01;06;07;12 Многослойные структуры с управляемым магнитным полем пропусканием света

© Д.Г. Макаров, В.В. Данилов, В.Ф. Коваленко

Киевский национальный университет им. Т. Шевченко, 01033 Киев, Украина e-mail: lab124@univ.kiev.ua

(Поступило в Редакцию 30 июня 2003 г.)

Учет гиромагнитных свойств многослойных двухкомпонентных структур, одна или обе компоненты которой состоят из магнитоактивного материала, показал, что приложение магнитного поля к таким структурам приводит к появлению у них магнитоуправляемых оптических свойств. Влияние магнитного поля на спектральную резонансную кривую коэффициента пропускания многослойных структур с фазовым сдвигом ("дефектом") проявляется в изменении (увеличении или уменьшении) ее ширины. Использование магнитного поля, прикладываемого к многослойной структуре в поперечной и продольной геометриях, имеет свои существенные особенности. Выполненные расчеты показали возможность практического применения исследуемых эффектов, например, в волоконной оптике.

Введение

В последние годы интенсивно исследуются самые разнообразные способы управления оптическими свойствами сред. Результатами этих работ стала разработка материалов, которые ограничивают распространение света или, наоборот, делают возможным выборочное прохождение через них излучения определенной длины волны. Такие свойства присущи, например, многослойным структурам [1,2].

Периодические структуры такого типа могут выступать в качестве распределенных брэгговских решеток для создания обратной связи в полупроводниковых лазерах [3], фотонных (фононных, магнонных) кристаллов [2,4-8], которые имеют запрещенную зону для распространения излучения с определенной длиной волны, выполнять другие функции. Многослойные структуры могут состоять из магнитных слоев или из чередующихся магнитных и немагнитных слоев. Примерами использования многослойных периодических структур с магнитными слоями могут быть также структуры с эффектом гигантского магнитосопротивления [9] и магнитные зеркала, которые работают на магнитооптическом эффекте Керра [10]. При введении в такую структуру дефекта — еще одного магнитного (или немагнитного) слоя, нарушающего порядок чередования слоев в структуре появляется возможность резонансного пропускания на определенной длине волны, параметры которого определяются положением, размерами и выбранным материалом "дефектного" слоя [5-7].

Эффекты прохождения излучения через многослойные структуры можно характеризовать спектром, который имеет запрещенные зоны. Необходимо учитывать, что при прохождении излучения через такую структуру (или отражении от нее) существуют и могут использоваться магнитооптические эффекты Фарадея (ЭФ), Коттона–Мутона (ЭКМ), Керра [11,12]. Характерные размеры исследуемых на практике многослойных структур составляют несколько десятков микрометров, поэтому при работе с ними и их описании в некотором приближении можно не учитывать затухание излучения.

Исследования многослойных структур с магнитными слоями в основном, как и в [2,4–6], проводились путем их помещения во внешнее магнитное поле фиксированной величины. К структурам прикладывалось внешнее магнитное поле, которое перемагничивало магнитный слой (или слои) или переводило его (их) в состояние насыщения.

Цель нашей работе — исследование изменения параметров спектральной кривой пропускания многослойных двухкомпонентных структур с фазовым сдвигом, помещенных в изменяющееся по величине магнитное поле.

Исследования приведены в приближении учета гиромагнитных свойств магнитной составляющей многослойных структур. Такое приближение корректно в определенном диапазоне длин волн, который зависит от конкретных материалов. Например, выбор в качестве магнитной компоненты многослойной структуры феррит-граната ($\Phi\Gamma$) и длины волны света $\lambda = 1.5 \,\mu m$, которая находится на краю окна прозрачности большинства ФГ, позволяет такое приближение считать корректным. В ближнем инфракрасном диапазоне на краю окна прозрачности ФГ являются бигиротропными средами со сравнимыми вкладами во вращение плоскости поляризации света недиагональных компонент тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей [11,12]. Для больших значений λ (например, для $\lambda > 5 \,\mu m$) $\Phi \Gamma$ характеризуется чисто гиромагнитными свойствами. При измерении магнитной проницаемости ФГ на оптических частотах [13-15] использовалось то обстоятельство, что в области прозрачности ФГ (т.е. на большом удалении от линии поглощения ионов Fe³⁺ или редкоземельных

ионов) можно свести к минимуму гироэлектрический вклад в магнитооптические эффекты, которые в этом случае перестают быть зависимыми от длины волны света.

Таким образом, для детального описания свойств многослойных структур с бигиротропными магнитными слоями необходимо учитывать влияние магнитного поля как на тензор диэлектрической, так и на тензор магнитной проницаемостей. Учет изменений, связанных только с тензором диэлектрической проницаемости бигиротропных сред, недостаточен. Поэтому рассмотрение [4-7], выполненное применительно к исследованию запрещенной зоны магнитных фотонных кристаллов, для выбранных материала и длины волны света неполно, так как не учитывает гиромагнитных свойств материалов. Однако обобщение результатов [4-6] и результатов настоящей работы, в которой учитывается влияние магнитного поля на тензор магнитной проницаемости ферромагнитной составляющей многослойной структуры, позволяет более полно описать поведение оптических параметров многослойных двухкомпонентных структур, состоящих из магнитных и немагнитных диэлектрических слоев под влиянием магнитного поля.

Общие положения

Схематический вид рассматриваемой структуры приведен на рис. 1, а. Поскольку в системе присутствует периодическое изменение показателя преломления, то для излучения (света) с длиной волны $\lambda \approx \lambda_0$ (где λ_0 брэгговская длина волны для данной структуры) между встречными волнами, которые распространяются в такой структуре, возникает связь. Поэтому дальнейший анализ будет проведен на основе использования решения уравнений для связанных волн. Важным параметром в таком описании является коэффициент связи χ . Для периодического изменения показателя премломления коэффициент связи может быть найден аналитически



Рис. 1. Многослойная двухкомпонентная структура (a) и профиль показателя преломления структуры (b) с фазовым сдвигом.

в виде

$$\chi = \frac{k_0^2}{2\beta N^2} \int \Delta n^2(x,z) E_y^2(x) \, dx,$$

где $E_y(x)$ — распределение электрического поля световой волны вдоль 0*X*, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, интеграл определен в области периодического изменения показателя преломления, нормировочный множитель (интенсивность излучения)

$$N^2 = \int_{-\infty}^{\infty} E_y^2(x) \, dx.$$

Сравнивая результаты, полученные для случая расчета коэффициента связи при изменении показателя преломления по гармоничному и по дискретному (прямоугольному) закону, можно сделать вывод [3] о том, что для оценочных расчетов можно приближенно считать изменение показателя преломления в структуре гармоническим

$$n(z) = n_0 + \Delta n \cos(2\beta_0 z + \Omega), \qquad (1)$$

где

$$\Delta n = rac{n_2(H) - n_1(H)}{2}, \quad eta_0 = rac{m \cdot \pi}{\Lambda}$$

m — порядок решетки (будем рассматривать m = 1), Λ — период изменения показателя преломления, Ω фаза изменения показателя преломления в плоскости z = 0.

В этом случае коэффициент связи может быть определен из выражения: $\chi = \pi \Delta n / \lambda_0$. Известно, что для структуры на основе однородного брэгтовского волновода при $\lambda = \lambda_0$ характерно наличие максимума коэффициента отражения. Поэтому для случая пропускания нужно использовать брэгтовский волновод с фазовым сдвигом, у которого в центре происходит прыжок фазы периодической пространственной модуляции показателя преломления (рис. 1, *b*). Изменение показателя преломления для z < 0 и $z \ge 0$ может быть записано, как в (1).

Как отмечалось выше, вследствие периодического изменения показателя преломления для оптических волн с $\lambda \approx \lambda_0$ возникает связь между встречными прямой и обратной волнами с амплитудами R(z) и S(z) соответственно, которая описывается уравнениями связанных волн

$$-\frac{dR}{dz} + (\alpha - j\delta\beta)R = j\chi e^{-j\Omega}S,$$
$$\frac{dS}{dz} + (\alpha - j\delta\beta)S = j\chi e^{-j\Omega}R,$$
(2)

где χ — коэффициент связи, α — коэффициент усиления (или ослабления), $\delta\beta = \beta - \beta_0$.

Рассмотрим вид решения системы (2) в предположении, что на левую стенку структуры z = -L/2 падает излучение с амплитудой R_0 . Если считать, что отражение на обоих концах системы отсутствует, то при учете

граничных условий $R(-L/2) = R_0$, S(L/2) = 0 решение системы (2) примет вид [3]

$$R(z) = \frac{-\Gamma_1 e^{\gamma(z-L/2)} + \Gamma_2 e^{-\gamma(z-L/2)}}{\Gamma_2 e^{\gamma L} - \Gamma_1 e^{-\gamma L}} R_0,$$

$$S(z) = \frac{-e^{\gamma(z-L/2)} + e^{-\gamma(z-L/2)}}{\Gamma_2 e^{\gamma L} - \Gamma_1 e^{-\gamma L}} j\chi R_0,$$
(3)

где введены обозначения $\gamma = \sqrt{\chi^2 + (\alpha - j\delta\beta)^2}, \Gamma_1 = = \gamma + \alpha - j\delta\beta, \Gamma_2 = -\gamma + \alpha - j\delta\beta.$

Приведенные результаты дают возможность легко получить нужные соотношения для брэгговского волновода с фазовым сдвигом. Его свойства описываются с помощью уравнений для связанных волн для левой и правой частей волновода с учетом гораничных условий при $z = \pm 0$

$$R(+0) = e^{-j\Omega}R(-0); \quad S(-0) = e^{-j\Omega}S(+0).$$

Тогда относительный коэффициент пропускания по амплитуде для волны, которая проходит через многослойную структуру [3],

$$t \equiv \frac{R(L/2)}{R_0} = \frac{4\gamma^2 e^{-j\Omega}}{(\Gamma_1 e^{-\gamma L/2} - \Gamma_2 e^{\gamma L/2})^2 + \chi^2 e^{-j2\Omega} (e^{-\gamma L/2} - e^{\gamma L/2})^2}.$$
(4)

На рис. 2 показана зависимость коэффциента пропускания по интенсивности (далее коэффициента пропускания) от длины волны падающего излучения спектральная кривая коэффициента пропускания (далее кривая $|t|^2 = f(\lambda)$). Параметром является глубина модуляции показателя преломления структуры $\delta n = (n_2 - n_1)/(n_2 + n_1)$. Кривая $|t|^2 = f(\lambda)$ состоит из центрального максимума и боковых полос пропускания. На вставке к рис. 2 увеличена область центрального максимума для нескольких значений глубины модуляции δ*n* показателя преломления. Видно, что небольшое изменение величины *бп* приводит к заметным изменениям ширины $\delta \lambda$ центрального максимума кривой $|t|^2 = f(\lambda)$. Поэтому, если каким-либо образом изменять показатель преломления одного или обоих компонент многослойной структуры, можно достичь изменений параметров кривой $|t|^2 = f(\lambda)$.

Известно [11,12], что при помещении магнитоактивного материала во внешнее магнитное поле изменяется его относительный показатель преломления n, зависимость которого для гиромагнитной среды от приложенного магнитного поля определяется изменением μ_1, μ_a диагональной и недиагональной компонент тензора магнитной проницаемости гиротропной среды, для которых справедливы соотношения

$$\mu_1 = rac{\omega_H(\omega_H + \omega_M) - \omega^2}{\omega_H^2 - \omega^2}, \quad \mu_a = rac{\omega \cdot \omega_M}{\omega_H^2 - \omega^2},$$

где $\omega_M = \gamma_0 4\pi M(H)$, $\omega_H = \gamma_0 H$, $\omega = 2\pi \cdot c/\lambda$, $\gamma_0 = 2.8 \text{ MHz/Oe}$ — гиромагнитное отношение, H — напряженность внешнего магнитного поля.



Рис. 2. Зависимость коэффициента пропускания от длины волны излучения, падающего на многослойную структуру с разной глубиной модуляции показателя преломление δn_0 : *1* — 0.0012, *2* — 0.001, *3* — 0.0008. На вставке увеличена область центрального максимума для тех же значений δn_0 .

При преобразованиях для упрощения результирующей аналитической зависимости пренебрегаем членами второго порядка малости в разложении *n* по степеням $\omega_{M,H}/\omega \ll 1$, что выполняется для оптического диапазона.

В этом предположении изменение относительного показателя преломления при прикладывании продольного магнитного поля *H* (геометрия $\Im \Phi$) может быть описано [16] как $n^F = \sqrt{\mu_1 \pm \mu_a} \approx 1 \pm \omega_M / (2\omega)$ (знаки "+" и "–" отвечают разным направлениям вращения поляризации падающего излучения), а в случае поперечного приложенного поля (геометрия ЭКМ) для линейно поляризованной компоненты, перпендикулярной направлению магнитного поля,

$$n_T^{KM} = \sqrt{\mu_1 - \mu_1^{-1} \cdot \mu_a^2} \approx 1 - rac{\omega_M(\omega_M + \omega_H)}{2\omega^2}$$

Если рассматривать случай, когда обе компоненты многослойной двухкомпонентной структуры являются магнитоактивными и считать характеристикой каждого слоя его показатель преломления в нулевом магнитном поле, а также значение ω_M , то глубину модуляции показателя преломления между слоями структуры определим следующим образом:

$$\delta n = \frac{\Delta n(H)}{n_0} = \frac{n_2(H) - n_1(H)}{n_2(H) + n_1(H)} = \delta n_0 \cdot \left[1 + (a_i \lambda)^i\right], \quad (5)$$

где i = 1 при использовании ЭФ и i = 2 при использовании ЭКМ;

$$\delta n_0 = \frac{n_2(H=0) - n_1(H=0)}{n_2(H=0) + n_1(H=0)}$$

— глубина модуляции показателя преломления при нулевом поле (далее будем пользоваться обозначениями: $n_1(H = 0) = n_{10}; n_2(H = 0) = n_{20}$).

Параметр a_i является мерой взаимодействия структуры с магнитным полем в определенной геометрии и может быть определен из следующих зависимостей: для ЭФ

$$a_1(H) = \frac{\pm \omega_{M1} n_{10} \mp \omega_{M2} n_{20}}{4\pi \cdot c (n_{20} - n_{10})},$$

для ЭКМ

$$a_2^2(H) = \frac{\omega_{M1}n_{10}(\omega_{M1} + \omega_H) - \omega_{M2}n_{20}(\omega_{M2} + \omega_H)}{8\pi^2 \cdot c^2(n_{20} - n_{10})}.$$
 (6)

Поскольку δn зависит от приложенного магнитного поля, намагниченности слоев и длины волны падающего излучения, то следует ожидать, что при этом будут изменяться параметры кривой $|t|^2 = f(\lambda)$: ее амплитуда, ширина и положение максимума.

При прикладывании к многослойной структуре магнитного поля происходят изменения ширины $\delta\lambda$ центрального максимума кривой $|t|^2 = f(\lambda)$ (узкого пика вблизи $\lambda = \lambda_0$). Характер этих изменений зависит от поляризации падающего излучения. Величина $\delta\lambda$ может быть найдена из трансцендентного уравнения

$$\frac{[4(\lambda_0/\lambda - 1)^2 - \delta n^2][\delta n^2 - 4(\lambda_0/\lambda - 1)^2 \cdot ch\gamma(H)L]}{[\delta n^2 - 4(\lambda_0/\lambda - 1)^2 \cdot ch\gamma(H)L]^2 + + 4(\lambda_0/\lambda - 1)^2[(\delta n^2 - 4(\lambda_0/\lambda - 1)^2)sh^2\gamma(H)L]}{= \pm \frac{1}{\sqrt{2}}.$$
(7)

Решение (7) имеет два корня (λ_1 и λ_2), которые и будут определять ширину $\delta \lambda = |\lambda_2 - \lambda_1|$ центрального максимума кривой $|t|^2 = f(\lambda)$. Как видно из рис. 2, характерное значение $\delta \lambda$ намного меньше, чем аналогичная полоса, которая получается в случае расчета коэффициента отражения для однородного брэгговского волновода ($\Omega = 0$).

Ориентацию магнитного поля по отношению к направлению распространения излучения реально можно выбрать произвольным образом. Поэтому целесообразно проанализировать особенности изменения параметров многослойной стрктуры с фазовым сдвигом ($\Omega = \pi/2$) при продольной и поперечной геометрии прикладывания поля. Расчеты проводились для следующих значений параметров: $\delta n_0 = 0.001$, 0.0012; количество слоев $p = 10^4$, $\lambda_0 = 1.5 \,\mu$ m.

Продольная геометрия прикладывания магнитного поля

В случае продольной геометрии прикладывания поля более полные выводы об изменении кривой $|t|^2 = f(\lambda)$ можно получить, пользуясь величиной намагниченности M(H), а не напряженности H поля. Это связано с тем, что в этом случае глубина модуляции относительного показателя преломления среды в зависимости от длины



Рис. 3. Зависимость ширины $\delta\lambda$ кривой $|t|^2 = f(\lambda, H)$ от намагниченности многослойной структуры в продольной геометрии прикладывания магнитного поля при прохождении через нее излучения с правой (2, 4) и левой (1, 3) циркулярной поляризацией для двух значений глубины модуляции δn_0 .

волны падающего излучения и приложенного магнитного поля имеет вид (5)

$$\frac{\Delta n}{n_0}(H) = \delta n_0 \left[1 + a_1(H)\lambda \right].$$

а из зависимости (6) для $a_1(H)$ видно, что управляющее действие поля на величину $a_1(H)$ в данном случае может проявляться лишь через зависимость M(H). Именно последняя дает возможность в определенных границах изменять величину ω_M магнитоактивного слоя и тем самым влиять на параметры кривой $|t|^2 = f(\lambda, H)$.

Исследуем зависимость изменения ширины кривой $|t|^2 = f(\lambda, H)$ при изменении намагниченности (рис. 3), используя численное решение уравнения (7). При прохождении через структуру излучения с правой циркулярной поляризацией происходит сужение резонансной кривой $|t|^2 = f(\lambda, H)$. Если рассматривать прохождение излучения с левой циркулярной поляризацией, то ширина $\delta\lambda$ кривой $|t|^2 = f(\lambda, H)$ с ростом намагниченности увеличивается. Видно, что для достижения больших изменений $\delta\lambda$ при работе в оптическом диапазоне длин волн необходимы большие значения намагниченности M(H).

Следует указать на то, что при рассмотрении изменений ширины $\delta\lambda$ кривой пропускания происходят также изменения и ширины основной полосы кривой отражения (возле центрального максимума кривой $|t|^2 = f(\lambda, H)$). Причем если для излучения, например, с правой циркулярной поляризацией при увеличении значения намагниченности происходит сужение ширины кривой пропускания, то при этом происходит расширение кривой отражения, и наоборот.

Учитывая зависимость относительного показателя преломления структуры от длины волны излучения, можно было бы ожидать изменения положение центрального максимума кривой $|t|^2 = f(\lambda, H)$ при намагничивании многослойной структуры. Однако, в силу

азоне исследуеs существенных $M = 10^3$ Gs величины $\delta\lambda$ соответственно равны $7.49706 \cdot 10^{-7}$ и $1.86984 \cdot 10^{-7} \mu$ m.

Влияние намагниченности структуры на положение центрального максимума кривой $|t|^2 = f(\lambda, H)$, как и для продольной геометрии прикладывания поля, в случае поперечно приложенного поля в диапазоне значений намагниченности $M(H) \in [0; 10^3]$ Gs зафиксировано не было. Однако эффект сдвига центрального максимума не наблюдается в силу использования сделанных выше приближений (поскольку для оптического диапазона длин волн величина $a_i(H)\lambda \ll 1$, то все зависимости, приведенные здесь, получены именно в этом приближении). При более детальном исследовании можно надеяться на появление отличного от нуля значения сдвига, но его величину следует ожидать заметно меньшей, чем величина изменения ширины $\delta \lambda$ кривой $|t|^2 = f(\lambda, H)$. Использование данного эффекта на практике проблематично.

В исследуемом диапазоне использованных величин намагниченности $M(H) \in [0; 10^3]$ Gs изменений амплитудного значения коэффициента пропускания в центральном максимуме для случаев поперечной и продольной геометрии прикладывания поля не происходит: $|t|^2_{\text{max}} = 1$.

Выводы

Влияние магнитного поля на коэффициент пропускания многослойных двухкомпонентных структур, одна или обе компоненты которых состоят из магнитоактивного материала, проявляется в изменении (увеличение или уменьшение в зависимости от направления циркулярной поляризацией света) ширины кривой $|t|^2 = f(\lambda)$. Расчеты, проведенные для периодических структур, помещенных во внешнее магнитное поле поперечной и продольной геометрий, при увеличении значения намагниченности показали изменение ширины кривой $|t|^2 = f(\lambda)$: в продольной геометрии — линейное изменение разных знаков, а в поперечной — уменьшение по квадратичному закону.

При использовании рассмотренных в работе значений намагниченности $M(H) \in [0; 10^3]$ Gs магнитоактивных слоев эффект сдвига положения центрального максимума кривой $|t|^2 = f(\lambda)$ ничтожно мал. Изменений амплитуды коэффициента пропускания многослойной структуры при помещении ее во внешнее магнитное поле не наблюдается.

Список литературы

- [1] Херман М. Полупроводниковые сверхрешетки / Пер. с англ. М.: Мир, 1989. 240 с.
- [2] Inoue M., Arai K., Fujii T., Abe M. // J. Appl. Phys. 1999. Vol. 85. N 8. P. 5768.
- [3] Akiba S., Utaka K. Dynamically Unifrequent Semiconductor Lasers. Moscow: Mir, 1989. 310 p.

слабой зависимости $\delta n = f(\lambda)$, в диапазоне исследуемых значений намагниченности $\leq 10^3$ Gs существенных изменений положения центрального максимума не наблюдается. Из-за громоздкости аналитических соотношений и тренсцендентных уравнений выкладки, которые показывают это, здесь не приводится. Соответствующие графические зависимости можно получить, численно исследуя соотношения (7).

Поперечная геометрия прикладывания магнитного поля

Изменение глубины модуляции показателя преломления с изменением магнитного поля в этом случае (5) описывается как

$$\frac{\Delta n}{n_0}(H) = \delta n_0 \big\{ 1 + [a_2(H)\lambda]^2 \big\}.$$

Из (6) следует, что изменения $a_2(H)$ связаны как с изменением намагниченности M(H) магнитоактивного слоя, так и с собственно изменением внешнено магнитного поля H. Предположим (для ферромагнетиков такое предположение справедливо), что значения M(H) существенно превышают величину поля H. В этом случае пренебрежем линейной зависимостью $a_2(H)$ от поля и будем рассматривать изменения параметров структуры, связанные только с изменением намагниченности.

Исследуя зависимость изменения ширины $\delta\lambda$ кривой $|t|^2 = f(\lambda, H)$ при изменении намагниченности в поперечной геометрии прикладывания поля (рис. 4), полученную методом численного решения уравнения (7), видим, что при увеличении намагниченности в диапазоне $M(H) \in [0; 10^3]$ Gs наблюдается уменьшение ширины $\delta\lambda$. В рассматриваемой модели для принятых параметров многослойной структуры при M = 0 достигается максимальное значение $\delta\lambda$, которое для $\delta n_0 = 0.001$ и $\delta n_0 = 0.0012$ соответственно равно 7.497071 · 10⁻⁷ и 1.86985 · 10⁻⁷ µm, а при максимальном избранном

 $\delta n_0 = 0.001$

 $\delta n_0 = 0.0012$

250

δλ 10⁷, μm

1.87

0



500

750

1000

- [4] Steel M.J., Levy M., Osgood R.M. // J. Lightwave Technology. 2000. Vol. 18. N 9. P. 1297.
- [5] Steel M.J., Levy M., Osgood R.M. // J. Lightwave Technology. 2000. Vol. 18. N 9. P. 1289.
- [6] Steel M.J., Levy M., Osgood R.M. // IEEE Photonics Technology Lett. 2000. Vol. 12. N 9. P. 1171.
- [7] Nikitov S.A., Tailhades Ph. // Optics Commun. 2001. Vol. 199.
 P. 389.
- [8] Бритун Н.В., Данилов В.В. // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. Вып. 7. С. 27.
- [9] Prinz G.A. // Science. 1998. Vol. 282. P. 1660.
- [10] Андронова И.А., Гусев М.Ю., Коноплев Ю.Н., Мамаев Ю.А., Новиков М.А., Туркин А.А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 3. С. 388.
- [11] Кринчик Г.С. Физика магнитных явлений. М.: МГУ, 1976. 367 с.
- [12] Писарев Р.В. Магнитное упорядочение и оптические явления в кристаллах. Физика магнитных диэлектриков / Под ред. Г.А. Смоленского. Л.: Наука, 1974. 454 с.
- [13] Кринчик Г.С., Четкин М.В. // ЖЭТФ. 1960. Т. 38. С. 1643.
- [14] Кринчик Г.С., Четкин М.В. // ЖЭТФ. 1961. Т. 40. С. 729.
- [15] Кринчик Г.С., Четкин М.В. / ЖЭТФ. 1961. Т. 41. С. 673.
- [16] Любчанский М.И. Канд. дис. Донецк, 2001.