существовать. Колебания, регистрируемые датчиками тока и напряжения, связаны с перезарядкой паразитной емкости C_w . На рис. 3, b показаны расчетные зависимости тока через микропроводник и напряжения на межэлектродном промежутке. В этом случае вычисления проводились с использованием уравнения состояния [10] и таблиц электропроводности [13]. Как видно из рисунка, между экспериментальными и расчетными кривыми имеется хорошее соответствие. Совпадают как момент времени взрыва, так и амплитуды напряжения. Кроме этого, на обоих рисунках можно видеть момент плавления проволочки ~ 60 ns. Максимумы напряжения после взрыва обусловлены перезарядкой паразитной емкости С_w.

На рис. 3, с приведены временные зависимости тока и напряжения, рассчитанные для этого же режима, с использованием уравнения состояния [10] и таблиц проводимости, составленных по методике [15]. Как видно из сравнения рис. 3, а и 3, с, и в этом случае имеет место хорошее согласие между экспериментальными и расчетными кривыми. Здесь, так же как и при использовании таблиц проводимости [13], удается описать момент взрыва и амплитуду напряжения с достаточно хорошей точностью. Это связано с тем, что и характер изменения, и абсолютная величина проводимости металла в интервале от конденсированного состояния до критической плотности в моделях [13] и [15] приблизительно совпадают. Так, электропроводность алюминия при критической плотности, определенная в соответствии с методикой [15], составляет $\sigma_{\rm cr} = 2.8 \cdot 10^3 \,\Omega \cdot {\rm cm}.$ Отличие этого значения от значений проводимости в таблицах [13] в диапазоне температур от комнатной до ~ 3 eV (что почти в пять раз выше температуры в критической точке) не превышает 40%. При более высоких температурах расхождения более значительны, а при температурах порядка 100 eV проводимость при критической плотности становится плазменной. Однако при взрыве проводников в области плотностей, близких к критической, столь высокие температуры не достигаются.

Отметим, что расчеты проводились как с учетом, так и без учета возможности реализации метастабильных состояний металла. При этом учет метастабильных состояний несущественно повлиял на вольт-амперные характеритики электрического взрыва проволочек. Отличие результатов составило десятые доли процента (погрешность эксперимента значительно выше). Более существенным оказалось влияние эффектов перегрева жидкой фазы на распределение плотности по радиусу проводника, как это и было отмечено ранее в работе [11].

Время Напряжение Максималь-Зарядное Индукпри взрыве, kV ный ток. А взрыва, ns напрятивность жение, экспеpac экспеpacэкспеpacnH kV римент чет римент чет римент чет 2251 135 124 230 10 20.7 24.7 200 2251 81 305 20 80 42 54.8 273 20 48 45.1 28.9 39 383 450 730

Таблица 1. Сравнение экспериментальных и расчетных параметров при взрыве алюминиевых проводников диаметром 15 μ m и длиной 2.6 cm

Таблица 2. Сравнение экспериментальных и расчетных параметров при взрыве вольфрамовых проводников диаметром 30 µm и длиной 2 cm

Индук- тивность, nH	Зарядное напря-	Время взрыва, ns		Напряжение при взрыве, kV		Максималь- ный ток, А	
	жение,	экспе-	pac-	экспе-	pac-	экспе-	pac-
	kV	римент	чет	римент	чет	римент	чет
2251	10	471	434	15.5	12	417	482
2251	20	239	230	33.3	37.3	607	671
2251	30	167	175	44	60	805	853
730	10	369	389	10.8	10.1	541	646
730	20	169	160	26.5	25.6	735	832
730	30	113	105	41	51	970	1100

Полная сводка экспериментальных данных и их сравнение с расчетом приведены в табл. 1. В ней приведены усредненные по пяти выстрелам величины максимального тока, напряжения и времени взрыва, измеренного как интервал времени до максимума напряжения. При расчете использовалось значение проводимости, полученной по расчетно-экспериментальной методике [15]. Видно, что погрешность при расчете составляет около 20% в довольно широком диапазоне параметров.

При моделировании электрического взрыва вольфрамовых проводников мы использовали таблицы проводимости, построенные в соответствии с методикой [15]. Для вольфрама параметры критической точки существенно отличаются от параметров критической точки алюминия. Так, для вольфрама $\rho_{\rm cr} = 4.85 \,{\rm g/cm}^3$, $T_{\rm cr} = 1.36 \,{\rm eV}$, а для алюминия $\rho_{\rm cr} = 0.64 \,{\rm g/cm}^3$, $T_{\rm cr} = 0.67 \,{\rm eV}$. В то же время проводимость при критической плотности для этих веществ отличается несущественно, для вольфрама она равна $\sigma_{\rm cr} = 2.6 \cdot 10^3 \,\Omega \cdot {\rm cm}$.

На рис. 4, *а* приведены экспериментальные осциллограммы тока через проволочку и напряжения на ней для режима взрыва вольфрамовой проволочки диаметром $30\,\mu\text{m}$ и длиной 2 ст при $L = 0.73\,\mu\text{H}$, $U_0 = 20\,\text{kV}$. На рис. 4, *b* показаны расчетные зависимости тока через проволочку и напряжения на ней. Как видно, в случае вольфрамовых проводников совпадение между экспериментальными и расчетными кривыми несколько хуже, чем для алюминия. В частности, на расчетной кривой напряжения более сильно по сравнению с экспериментальной кривой выражен первый максимум, соответствующий плавлению металла. Однако абсолютная величина и время второго максимума напряжения, который мы считаем моментом взрыва, совпадают достаточно хорошо. В момент взрыва параметры вещества проводника близки к параметрам критической точки (т.е. температура $1-1.5 \, \text{eV}$, плотность $2-6 \, \text{g/cm}^3$), а сопротивление резко возрастает.

Полная сводка экспериментальных данных по взрыву вольфрамовых проводников и сравнение с расчетом приведены в табл. 2. Как и ранее, для каждого набора параметров производились пять выстрелов. При расчете использовались значения проводимости, полученные по расчетно-экспериментальной методике [15]. Видно, что погрешность при расчете не хуже, чем для алюминия, и не превышает 20% в довольно широком диапазоне параметров.

Для проверки применимости таблиц проводимости вольфрама для описания взрыва проводников в режимах с микросекундными временами нарастания тока было проведено моделирование взрыва вольфрамового проводника в условиях экспериментов, описанных в [17]. В этих экспериментах генератор тока также представлял собой *LC*-контур с параметрами $C = 6 \mu$ F, $L = 4.5 \mu$ H, $U_0 = 20$ kV. Взрываемые проволочки имели диаметр 0.35 mm при длине 8.7 cm, взрыв проволочки также осуществлялся в воде. Результаты моделирования



Рис. 4. Экспериментальные (a) и расчетные (b) зависимости тока и напряжения при взрыве вольфрамовой проволочки в режиме $L = 0.73 \,\mu$ H, $U_0 = 20$ kV.



Рис. 5. Экспериментальные (□ — ток, • — напряжение) и расчетные (сплошные кривые) зависимости тока и напряжения при микросекундном взрыве вольфрамовой проволочки.

представлены на рис. 5. На нем сплошные кривые расчетные зависимости тока и напряжения от времени, а значками показаны экспериментальные значения этих величин. Как видно из рисунка, несмотря на то что таблицы проводимости вольфрама были построены на основе экспериментов по взрыву проволочек в режимах с наносекундными временами нарастания тока, они удовлетворительно описывают и электрический взрыв проволочек в режимах, когда времена нарастания тока почти на три порядка выше. Расчетные кривые хорошо согласуются с экспериментальными как по времени взрыва, так и по амплитуде напряжения, рассогласование расчетных и экспериментальных величин менее 10%. Это говорит о том, что при электрическом взрыве проводимость вольфрама не зависит от скорости ввода энергии в вещество проводника.

Заключение

Таким образом, электрический взрыв проводников в воде достаточно хорошо описывается в рамках магнитной гидродинамики. Экспериментальные данные по взрыву электрических проводников в жидких диэлектриках являются источником информации об электропроводности металла вблизи критической точки. Совпадение экспериментальных данных и результатов МГД моделирования электрических взрывов проводников при существенно различныхх временах нарастания тока генератора свидетельствует о том, что проводимость металла вблизи критической точки является функцией состояния вещества (температуры и плотности) и не зависит от скорости ввода энергии.

Авторы выражают благодарность М. Дежарли за предоставление таблиц проводимости алюминия, а также Н.А. Ратахину и С.И. Ткаченко за полезные дискуссии в ходе выполнения работ.

Работа поддержана грантами МНТЦ № 1826 и РФФИ № 04-02-17292.

Список литературы

- [1] Взрывающиеся проволочки / Под ред. А.А. Рухадзе. М.: ИЛ, 1959.
- [2] Бурцев В.А., Калинин Н.В., Лучинский А.В. Электрический взрыв проводников и его применение в электрофизических установках. М.: Энергоиздат, 1990. 289 с.
- [3] Sedoy V.S., Mesyats G.A., Oreshkin V.I. et al. // IEEE Trans. on Plasma Sci. 1999. Vol. 27. N 4. P. 845–850.
- [4] Pikuz S.A., Shelkovenko T.A., Greenly J.B. et al. // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83. P. 4313–4316.
- [5] Spielman R.B., Deeney C., Chandler G.A. et al. // Phys. Plasmas. 1998. Vol. 5. P. 2105–2112.
- [6] DeSilva A.M., Katsouros J.D. // Phys. Rev. 1998. Vol. E57. P. 6557.
- [7] Орешкин В.И., Седой В.С., Чемезова Л.И. // Прикладная физика. 2001. № 3.
- [8] *Калиткин Н.Н.* Численные методы. М.: Наука, 1978. 511 с.
- [9] Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные схемы газовой динамики. М.: Наука, 1975. 351 с.
- [10] Bushman A.V., Fortov V.E. // Sov. Tech. Rev. B. 1987. Vol. 1. P. 219.
- [11] Ткаченко С.И., Хищенко К.В., Воробьев В.С. и др. // ТВТ. 2001. Т. 39. С. 728.
- [12] Сапожников А.Т., Коваленко Г.В., Герщук П.Д. и др. // ВАНТ. Сер. Мат. моделирование физ. проц. 1991. № 2. С. 15.
- [13] Desjarlais M.P. // Contrib. Plasma Phys. 2001. Vol. 41. N 2–3.
 P. 267.
- [14] Lee Y.T., More R.M. // Phys. Fluids. 1984. Vol. 27. P. 1273.
- [15] Бакулин Ю.Д., Куропатенко В.Ф., Лучинский А.В. // ЖТФ. 1976. Т. 20. С. 1963.
- [16] Калиткин Н.Н. Препринт ИПМ. № 85. М., 1978.
- [17] Kuskova N.I., Tkachenko S.I., Koval S.V. // J. Phys. 1997. Vol. 9. P. 6175–6184.