Краткие сообщения

01;07

Динамика двухволнового пакета в нелинейном волоконном световоде при отстройке от фазового синхронизма

© И.О. Золотовский, Д.И. Семенцов

Ульяновский государственный университет, 432700 Ульяновск, Россия e-mail: sdi@sdi.ulsu.ru

(Поступило в Редакцию 5 сенятбря 2001 г.)

Исследуется влияние отстройки от фазового синхронизма на динамику волнового пакета двух однонаправленных сильновзаимодействующих мод в волокне с керровской нелинейностью. Анализируется поведение эффективных параметров дисперсии и нелинейности для случая, когда волновой пакет может быть представлен только одним парциальным импульсом.

1. Среди проблем нелинейной волоконной оптики, интенсивно обсуждаемых в последнее время, особое место занимает проблема распространения связанных волн. Обычно подобного рода образования возникают в туннельно-связанных либо периодических волоконных световодах (ВС) [1-3]. В [4-6] отмечались уникальные дисперсионные свойства систем с реализованной сильной линейной связью. Данное обстоятельство делает актуальным анализ динамики распространения коротких импульсов по такому световоду с учетом различных нелинейных эффектов [7-9]. В [10] исследовались особенности распространения коротких импульсов в среде с керровской нелинейностью при выполнении условия фазового синхронизма между двумя модами, формирующими импульс. В настоящей работе исследуется влияние отстройки от фазового синхронизма на динамику волнового пакета, распространяющегося в периодическом волоконном световоде с учетом сильного линейного и нелинейного (кроссмодуляционного) межмодовых взаимодействий.

2. Пусть на вход двухмодового периодического по длине волокна подается световой импульс длительностью τ_0 . Эффективная связь между распространяющимися в волокне однонаправленными модами, формирующими импульс, имеет место в области их фазового синхронизма. С учетом периодичности волокна и импульсного его возбуждения полный фазовый синхронизм имеет место на центральной частоте ω_0 импульса и определяется равенством нулю на этой частоте отстройки

$$\delta(\omega_0) = \beta_1(\omega_0) - \beta_2(\omega_0) - 2\pi/\Lambda = 0, \qquad (1)$$

где β_j — волновое число *j*-й моды (j = 1, 2); Λ — период неоднородности световода вдоль оси распространения излучения.

При этом уравнение для временны́х огибающих двух взаимодействующих мод, записанные в координатах бегущего времени $\tau = t - z/u$ (*u* — групповая скорость волнового пакета), с учетом межмодовой расстройки групповых скоростей, материальной дисперсии и нелинейных эффектов — фазовой самомодуляции и кроссмодуляции могут быть представлены следующим образом [10]:

$$\frac{\partial A_j}{\partial z} + \frac{\xi_j}{\upsilon} \frac{\partial A_j}{\partial \tau} - i \frac{d_j}{2} \frac{\partial^2 A_j}{\partial \tau^2} = -i\sigma A_{3-j} \exp(i\xi_j \delta z) - iR(\gamma_c |A_j|^2 + \gamma_k |A_{3-j}|^2) A_j.$$
(2)

параметры $\xi_j = (-1)^j$, $v^{-1} =$ Здесь введены $=(u_1 - u_2)/2u^2$ — расстройка обратных групповых $u_j = (\partial \beta_j / \partial \omega)_0^{-1}$ — групповая скоростей мод, скорость *j*-й моды, $2u = u_1 + u_2$, $d_j = (\partial \beta_j^2 / \partial \omega^2)_0$ материальная дисперсия волокна, *R* — параметр нелинейности световода; коэффициенты межмодовой связи σ и параметры фазовой самомодуляции γ_0 и кроссмодуляции γ_k определяются соответствующими интегралами перекрытия профильных функций волноводных мод с учетом распределения оптической неоднородности по сечению и глубины модуляции по длине волокна [5,6].

Следует особо подчеркнуть, что вид уравнений (2) является практически общим для всех систем с реализуемой линейной связью однонаправленных волн. Так, уравнения, описывающие распространение оптического импульса в туннельно-связанных оптических волноводах, совпадают с (2), но в этом случае параметр отстройки определяется лишь разницей модовых констант распространения в волноводах $\delta = \beta_1 - \beta_2$, а параметры $\sigma, \gamma_c, \gamma_k$ определяются несколько отличными от случая периодического волокна соотношениями [1].

Уравнения (2) должны решаться совместно с начальными условиями для временны́х огибающих мод A_j , определяемыми условиями возбуждения световода. Достаточно общий вид начальных условий представляется соотношением $A_2(\tau, 0) = \psi A_1(\tau, 0)$, где параметр ψ определяет тип возбуждения волокна. При $\psi = \pm 1$

имеет место симметричное или антисимметричное возбуждение световода, а при $\psi = 0$ либо $\psi^{-1} = 0$ одномодовое его возбуждение. Для рассматриваемого нами случая сильной межмодовой связи огибающая соответствующей моды может быть представлена в виде комбинации двух парциальных импульсов (ПИ) [5,6]

$$A_{1} = a_{1}(\tau, z) \exp[i(q + \delta/2)z] + a_{2}(\tau, z)$$

$$\times \exp[-i(q - \delta/2)z],$$

$$A_{2} = \chi a_{1}(\tau, z) \exp[i(q - \delta/2)z]$$

$$-\chi^{-1}a_{2}(\tau, z) \exp[-i(q + \delta/2)z].$$
(3)

Здесь a_f — медленно меняющиеся с координатой z амплитуды ПИ, параметр $q \equiv (\sigma^2 + \delta^2/4)^{1/2}$ и определяемый начальными условиями возбуждения световода параметр

$$\chi = rac{(2q+\delta)A_{20}-2\sigma A_{10}}{(2q-\delta)A_{10}-2\sigma A_{20}} = -rac{(2q+\delta)A_{10}+2\sigma A_{20}}{(2q-\delta)A_{20}+2\sigma A_{10}}.$$

При полном фазовом синхронизме $\delta = 0$ и параметры $q = |\sigma|$, а $\chi = -1$.

Таким образом, формируемый двумя взаимодействующими модами импульс является суперпозицией ПИ, амплитуды которых в соответствии с (2) и (3) удовлетворяют уравнениям

$$\frac{\partial a_f}{\partial z} - \frac{\xi_f \delta}{2qv} \frac{\partial a_f}{\partial \tau} - \frac{iD_f}{2} \frac{\partial^2 a_f}{\partial \tau^2} + iR(\gamma_{cf}|a_f|^2 + \gamma_{kf}|a_{3-f}|^2)a_f = 0.$$
(4)

Здесь f = 1, 2; параметр $\xi_f = (-1)^f$, а также введены эффективные параметры фазовой само- и кросс-модуляции

$$\begin{split} \gamma_{cf} &= \frac{(\gamma_{c} + \gamma_{k})}{2} \left(1 + \chi^{-2\xi_{f}} + \frac{\xi_{f}\delta}{2q} \frac{(\gamma_{c} - \gamma_{k})}{(\gamma_{c} + \gamma_{k})} (1 - \chi^{-2\xi_{f}}) \right), \\ \gamma_{kf} &= \frac{(\gamma_{c} - \gamma_{k})}{2} \\ &\times \left(\frac{(3 + \chi^{2\xi_{f}})\gamma_{c} - (1 - \chi^{2\xi_{f}})\gamma_{k}}{\gamma_{c} - \gamma_{k}} + \frac{\xi_{f}\delta}{2q} (3 - \chi^{2\xi_{f}}) \right) \end{split}$$
(5)

и эффективной дисперсии ПИ

$$D_f = \frac{d_1 + d_2}{2} + \frac{\xi_f}{v^2 q} \left(1 - \frac{\delta v^2 (d_1 - d_2)}{2} \right).$$
(6)

Начальные условия для амплитуд ПИ с учетом (4) принимают вид

$$a_f(\tau, 0) \equiv a_{f0} = \frac{1}{2} \left[A_{10} + \xi_f \left(\frac{\delta}{2q} A_{10} + \frac{\sigma}{q} A_{20} \right) \right].$$
(7)

Наибольший интерес с точки зрения получения аналитических решений уравнений (4) и их экспериментальной реализации представляет "вырожденная" ситуация, когда поведение всего волнового пакета можно описать только одним из ПИ. Именно для вырожденной ситуации удается получить оптимальные дисперсионные параметры распространяющегося в световоде импульса. В случае фазового синхронизма мод ($\delta = 0$) вырождение имеет место при симметричном ($\psi = 1$) либо антисимметричном ($\psi = -1$) типах возбуждения, при которых $a_{10} = 0$ и $a_{20} \neq 0$, либо $a_{20} = 0$ и $a_{10} \neq 0$ соответственно. Равенство нулю одной из амплитуд ПИ a_f имеет место не только в начальный момент, но сохраняется и в процессе распространения импульса для указанных типов возбуждения световода.

3. В общем случае $\delta \neq 0$, т.е. отстройки от фазового синхронизма, вырожденная ситуация в соответствии с (7) возможна и для несимметричного типа возбуждения световода в случае выполнения определенных соотношений, а именно $a_1 = 0$ при $\psi = -(2q - \delta)/2\sigma$ и $a_2 = 0$ при $\psi = (2q + \delta)/2\sigma$. При выполнении указанных соотношений система уравнений (4) также вырождается в одно нелинейное уравнение Шредингера [10]

$$\frac{\partial a_f}{\partial z} - \frac{iD_f}{2} \frac{\partial^2 a_f}{\partial^2 \tau_f^2} + iR\gamma_{cf}|a_f|^2 a_f = 0, \qquad (8)$$

где введены бегущее время $\tau_f = t - z/u_f$, связанное с соответствующим ПИ, и групповая скорость ПИ $u_f^{-1} = u^{-1} - \xi_f \delta/2qv$.

Полученное уравнение описывает динамику импульса в кубически нелинейной среде с эффективными дисперсией D_f и нелинейностью $R\gamma_{cf}$. Характерной чертой описываемого уравнением (8) процесса распространения волнового пакета в такой среде является самовоздействие, приводящее как к уширению волнового пакета, так и его сжатию, а также возможность формирования устойчивых волновых пакетов — шредингеровских солитонов, возникновение которых связано с балансом действия нелинейности среды и дисперсии [11]. В рассматриваемом нами случае сильной линейной связи мод, формирующих волновой пакет, дисперсионные свойства определяются эффективной дисперсией парциального импульса D_f , обусловленной материальной дисперсией, межмодовой связью и величиной отстройки от фазового синхронизма. В случае аномальной эффективной дисперсии $(D_f < 0)$ и фокусирующих свойств волноведущей среды ($R\gamma_{cf} > 0$) уравнение (8) имеет решение, определяющее так называемые "светлые" солитоны секансгиперболической формы. Решение уравнения (8) для амплитуды ПИ в этом случае имеет вид

$$a_f(\tau, z) = a_{f0} \operatorname{sech}(\tau/\tau_s) \exp(-i\Gamma z), \qquad (9)$$

где фаза, длительность импульса (солитона) и его начальная амплитуда связаны соотношением

$$2\Gamma = R\gamma_{cf}a_{f0}^2 = |D_f|/\tau_s^2.$$
 (10)

Из (10) следует, что длительность солитона существенным образом определяется величиной эффективных дисперсии и нелинейности

$$\tau_u = \left(|D_f| / R \gamma_{cf} a_{f0}^2 \right)^{1/2} = \left(|D_f| \tau_0 / R_f W_0 \right)^{1/2}.$$
 (11)

Здесь $W_0 = (|A_{10}|^2 + |A_{20}|^2)\tau_0$ — плотность вводимой в волокно энергии, а $R_f = R\gamma_f$ — параметр эффективной нелинейности, где

$$\gamma_f = \frac{\gamma_c + \gamma_k}{2} \left(1 + \frac{\delta^2}{4\sigma^2 + \delta^2} \frac{(\gamma_c - \gamma_k)}{(\gamma_c + \gamma_k)} \right).$$
(12)

В данном случае важно отметить, что для вырожденного случая, когда весь волновой пакет можно описать только одним из ПИ, параметр эффективной нелинейности не зависит от типа возбуждения. При этом плотность энергии солитоноподобного импульса, распространяющегося в световоде, составляет $W_{sf} = |D_f|/R_f \tau_s$. Если плотность вводимой в волокно энергии W_0 достаточно близка к W_{sf} , то реализуется солитонный режим распространения импульса. При $W_0 < W_{sf}$ импульс расплывается, а при $W_0 > W_{sf}$ импульс сжимается. В последнем случае для степени самосжатия импульса справедливо аппроксимационное соотношение, обобщающее результаты работы [12],

$$\tau_0/\tau_k \cong 4\sqrt{\tau_0 R_f W_0/|D_f|},\tag{13}$$

где τ_k — минимальная длительность импульса.

Существенная зависимость эффективных параметров дисперсии и нелинейности от величины отстройки, межмодовой связи и типа возбуждения световода создает условия для эффективного управления степенью компрессии, которая во многом определяет динамику импульса в световоде. На рис. 1 представлены зависимости эффективных параметров дисперсии от нормированной отстройки от фазового синхронизма $\delta/|\sigma|$ для парциальных импульсов с f = 1 (*a*) и f = 2 (*b*) и параметров световода $v^2|\sigma| = 10^{26} \text{ m/s}^2$, $d_1 = 10^{-26} \text{ s}^2/\text{m}$ и $d_2 = 10^{-26} \cdot (-3, -2, -1, 1, 2, 3) \text{ s}^2/\text{m}$ (кривые 1-6). Видно, что монотонный рост параметра D_1 сопровождается монотонным спадом D_2 (и наоборот) при



Рис. 1. Зависимость эффективной дисперсии D_f от нормированной отстройки $\delta/|\sigma|$ для парциальных импульсов с f = 1 (*a*), 2 (*b*).



Рис. 2. Зависимость нормированного параметра эффективной нелинейности R_f/R_{γ_c} от нормированной отстройки $\delta/|\sigma|$.

 $d_1 \neq d_2$. В случае $d_1 = d_2$ наблюдается слабая зависимость параметров D_f от отстройки. При значениях $\delta = -2\xi_f |\sigma|/\sqrt{3}$ зависимость параметров D_f от d_2 исчезает, при этом $D_f = d_1 + \xi_f/v^2 q$; аналогично при $\delta = 2\varepsilon_f |\sigma|/\sqrt{3}$ параметры D_f не зависят от d_1 . Особенно важной является возможность достижения сверхмалых значений эффективной дисперсии D_f (меньше $|10^{-27}| \, \text{s}^2/\text{m}$) за счет варьирования отстройки в зависимости от фазового синхронизма δ . Возможность получения малых и при том отрицательных значений эффективной дисперсии в широком интервале рабочих частот $\omega_0 \in 0.8 - 4 \cdot 10^{15} \, \text{s}^{-1}$ является особенно ценной при создании на основе рассматриваемых световодов компактных компрессоров лазерного излучения.

На рис. 2 приведены зависимости нормированного параметра эффективной нелинейности $R_f/R\gamma_c$ от величины отстройки $\delta/|\sigma|$ для значений параметра $\gamma_k/\gamma_c = 0, 0.5, 1, 1.5, 2$ (кривые 1–5). Эффективная нелинейность одинакова для обоих ПИ, а также не зависит от знака отстройки. В случае $\delta = 0$ имеет место экстремальное значение нелинейности $R_f \cong (\gamma_c + \gamma_k)R/2$, в предельном случае бо́лыших значений отстроек, т. е. $|\delta| \Rightarrow \infty$, имеем $R \Rightarrow R\gamma_c$. Обращает на себя внимание отсутствие зависимости эффективной нелинейности от отстройки при $\gamma_k = \gamma_c$. Максимальное изменение параметра нелинейности равно $R|\gamma_c - \gamma_k|/2$.

Существенное влияние условий ввода излучения на его последующую динамику в рассмотренных световодах делает перспективным возможное их использование для создания полностью оптических логических элементов. При этом важно подчеркнуть, что связанные волны могут возникать не только в средах с периодически меняющимся показателем преломления, но и в туннельносвязанных волоконных световодах, гиротропных двулучепреломляющих средах и т.д. Периодическое волокно в данном случае можно считать всего лишь модельным объектом, а результаты следует рассматривать как предельно общие и применимые практически для любой системы, описывающей попутно распространяющиеся волны с реализованной между ними сильной линейной связью.

Список литературы

- [1] Майер А.А. // УФН. 1995. Т. 165. № 9. С. 1037–1075.
- [2] Васильев С.А., Дианов Е.М., Курков А.С., Медведков О.И., Протопопов В.Н. // Квантовая электрон. 1997. Т. 24. № 10. С. 151–154.
- [3] Васильев С.А., Дианов Е.М., Стародубов Д.С., Фролов А.А., Медведков О.И. // Квантовая электрон. 1997. Т. 24. № 10. С. 160–162.
- [4] Выслоух В.А., Геворкян Л.П. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1991. Т. 55. № 2. С. 323–328.
- [5] Золотовский И.О., Семенцов Д.И. // Опт. и спектр. 1999.
 Т. 86. № 5. С. 737–739.
- [6] Золотовский И.О., Семенцов Д.И. // Квантовая электрон. 1999. Т. 27. № 3. С. 273–277.
- [7] Маймистов А.И. // Квантовая электрон. 1991. Т. 18. № 6. С. 758–761.
- [8] Абдуллаев Ф.Х., Абрамов Р.М., Гончаров В.И., Дарманян С.А. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 9. С. 101–109.
- [9] Malomed B.A., Skinner P.L., Chu P.L., Peng G.D. // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 53. N 4. P. 4084–4091.
- [10] Золотовский И.О., Семенцов Д.И. // Опт. и спектр. 2000. Т. 88. № 4. С. 620–623.
- [11] Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М.: Наука, 1988.
- [12] Дианов Е.М., Никонова З.С., Прохоров А.М., Серкин В.Н. // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12. С. 756–759.