# О возможности мониторинга механических смещений методом лазерных пучков на разных длинах волн

© Р.С. Асатрян, Г.С. Караян, А.А. Макарян, Ю.С. Чилингарян

Ереванский государственный универститет, 375049 Ереван, Армения e-mail: amakar@www.physdep.r.am

07:12

(Поступило в Редакцию 16 июля 2001 г. В окончательной редакции 14 февраля 2002 г.)

Предлагается использовать пространственно совмещенные лазерные пучки на двух и более длинах волн в различных диапазонах спектра для определения размеров микроскопических смещений при наличии различных профилей температурных градиентов в средах, в которых распространяются эти пучки. Проведены также численные расчеты для конкретных моделей температурных градиентов.

В последнее время в ряде научных экспериментов важным является получение информации о взаимном расположении всех подсистем сложной измерительной системы. Для обеспечения точности и надежности полученных результатов проводятся параллельные независимые измерения разных типов, в частности оптические. Это обусловлено тем, что хорошо разработаны источники света и приемные устройства, а также изучены особенности распространения света в среде. Основные ограничения при этом обусловлены необходимостью обеспечения допустимой точности измерений для данного эксперимента, что связано с малым значением самих измеряемых расстояний (от нескольких до сотни микрон), квазинепрерывным характером измерений (полный цикл измерений всех необходимых параметров и их обработка длится  $\tau_m \approx 1 \, \mathrm{s}$ ) и автоматизацией всего процесса измерения.

Примером задачи такого типа являются измерения вертикальных сдвигов радиальных блоков большого радиуса с датчиками в эксперименте ALICE [1], где случайной является не только измеряемая величина, но и параметры окружающей среды. Наиболее важным в этом смысле является состояние воздуха (температурные неоднородности, загрязнения, влажность, давление и т.д.). В настоящей работе рассматривается одна возможность проведения оптических измерений такого рода.

Пусть в вертикальной плоскости на пути пучка размещены одинаковые полупрозрачные фотоприемники, каждый из которых жестко закреплен с одной подсистемой измерительной системы. При прохождении пучка через стационарную однородную среду в данный момент времени (в интервале длиной ~  $3 \cdot 10^{-s}$  s) измеряются изменения положений всех подсистем с определенной точностью. В работе [2] предлагается метод компьютерного "статистического" усреднения координаты центра "тяжести" луча, который позволяет достичь микронной точности. Обозначим эту величину для *i*-й подсистемы через  $a_{0i}$ . Если среда стала диспергирующей, достаточной информацией о характере которого мы не обладаем, то смещается луч. Тогда измеряемые результаты  $a_i$  уже обусловлены не только механическими смещениями приемников  $a_{0i}$ , так как имеет место соотношение

$$a_i = a_{0i} + \delta a_i, \tag{1}$$

где  $\delta a_i$  характеризует смещение самого луча от своего первичного направления для *i*-го приемника и является неизвестной случайной величиной.

Если среднее время изменения  $\tau_g$  дисперсионного члена  $\delta a_i$  больше времени измерения  $\tau_m$ , то, используя вышеизложенный формализм, при наличии других соотношений типа (1) можно добиться исключения добавочного члена  $\delta a_i$ . Наиболее простым способом представляется использование лазерных пучков на разных длинах волн, так как коэффициент преломления *k*-го пучка определяется длиной волны  $\lambda_k$  этого пучка. Тогда вместо уравнения (1) получим систему уравнений

$$a_{ik} = a_{0i} + \delta a_{ik}.\tag{2}$$

Здесь индекс k указывает номер пучка или номер используемой длины волны, а *i*-номер фотоприемника (далее, где это не приводит к недоразумению, индекс *i* будем опускать). Число необходимых длин волн зависит от конкретного характера возникновения дисперсии в среде. Мы будем предполагать, что дисперсия обусловлена температурными неоднородностями. Тогда для коэффициента преломления  $n(\lambda, T)$  можно воспользоваться эмпирической формулой [3,4]

$$n(\lambda, T) = 1 + 10^{-4} \left[ \frac{77.6p}{T} + \frac{5.84 \cdot 10^{11} p}{T\lambda^2} - 0.06 p_{w.s.} \right], \quad (3)$$

где  $\lambda$  — длина волны в метрах, p — атмосферное давление ( $p_0 = 1.013 \cdot 10^5$  Pa),  $p_{w.s.}$  — парциальное давление водяных паров в среде ( $p_{w.s.} \approx 1500-2000$  Pa).

Для оптического диапазона волн вклад последнего члена очень незначительный и им можно пренебречь. В этом случае для индекса рефракции

$$N_{\lambda}(T) = \left(n(\lambda, T) - 1\right) \cdot 10^4 \tag{4}$$

имеем мультипликативную формулу

$$N_{\lambda}(T) = \frac{p}{T} \left( 77.6 - \frac{5.84 \cdot 10^{11}}{\lambda^2} \right) \equiv f(T)\varphi(\lambda).$$
 (5)

Соотношения (2) и (5) позволяют при помощи измерений на двух частотах исключить из системы уравнений (2) величину  $\delta a_k(\lambda, t)$  и определить  $a_0$ . Нахождение  $\delta a_k(\lambda, T)$  при известном коэффициенте преломления  $n(\lambda, T)$  в приближении геометрической оптики в общем случае сводится к решению уравнения эйконала. Однако ее можно достаточно упростить рассмотрением модельных задач.

## Модель вертикальной однородной полосы

Подогретую область воздуха рассмотрим в виде вертикальной полосы шириной d, границами которой являются параллельные плоскости, а температура T внутри этой полосы распределена однородно и превосходит температуры окружающей среды  $T_0$  (рис. 1). Из-за изменения коэффициента преломления первичный луч, падающий под углом  $\alpha_0$  на точку с координатами ( $y_0, z_0$ ) на границе, покинет эту область под тем же углом  $\alpha_0$ в точке ( $y, z_0 + d$ ) и с некоторым отклонением  $\Delta y$  от



**Рис. 1.** Изменения траекторий двух лучей на разных длинах волн при наличии температурного градиента (пунктир) и в отсутствие градиента (сплошные линии).

**Таблица 1.** Дисперсионное отклонение лучей разных длин волн в модели вертикальной однородной полосы подогретого воздуха

	$\Delta T = 5 \mathrm{K}$		$\Delta T = 15 \mathrm{K}$		$\Delta T = 25 \mathrm{K}$	
d	$\Delta(\lambda_1,\lambda_2)$	$\Delta(\lambda_1,\lambda_3)$	$\Delta(\lambda_1,\lambda_2)$	$\Delta(\lambda_1,\lambda_3)$	$\Delta(\lambda_1,\lambda_2)$	$\Delta(\lambda_1,\lambda_3)$
	(µm)	(µm)	(µm)	(µm)	(µm)	(µm)
1 m	0.37	0.48	1.05	1.4	1.71	2.26
$2\mathrm{m}$	0.54	0.72	1.59	2.1	2.56	3.39
3 m	0.73	0.96	2.12	2.8	3.42	4.52
4 m	0.91	1.2	2.65	3.5	4.27	5.65
5 m	1.1	1.45	3.17	4.2	5.13	6.77

Примечание. Здесь и далее численные расчеты приведены для лучей с длинами волн  $\lambda_1 = 0.25 \cdot 10^{-6} \text{ m}, \lambda_2 = 0.45 \cdot 10^{-6} \text{ m}$  и  $\lambda_3 = 0.85 \cdot 10^{-6} \text{ m}.$ 

падающего луча

$$\Delta y(\lambda) = d\left(\frac{n_0 \sin \alpha_0}{\sqrt{n^2(\lambda) - n^2 \sin \alpha_0}} - \operatorname{tg} \alpha_0\right).$$
(6)

Дисперсионное отклонение двух лучей с длинами волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  друг от друга составит величину

$$\Delta(\lambda_1 \lambda_2) = d \sin \alpha_0 \left( \frac{n_{01}}{\sqrt{n^2(\lambda_1, T) - n_{01}^2 \sin^2 \alpha_0}} - \frac{n_{02}}{\sqrt{n^2(\lambda_2, T) - n_{02}^2 \sin^2 \alpha_0}} \right),$$
(7)

где  $n_{01} \equiv n(\lambda_1, T_0)$  и  $n_{02} \equiv n(\lambda_2, T_0)$ .

Если использовать предложенный в работе [2] метод измерения положения луча, то эти датчики могут быть использованы при размерах подогретой области  $d \cong 5m$  при разнице температур  $\Delta T = 15$  К или  $d \approx 3m$  при  $\Delta T = 25$  К, что видно из табл. 1.

Двухлучевой метод в этом случае позволяет определить размеры подогретой области d прямым измерением  $a_1$  и  $a_2$  учитывая выражения (7) и условие  $\Delta(\lambda_1, \lambda_2) = a_1 - a_2 = \delta a_1 - \delta a_2$ .

Использование трех лучей в этом приближении позволит определить также величину температуры подогретой области T, если температуру окружающей среды  $T_0$  считать известной.

## Модель вертикального градиента температуры

Пусть в интервале [0, d] находится подогретый воздух в виде бесконечной полосы с постоянным градиентом температуры  $g_z$  по направлению 0Z. Разбивая [0, d]на однородные слои толщиной dz и с постоянным коэффициентом преломления  $n_i$  для области  $[z_i, z_i + dz]$ , имеем

 $n_0 \sin \alpha_0 = n_i(z_i, y_i) \sin \beta_i(z_i, y_i), \quad dz = \operatorname{ctg} \beta \cdot dy.$  (8)

**Таблица 2.** Дисперсионные отклонения лучей разных длин волн при различных значениях вертикального градиента температуры

	$g_z = 50 \mathrm{K/m}$		$g_z = 100 \mathrm{K/m}$		$g_z = 500 \mathrm{K/m}$	
d	$\Delta(\lambda_1, \lambda_2) \ (\mu m)$	$\begin{array}{c} \Delta(\lambda_1, \lambda_3) \\ (\mu m) \end{array}$	$\Delta(\lambda_1, \lambda_2) \ (\mu m)$	$\Delta(\lambda_1, \lambda_3) \ (\mu m)$	$\Delta(\lambda_1, \lambda_2) \ (\mu m)$	$\Delta(\lambda_1, \lambda_3) \ (\mu m)$
1 m	3.95	5.22	7.54	9.96	36.29	47.95
2 m	8.62	11.39	16.7	22.06	81.44	107.6
3 m	15.08	19.93	29.44	38.9	144.65	191.11
4 m	23.34	30.84	45.78	60.49	225.95	298.52
5 m	33.39	44.12	65.72	86.83	325.39	429.89

Система (8) позволяет определять как направление выхода светового луча, так и отклонение от направления падения. Если поместить начало координат в точку падения луча на границе области и ограничиться линейным приближением, для  $n(T, \lambda)$  получим

$$n(T(y),\lambda) = \bar{n} + \frac{\partial n}{\partial T} \bigg|_{(0,0)} \frac{dT}{dy}$$
$$= \bar{n} - \frac{f(0,0)\varphi_{\lambda}g_{y}y}{T} - \frac{f(0,0)\varphi_{\lambda}g_{z}z}{T}, \quad (9)$$

где  $\bar{n} = 1 + f[T(0, 0)]\varphi(\lambda)$  — коэффициент преломления первой полосы шириной dz.

Для модели вертикального градиента температуры в выражение (9) надо подставить  $g_y = 0$ . Тогда можно определить "траекторию" луча на плоскости *YOZ* 

$$y = \frac{c_0 T^2 10^4}{p_0 \varphi_\lambda g_z} \left[ \operatorname{arcch} \frac{\bar{n}}{c_0} - \operatorname{arcch} \frac{\bar{n} - \frac{10^{-4} p_0 \varphi_\lambda g_z}{T} z}{c_0} \right], \quad (10)$$

где  $c_0 \equiv n_0 \sin \alpha_0$ .



**Рис. 2.** Зависимость смещения луча от толщины слоя подогретого воздуха и величины вертикального градиента температуры.

**Таблица 3.** Дисперсионные отклонения лучей разных длин волн при различных значениях горизонтального градиента температуры

	$g_y = 50 \mathrm{K/m}$		$g_y = 100 \mathrm{K/m}$		$g_y = 500 \mathrm{K/m}$	
d	$\Delta(\lambda_1,\lambda_2)$	$\Delta(\lambda_1,\lambda_3)$	$\Delta(\lambda_1,\lambda_2)$	$\Delta(\lambda_1, \lambda_3)$	$\Delta(\lambda_1,\lambda_2)$	$\Delta(\lambda_1,\lambda_3)$
	(µm)	(µm)	(µm)	(µm)	(µm)	(µm)
1 m	215.17	284.17	30.87	40.9	8.13	10.74
$2\mathrm{m}$	498.78	658.57	80.52	106.38	29.24	38.63
$3\mathrm{m}$	903.14	1192.19	153.11	202.27	61.75	81.59
$4\mathrm{m}$	1430.89	1888.4	248.73	328.57	105.68	139.62
$5\mathrm{m}$	2084.78	2750.68	367.49	485.43	161.05	212.76

В табл. 2 приведены численные расчеты отклонений друг от друга трех лучей с разными длинами волн при различных значениях градиента температуры.

Использование измерений на трех разных длинах волн позволяет определить уже две неизвестные характеристики подогретого воздуха (например, величины градиента  $g_z$  и f[T(0, 0)], если известны d и  $p_0$ ). На рис. 2 приведен график зависимости смещения луча от толщины слоя подогретой области воздуха и величины вертикального градиента температуры.

#### Модель горизонтального градиента температуры

В этой модели рассматривается случай, когда температурное поле равномерно изменяется по направлениию 0У. Тогда горизонтальный слой воздуха в полосе  $[y_i, y_i + dy]$  имеет постоянный коэффициент преломления  $n_i$ . В этом случае система (8) имеет следующий вид:

$$n_0 \cos \alpha_0 = n_i(z_i, y_i) \sin \beta_i(z_i, y_i), \quad dz = \operatorname{ctg} \beta \cdot dy. \quad (8')$$

Для получения коэффициента преломления для этой модели в выражении (9) надо учесть, что градиент по направлению 0Z равен нулю и

$$n(y,\lambda) = \bar{n} - \frac{f(0,0)\varphi_{\lambda}g_{y}y}{T}.$$
(9')

Решение системы (8'), (9') имеет вид, похожий на выражение (10), только с измененными местами координат *x* и *y*. А для численных расчетов можно пользоваться более простым выражением, полученным из этого решения при сохранении первых двух слагаемых в рядах функций арксинуса,

$$z = \frac{y}{\left(\frac{\bar{n}^2}{c^2} - 1\right)} + \frac{\frac{\bar{n}}{c}}{2\left(\frac{\bar{n}^2}{c^2} - 1\right)^{3/2}} \frac{p_0 10^{-4} \varphi_{\lambda} g_y}{c \cdot T^2} y^2, \quad (10')$$

где  $c \equiv n_0 \cos \alpha_0$ .

В табл. 3 приведены расчетные величины отклонений лучей друг от друга, а на рис. 3 — зависимость смещения луча от толщины слоя подогретой области воздуха и величины горизонтального градиента температуры.



**Рис. 3.** Зависимость смещения луча от толщины слоя подогретого воздуха и величины горизонтального градиента температуры.

Предложенный в настоящей работе метод для приемника с заданной точностью [2,5,6], может оказаться эффективным в случае больших градиентов температуры при малых размерах подогретой области воздуха или же при больших размерах диспергирующей области с малыми градиентами температуры.

Если наименьшее значение измеряемого смещения задано, то для применения данного метода возникает необходимость привлечения новых принципов приема информации с заданной определенной точностью.

В заключение надо отметить, что многолучевой метод измерения относительных смещений может быть применен в широком круге задач, в частности в метеорологических, сейсмических и технологических задачах.

Данная работа приведена в рамках программы INTAS-CERN (грант № 99-00118).

#### Список литературы

- [1] ALICE Experiment. CERN/LHCC 95-71. LHCC/P3. 1995.
- [2] Danielyan V.D., Margaryan V.H. // Reflected Light Monitor for Molty-Point Pozition Measuerments. ALICE/99-27. Internal Note/DIM. 1999.
- [3] Grigoryan A.A., Teymurazyan A.A. // Light Ray Displacements Due to Air Temperature Gradient. ALICE/2000-13. Internal Note/DIM. 2000.
- [4] *Edlen B. //* J. Optical Society of America. 1953. Vol. 43. P. 339–344.
- [5] Гурвич А.С. и др. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
- [6] Grigoryan S., Gulkanyan H., Karayan H. // Exploiting Light Beams of Different Wave-lenght in the Optical Monitoring Systems. ALICE/2000-xx. Internal Note/DIM. 2000.

106