12

О методе инерциальной навигации по измерениям абсолютного ускорения

© А.С. Девятисильный

Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН,
690041 Владивосток, Россия
e-mail: devyatis@iacp.dvo.ru

(Поступило в Редакцию 19 марта 2003 г.)

Изложены физические основы метода инерциальной навигации по измерениям полного вектора удельных сил (абсолютного ускорения). Обсуждены аспекты комплексирования его с традиционным методом, базирующимся на измерениях вектора кажущегося ускорения.

В работе [1] излагаются принцип действия и описание прибора для измерения абсолютного линейного ускорения движущегося объекта, а также указывается на возможность применения такого рода измерителя в инерциальных навигационных системах (ИНС), при этом делается прогноз о достижимой точности измерений ($\sim 10^{-4}\,\mathrm{m/s^2}$), что вполне отвечает запросам современной и на ближайшее будущее практики. Не подвергая сомнению выводы и прогнозы авторов [1], укажем на некоторые особенности применения этих безусловно нового типа измерителей, которые необходимо учитывать при оценке их технологической и исторической перспективы как элементов ИНС.

Прежде всего отметим следующее. Как известно [2], функционирование ИНС происходит в соответствии с уравнениями, описывающими движение материальной точки единичной массы (первая — динамическая — группа уравнений) и эволюцию системы отсчета (вторая — кинематическая — группа уравнений, иногда называемая уравнениями Пуассона), в которой рассматривается движение точки (объекта). В дальнейшем нам достаточно будет ссылок только на уравнения первой группы.

В абсолютной (инерциальной) системе отсчета уравнение движения точечной единичной массы имеет вид

$$\ddot{R} = g + f,$$

где в данном случае точки над радиус-вектором положения массы означают абсолютные производные, соответственно $\ddot{R}$ — абсолютное ускорение; g и f — векторы сил (очевидно, удельных) соответственно гравитационной и негравитационной (например, сопротивления среды, тяги двигателя и т.д.) природы. Таким образом, измерение абсолютного ускорения ($\ddot{R}$) — это то же самое, что измерение суммарной (полной) удельной силы ($g + f$). Именно способу и прибору для измерения последней по сути и посвящена работа [1]. Этот прибор далее будем называть gf-измерителем, чтобы отличать его от классического ньютонометра [3], или f-измерителя, предназначенного для измерения силы f.

Во вращающейся с абсолютной угловой скоростью $\omega(t)$ системе отсчета динамические уравнения идеальной работы ИНС запишутся в следующем виде [2]:

$$\dot{R} = -\hat{\omega}R + V, \qquad R(0) = R_0,$$

$$\dot{V} = -\hat{\omega}V + g(R) + f, \quad V(0) = V_0, \tag{1}$$

где R — радиус-вектор точки (объектива); V — вектор ее абсолютной линейной скорости; $g(R)$ — вектор гравитационных, а f — вектор всех прочих сил; $\hat{\omega}R = \omega \times R$; точки над R и V здесь означают уже локальные производные по времени.

При построении традиционной ИНС требуется знание модели гравитационного поля (т.е. модели удельной силы $g(R)$) и измерение удельной силы f (вообще говоря, еще и измерение вектора $\omega(t)$, что здесь просто не обсуждается). При gf-измерении, как справедливо отмечается в [1], знания модели $g(R)$ уже не требуется, так как считается известным (с инструментальной точностью) вектор $g(R) + f$. Не останавливаясь подробно, отметим также, что в обоих случаях трехкомпонентная схема ИНС оказывается неустойчивой, хотя характер неустойчивости в каждом случае вполне индивидуален [2,5].

Отождествим вращающуюся систему отсчета, о которой говорилось выше, с сопровождающим правым декартовым трехгранником $0x = 0x_1x_2x_3$ (назовем его идеальным), полагая, что он организован так, что ось $0x_3$ направлена по вектору R. Обозначим через $0y = 0y_1y_2y_3$ его (трехгранника $0x$) физическую модель — приборный трехгранник, в осях которого и производятся все измерения.

Рассмотрим случай, когда одновременно реализуются оба инерциальных измерения, т.е. и f- и g-измерения.

Полагая, что взаимная ориентация трехгранников $0x$ и $0y$ характеризуется вектором малого угла поворота α, f- и gf-измерения представимы соответственно следующим образом:

$$J_1 = (E + \hat{\alpha})f + \Delta f_1,$$

$$J_2 = (E + \hat{\alpha})\big(g(R) + f\big) + \Delta f_2,$$

где E — единичная матрица; Δf_1 и Δf_2 — векторы инструментальных погрешностей измерений.

Сравнивая оба доступных измерения, образуем новое

$$J_3 = J_2 - J_1 = (E + \hat{\alpha})g(R) + \Delta f, \qquad (2)$$

где $\Delta f = \Delta f_2 - \Delta f_1$.

При достаточно малых Δf и α измерение (2) может быть использовано в качестве зондирующего при исследовании малоизученных гравитационных полей.

Если гравитационное поле изучено и модель его известна, то в процессе решения (1) может численно формироваться вектор $g(R')$, где $R' = R - \delta R$, $\delta R = (\alpha_2 r, -\alpha_1 r, \delta r)^T$ — вектор погрешностей вычисления R по модели (1) в проекциях на оси трехгранника $0y$, $r = |R|$. Сравнивая тогда J_3 и $g(R')$, находим

$$J = J_3 - g(R') = \hat{\alpha} g(R) - \frac{\partial g(R)}{\partial R}\delta R + \Delta f. \qquad (3)$$

Измерение (3) может быть использовано, очевидно, для коррекции динамической группы ошибок работы ИНС. Для навигации в центральном гравитационном поле (таковыми допустимо считать внешнее поле Земли, учитывая, что в разложении земного потенциала центральная компонента является существенно преобладающей) (3) принимает вид

$$J = 2\omega_0^2(r)\delta r + \Delta\tilde{f}, \qquad (4)$$

где $\tilde{f}$ — третья компонента вектора Δf; $\omega_0 = (\mu/r^3)^{1/2}$ — частота Шулера, μ — гравитационный параметр Земли.

Из (4) легко видеть, что пара инерциальных измерителей (f- и gf-) эквивалентна неинерциальному (например, радиолокационному, барометрическому и т.д.) измерителю высоты объекта над поверхностью Земли с инструментальной погрешностью

$$\Delta h = \frac{\Delta\tilde{f}}{2\omega_0^2}.$$

Например, вблизи поверхности Земли при $|\Delta f 2| = 10^{-4}$ m/s (как в [1]) и $|\Delta f_1| = |\Delta f_2|$ имеем $|\Delta h| \leq 70$ m.

Отметим, что система состояние–измерение, образуемая уравнением измерений (4) и уравнениями динамических ошибок ИНС (получаемых варьированием уравнений (1)), в общесистемном (калмановском [4]) смысле наблюдаема (по крайней мере при движении объекта с постоянной скоростью вдоль географических параллелей), что свидетельствует о возможности построения асимптотически устойчивых алгоритмов коррекции этой группы ошибок ИНС [5].

В заключении сформулируем основные выводы, следующие из приведенного анализа, а именно при выполнении очевидных требований к погрешностям Δf и α применение gf-измерителя (совместно с f-измерителем) может быть перспективно для целей зондирования малоизученных гравитационных полей; одновременное применение gf- и f-измерителей повышает степень информационной автономности ИНС благодаря возможности устойчивого решения задачи коррекции ИНС (в части, касающейся динамических ошибок) исключительно на базе инерциальной информации; применение при организации работы ИНС высокоточного высотомера (например, радиолокационного) практически снимает (при соизмеримых точностных показателях) вопрос о приоритете потенциального источника (f- или gf-измерения) инерциальной информации и при необходимости позволяет ориентироваться на тот из них, который более предпочтителен по сопутствующим своим качествам (технологическим, экономическим, эксплуатационным и т.д.).

Список литературы

[1] *Коляда Ю.М., Соколов С.В., Оленев С.А.* // Измерительная техника. 2001. № 4. С. 33–35.

[2] *Андреев В.Д.* Теория инерциальной навигации. Корректируемые системы. М.: Наука, 1967. 648 с.

[3] *Ишлинский А.Ю.* Классическая механика и силы инерции. М.: Наука, 1987. 320 с.

[4] *Калман Р., Фалб П., Арбиб М.* Очерки по математической теории систем. М.: Мир, 1971. 400 с.

[5] *Девятисильный А.С.* // Дальневосточный математический журнал. 2002. Т. 3. № 2. С. 227–231.