### 01;05;09

# Влияние металлических экранов на спектр дипольно-обменных гибридных электромагнитно-спиновых волн

© В.Е. Демидов,<sup>1</sup> Б.А. Калиникос,<sup>1</sup> П. Эденхофер<sup>2</sup>

 <sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет, 197376 Санкт-Петербург, Россия
 e-mail: eivt@eltech.ru
 <sup>2</sup>Институт высокочастотной техники, Университет Бохума, D-44780 Бохум, Германия
 e-mail: edh@hf.ruhr-uni-bochum.de

#### (Поступило в Редакцию 6 августа 2001 г.)

Построена теория дипольно-обменных гибридных электромагнитно-спиновых волн, распространяющихся в произвольно намагниченных пятислойных экранированных слоистых структурах, включающих ферромагнитный слой, отделенный с двух сторон от металлических экранов четырьмя диэлектрическими слоями с различными значениями диэлектрической проницаемости. На основе построенной теории проанализировано влияние металлических экранов на спектр гибридных поверхностных волн в слоистых структурах, состоящих из размещенной на диэлектрической подложке ферромагнитной пленки, контактирующей с сегнетоэлектрической пластиной.

Предложенная в [1,2] идея перестройки сверхвысокочастотных спин-волновых приборов с помощью изменения диэлектрической проницаемости контактирующего с ферромагнитной пленкой сегнетоэлектрического слоя позволяет существенно улучшить рабочие характеристики таких устройств, как электрически управляемые спин-волновые фазовращатели, линии задержки, резонаторы и т.д. Использование механизма управления, основанного на варьировании приложенного к сегнетоэлектрическому слою постоянного электрического поля вместо традиционного варьирования напряженности поля подмагничивания, приводит к исключению из конструкций электрически управляемых спин-волновых приборов электромагнитов, что позволяет существенно уменьшить их вес и габариты. Кроме того, такой механизм перестройки характеризуется высокой скоростью и малыми энергетическими затратами, необходимыми для управления рабочими характеристиками спин-волновых приборов.

Исследование слоистых структур, содержащих ферромагнитные и сегнетоэлектрические слои, требует построения теории спиновых волн с учетом электромагнитного запаздывания, так как в случае больших значений диэлектрической проницаемости магнитной пленки или контактирующих с ней диэлектрических слоев обычно используемое для описания свойств спиновых волн магнитостатическое приближение не может быть применено. Ранее задача о спектре и дисперсионных характеристиках гибридных электромагнитно-спиновых волн с учетом электромагнитного запаздывания решалась для ряда частных случаев [3–9]. Так, в работе [3] была построена теория поверхностных гибридных волн в свободном и металлизированном с одной стороны ферромагнитном слое. В работах [4-6] теоретически и экспериментально исследована гибридизация поверхностных и обратных объемных спиновых волн с электромагнитными волнами в структурах ферромагнитная пленка-воздушный зазор-сегнетоэлектрическая пластина. В работах [7,8] была построена теория гибридных электромагнитно-спиновых волн в касательно намагниченных слоистых структурах при произвольном угле между направлением намагничивания и направлением распространения волн. При этом в [7] анализировалась слоистая структура, состоящая из ферромагнитной пленки, отделенной с двух сторон от металлических экранов двумя диэлектрическими слоями, а в [8] — слоистая структура, состоящая из металлизированной с одной стороны ферромагнитной пленки, отделенной воздушным зазором от сегнетоэлектрической пластины. Кроме того, анализ дисперсионных характеристик гибридных электромагнитно-спиновых волн в касательно намагниченных двумерных слоистых структурах проводился путем численного решения уравнений электродинамики в [9]. Заметим, что во всех перечисленных работах задача о спектре гибридных волн решалась в пренебрежении обменным взаимодействием. Такое приближение не позволяет распространять полученные в [3-9] результаты на слоистые структуры, содержащие сравнительно тонкие ферромагнитные пленки. Существенно также, что ни в одной из перечисленных работ не проводился анализ влияния геометрических факторов слоистой структуры с точки зрения достижения оптимума для практической реализации спин-волновых приборов, перестраиваемых путем приложения постоянного электрического поля.

Целью данной работы является следующее.

1. Построение общей теории дипольно-обменных гибридных электромагнитно-спиновых волн, распространяющихся в произвольно намагниченных слоистых структурах, в которых ферромагнитная пленка отделена от металлических экранов четырьмя диэлектрическими слоями, имеющими различную диэлектрическую проницаемость.

**Рис. 1.** Геометрия слоистой структуры. На вставке — поперечное сечение слоистой структуры.

2. Анализ на основе предлагаемой теории влияния металлических экранов на эффективность гибридизации дисперсионных характеристик электромагнитных и поверхностных спиновых волн.

 Анализ управляемости дисперсионными характеристиками волн путем изменения диэлектрической проницаемости слоев с точки зрения нахождения оптимальной геометрии слоистой структуры для построения перестраиваемых спин-волновых приборов.

Геометрия исследуемой слоистой структуры показана на рис. 1. Рассматривается неограниченная в плоскости  $\eta\xi$  структура, состоящая из изотропной ферромагнитной пленки толщиной L (на рисунке она заштрихована), обладающей диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_L$  и намагниченностью насыщения М<sub>0</sub>, отделенной от идеально проводящих металлических экранов четырьмя изотропными диэлектрическими слоями с толщинами a, b, c, d и диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_a, \varepsilon_b, \varepsilon_c$  и  $\varepsilon_d$ соответственно. Центр системы координат  $\xi \eta \xi$  помещается в центр ферромагнитной пленки. Ось  $\xi$  полагается совмещенной с направлением распространения волн. Для удобства анализа вводится вторая система координат XYZ, повернутая относительно  $\xi \eta \xi$ . Ось Z новой системы координат совпадает с направлением постоянного магнитного поля **H**<sub>i</sub>, а ось *Y* лежит в плоскости структуры. Относительная ориентация двух систем координат задается двумя углами: углом  $\varphi$  между осью  $\xi$  и проекцией оси Z на плоскость структуры Z' и углом  $\Theta$  между осями Z и Z'.

Граничная задача для уравнения движения намагниченности и полной системы уравнений Максвелла решается с использованием метода тензорных функций Грина плоскослоистой структуры [10,11]. Следуя названному методу, сначала находятся выражения, задающие связь между распределениями переменного магнитного поля и переменной намагниченности по толщине слоистой структуры — тензорная функция Грина уравнений Максвелла для слоистой структуры. Затем полученные выражения подставляются в линеаризованное уравнение движения намагниченности, которое решается для двух предельных случаев обменных граничных условий: свободных и закрепленных поверхностных спинов. В результате решения находится неявное дисперсионное уравнение, связывающее собственную циклическую частоту волн  $\omega$ с их продольным волновым числом  $k_{\xi}$ ,

$$\det \hat{A}(\omega, k_{\xi}) = 0. \tag{1}$$

 $\hat{A}$  представляет собой блочную матрицу, состоящую из четырех бесконечных матриц. Для случая свободных поверхностных спинов  $\hat{A}$  имеет вид

 $\hat{A} =$ 

$-A_{00}^{xx}+\Omega_{0k}$	$-A_{10}^{xx}$		$A_{00}^{xy} + \omega$	$A_{10}^{xy}$	· · · ]	
$-A_{01}^{xx}$	$-A_{11}^{xx}+\Omega_{1k}$		$A_{01}^{xy}$	$A_{11}^{xy} + \omega$		
÷	:	·.	:	÷	·	
$-A_{00}^{yx} + \omega$	$-A_{10}^{yx}$		$-A_{00}^{yy} + \Omega_{0k}$	$-A_{10}^{yy}$		
$-A_{01}^{yx}$	$-A_{11}^{yx} + \omega$		$-A_{01}^{yy}$	$-A_{11}^{yy} + \Omega_{1k}$		
L :		·		•	·. ]	
-					$(\bar{2})$	

В случае закрепленных поверхностных спинов нумерация индексов матричных элементов начинается с единицы. Выражения для матричных элементов, соответствующие случаям свободных и закрепленных поверхностных спинов, приведены в Приложении.

Дисперсионное уравнение (1) точно описывает спектр собственных волн произвольно намагниченной слоистой структуры с одновременным учетом как дипольдипольного, так и обменного взаимодействия, а также с учетом электродинамических и обменных граничных условий и электромагнитного запаздывания. Таким образом, полученное дисперсионное уравнение является универсальным инструментом для исследования спектра и дисперсионных характеристик гибридных электромагнитно-спиновых волн, распостраняющихся в произвольно намагниченных слоистых структурах. Благодаря учету обменного взаимодействия с помощью предлагаемой теории возможен анализ слоистых структур, построенных как на основе относительно тонких ферромагнитных пленок, в которых обменное взаимодействие играет существенную роль в формировании спектра спиновых волн, так и на основе относительно толстых пленок, в которых обменное взаимодействие не сказывается на дисперсионных характеристиках вплоть до очень больших ("обменных") значений волновых чисел спиновых волн. Благодаря учету электромагнитного запаздывания во всех слоях слоистой структуры предлагаемая теория позволяет анализировать волноведущие структуры, включающие как ферромагнитные, так и сегнетоэлектрические слои, а также слои, выполненные из сегнетомагнитных материалов.

Отметим, что все матричные элементы, входящие в (2), являются сложными функциями как собственной частоты, так и волнового числа гибридных волн. В связи



с этим дисперсионное уравнение (1) не может быть решено аналитически. Для его решения необходимо привлекать численные методы. При этом в зависимости от конкретной геометрии слоистой структуры и направлления распространения гибридных волн относительно направления намагничивания вопрос о необходимом количестве учитываемых в (2) матричных элементов должен решаться отдельно.

В работах [1,2] было показано, что наиболее подходящими для практической реализации перестраиваемых путем приложения электрического поля сверхвысокочастотных спин-волновых приборов являются поверхностные гибридные электромагнитно-спиновые волны, распространяющиеся в касательно намагниченных структурах диэлектрическая подложка-сравнительно толстая ферромагнитная пленка-сегнетоэлектрический слой под прямым углом к направлению намагничивания ( $\Theta = 0$ ,  $\varphi = -\pi/2$ ). Однако в указанных работах рассматривались только экранированные с двух сторон слоистые структуры. Используя полученное в данной работе дисперсионное уравнение, получаем возможность рассмотреть структуры аналогичной геометрии, в которых металлические экраны удалены от поверхностей структуры на заданное расстояние или вовсе отсутствуют. Подобный анализ позволяет оценить роль металлических экранов в формировании спектра гибридных волн и провести оптимизацию геометрии слоистой структуры с точки зрения поиска решения, наиболее подходящего для реализации перестраиваемых спин-волновых приборов. В качестве отправной точки анализа будем использовать геометрию слоистой структуры, для которой в [2] была получена наибольшая гибридизация спиновых и электромагнитных волн и наилучшие характеристики управляемости:  $a = b = 300 \,\mu\text{m}, \, \varepsilon_a = 1630, \, \varepsilon_b = 14,$  $L = 20 \,\mu\text{m}, \, \varepsilon_L = 14$ . По своим параметрам такая структура соответствует пленке железо-иттриевого гранита (слой L), выращенной на диэлектрической подложке из гадолиний-галлиевого граната (слой b), контактирующей с керамической сегнетоэлектрической пластиной (слой а). Будем считать, что металлические экраны отделены от поверхностей сегнетоэлектрической пластины и диэлектрической подложки воздушными зазорами  $(\varepsilon_c = \varepsilon_d = 1)$  шириной *с* и *d* соответственно.

Прежде чем перейти к количественному анализу влияния металлических экранов на спектр поверхностных гибридных волн, опишем основные свойства этого спектра качественно. Из общих соображений понятно, что спектр гибридных волн представляет собой комбинацию дисперсионных кривых, соответствующих быстрым электромагнитным волнам и медленным спиновым волнам, гибридизированных в тех областях дисперсионной диаграммы, где их фазовые скорости близки по своим значениям. Поэтому анализ формирования полного спектра волн, распространяющихся в слоистой структуре, целесообразно проводить в два этапа. На первом этапе удобно рассмотреть спектр чисто электромагнитных волн в пренебрежении магнитными свойствами слоя *L*, а затем, добавив в рассмотрение магнитные свойства, перейти к полному спектру.

Следуя предложенной методике, рассмотрим сначала влияние металлических экранов на спектр чисто электромагнитных волн, распространяющихся в слоистых структурах описанной выше геометрии. Для этого будем использовать дисперсионные соотношения, которые легко получаются в процессе вывода уравнения (1) путем исключения переменной намагниченности. Для поперечных электрических (TE) волн дисперсионное уравнение имеет вид

$$\frac{N(\omega, k_{\xi})}{\gamma_L(\omega, k_{\xi})} = 0, \tag{3}$$

для поперечных магнитных (ТМ) волн

$$\gamma_L(\omega, k_{\xi}) N^{y}(\omega, k_{\xi}) = 0.$$
(4)

Выражения, входящие в дисперсионные уравнения (3) и (4), приведены в Приложении.

На рис. 2 показаны спектры чисто электромагнитных волн, рассчитанные с использованием уравнений (3) и (4). Спектры соответствуют трем предельным случаям металлизации слоистой структуры с параметрами  $a = b = 300 \,\mu\text{m}, \, \varepsilon_a = 1630, \, \varepsilon_b = 14, \, L = 20 \,\mu\text{m},$  $\varepsilon_L = 14$ . Рис. 2, *а* соответствует случаю, когда волноведущая структура металлизирована с обеих поверхностей (c = d = 0), рис. 2, b — случаю металлизации только со стороны сегнетоэлектрического слоя a ( $c = 0, d = \infty$ ), рис. 2, с — случаю металлизации со стороны диэлектрической подложки b ( $c = \infty, d = 0$ ). Сплошными кривыми на рис. 2 показаны дисперсионные кривые *ТЕ*-волн, штриховыми линиями — *ТМ*-волн. Пунктиром показаны границы областей существования непрерывного спектра волн. Области слева от них соответствуют непрерывному спектру, справа — дискретному.

Как видно из рисунка, отсутствие одного из металлических экранов приводит к значительной модификации спектра электромагнитных волн. При этом спектры волн *ТЕ-* и *ТМ*-типов претерпевают различное изменение. В случае ТЕ-волн удаление металла приводит к уменьшению частот отсечки каждой из ветвей и увеличению групповой скорости, что связано с частичным проникновением их полей в области с низкой диэлектрической проницаемостью. В случае ТМ-волн удаление металла приводит к существенному изменению вида дисперсионных характеристик в результате концентрации электромагнитных полей волн данного типа в областях с низкой диэлектрической проницаемостью. Важно отметить, что при удалении металла от поверхности сегнетоэлектрического слоя кривая, соответствующая первой моде ТМ-волн, перемещается в область частот, лежащую выше частоты отсечки первой моды ТЕ-волн.

Как было показано в [1,2], наибольшая эффективность управления дисперсионными характеристиками спиновых волн за счет варьирования диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрического слоя достигается при использовании эффекта "расталкивания" дисперсионных



**Рис. 2.** Спектры электромагнитных волн в диэлектрической волноведущей структуре при отсутствии магнитных свойств слоя *L* при различных условиях металлизации.



**Рис. 3.** Изменение частоты отсечки моды  $TE_1$  электромагнитных волн при изменении расстояний от поверхности слоистой структуры до металлических экранов.

кривых поверхностных спиновых волн, распространяющихся в касательно намагниченной слоистой структуре под прямым углом к направлению намагничивания, и электромагнитных  $TE_1$ -волн. Наилучшая управляемость достигается в том случае, когда частота отсечки моды  $TE_1$  лежит вблизи частотного диапазона безобменных спиновых волн.

На рис. З показано изменение частоты отсечки моды  $TE_1$  при удалении металлических экранов от поверхностей слоистой структуры: a — при изменении расстояния c от поверхности сегнетоэлектрического слоя до металлического экрана в случае наличия (d = 0) и отсутствия ( $d = \infty$ ) металлизация со стороны диэлектрической подложки, b — при удалении металлического экрана от диэлектрической подложки. Пунктир — частоты, к которым стремятся кривые при  $d \to \infty$ , c = 0

 $(c \to \infty, d = 0)$ . В предельном случае отсутствия обоих экранов  $(c = \infty, d = \infty)$  частота отсечки моды  $TE_1$  зануляется. Из рисунка видно, что удаление металлического экрана от поверхности сегнетоэлектрического слоя влияет на частоту отсечки моды  $TE_1$  значительно сильнее, чем удаление экрана от поверхности диэлектрической подложки. При этом наибольшее изменение достигается при изменении расстояний от поверхностей слоистой структуры до металлических экранов от 0 до 500  $\mu$ m. Таким образом, варьируя расстояние от металлических экранов до поверхностей слоистой структуры поверхностей слоистой структуры при неизменных остальных ее параметрах, возможно достичь изменения частоты отсечки моды  $TE_1$  в широком частотном диапазоне.

Обратимся теперь к рассмотрению полного спектра гибридных волн. Рис. 4 позволяет проанализировать влияние металлических экранов на степень гибридизации дисперсионных кривых электромагнитных волн моды  $TE_1$  и поверхностных спиновых волн, а также на эффективность управления дисперсионными характеристиками поверхностных спиновых волн путем изменения диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрического слоя. Три части рисунка  $(a, b \, u \, c)$  соответствуют трем предельным случаям металлизации слоистой структуре с параметрами  $a = b = 300 \,\mu\text{m}, \, \varepsilon_b = 14, \, L = 20 \,\mu\text{m},$  $\varepsilon_L = 14$ : c = d = 0 (рис. 4, a), c = 0,  $d = \infty$  (рис. 4, b) и  $c = \infty, d = 0$  (рис. 4, *c*). Сплошными кривыми показаны дисперсионные характеристики гибридных поверхностных волн при  $\varepsilon_a = 1630$ , штриховыми — дисперсионные характеристики гибридных волн при  $\varepsilon_a = 1000$ , штрихпунктир — дисперсионные характеристики поверхностных спиновых волн, рассчитанные в магнитостатическом приближении, пунктир — границы частотного диапазона существования безобменных поверхностных магнитостатических волн:  $\sqrt{\omega_H(\omega_H + \omega_M)}$  — нижняя граница,  $\omega_H + 0.5\omega_M$  — верхняя граница. Чтобы не загромождать рисунок, дисперсионные кривые волн ТМтипа и границы области существования непрерывного спектра не показаны.

Так как частота отсечки моды TE1 изменяется при изменении условий металлизации, в каждом из случаев, представленных на рис. 4, напряженность постоянного магнитного поля *H<sub>i</sub>* выбиралась такой, чтобы частота отсечки моды ТЕ1 совпадала с нижней границей частотного диапазона существования безобменных поверхностных магнитостатических волн в свободной ферромагнитной пленке. Поэтому дисперсионные кривые, показанные на рис. 4, a, рассчитаны при  $H_i = 2078$  Oe, на рис. 4, b – при  $H_i = 1498$  Ое, а на рис. 4, c — при  $H_i = 606$  Ое. Как видно из рисунка, удаление любого из металлических экранов приводит к ослаблению гибридизации дисперсионных кривых электромагнитных и спиновых волн. Кроме того, при удалении металла наблюдается ухудшение управляемости дисперсионными характеристиками путем изменения диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрического слоя. Важно также заметить, что в случае удаления металла от поверхности диэлектрической подложки (рис. 4, b) частота отсечки верхней ветви



**Рис. 4.** Влияние металлических экранов на эффективность гибридизации дисперсионных характеристик электромагнитных и поверхностных спиновых волн.



**Рис. 5.** Частичная компенсация ослабления гибридизации в металлизированной только со стороны диэлектрической подложки слоистой структуре при уменьшении толщины сегнетоэлектрического слоя.

гибридизированных дисперсионных кривых смещается вниз, что приводит к многомодовому режиму распространения волн в частотной области гибридизации. При удалении металла от поверхности сегнетоэлектрического слоя (рис. 4, c), дисперсионные кривые поверхностных спиновых волн приобретают монотонный характер, что может быть важно для практического использования эффекта гибридизации. Кроме того, для последнего варианта характерен одномодовый режим распространения волн в широком частотном диапазоне. К его недостаткам можно отнести сравнительно невысокую эффективность управления дисперсионными характеристиками по сравнению с вариантом металлизации с обеих поверхностей.

Одним из путей увеличения эффективности управления является уменьшение толщины сегнетоэлектрического слоя, которое приводит к усилению "перекрытия" электромагнитных полей электромагнитных волн ТЕ-типа и поверхностных спиновых волн. В качестве демонстрации этого факта на рис. 5 показаны дисперсионные характеристики гибридных волн в слоистой структуре, металлизированной только со стороны диэлектрической подложки ( $c = \infty, d = 0$ ) при толщине сегнетоэлектрического слоя  $a = 66 \, \mu \text{m}$ . Остальные параметры структуры взяты такими же, как и ранее, т. е.  $b = 300 \, \mu {\rm m}$ ,  $\varepsilon_b = 14, L = 20 \,\mu$ m,  $\varepsilon_L = 14, \varepsilon_c = \varepsilon_d = 1$ . Расчет произведен для напряженности поля подмагничивания  $H_i = 2078$  Ое. Как и в случае рис. 4, сплошные кривые соответствуют  $\varepsilon_a = 1630$ , штриховые —  $\varepsilon_a = 1000$ , штрихпунктир — магнитостатическому приближению. Как и ранее, параметры подобраны так, чтобы частота отсечки моды TE<sub>1</sub> совпадала с нижней частотой полосы существования безобменных поверхностных магнитостатических волн  $\sqrt{\omega_H(\omega_H + \omega_M)}$ .

Сравнение рис. 5 и рис. 4, *а* показывает, что путем уменьшения толщины сегнетоэлектрического слоя в структуре, металлизированной только со стороны диэлектрической подложки, можно добиться управляемости дисперсионными характеристиками поверхностных спиновых волн, близкой к случаю структуры, металлизированной с обеих поверхностей. При этом последний случай характеризуется монотонностью дисперсионных кривых и одномодовым режимом распространения, что может быть важно для практического применения исследуемого эффекта.

Результаты приведенного выше анализа позволяют сделать ряд выводов. Удаление металлических экранов от поверхностей слоистой структуры вида диэлектрическая подложка-ферромагнитная пленка-сегнетоэлектрическая пластина приводит к существенному ослаблению гибридизации дисперсионных характеристик электромагнитных и поверхностных спиновых волн и ухудшению управляемости дисперсионными характеристиками путем изменения диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрического слоя. В то же время варьирование расстояния между металлическим экраном и поверхностью сегнетоэлектрического слоя позволяет эффективно изменять частоту отсечки моды TE1 электромагнитных волн, которая определяет рабочий частотный диапазон потенциальных СВЧ приборов, основанных на эффекте гибридизации. Кроме того, удаление металлического экрана со стороны сегнетоэлектрического слоя приводит к монотонности дисперсионных характеристик гибридных волн. Ухудшение управляемости дисперсионными характеристиками в этом случае может быть частично скомпенсировано уменьшением толщины сегнетоэлектрического слоя.

В заключение перечислим основные результаты, полученные в данной работе. На основе совместного решения полной системы уравнений Максвелла и уравнения движения намагниченности с учетом электродинамических и обменных граничных условий получено универсальное дисперсионное уравнение, позволяющее рассчитывать полный спектр волн в произвольно намагниченных слоистых структурах, включающих ферромагнитные и диэлектрические (сегнетоэлектрические) слои. Полученное дисперсионное уравнение использовано для поиска оптимальной геометрии слоистой структуры с точки зрения достижения наилучшей электрической управляемости дисперсионных характеристик гибридных волн за счет изменения диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрического слоя. Результаты анализа показали, что оптимальной с этой точки зрения является геометрия экранированной с обеих сторон слоистой структуры. При этом частный случай слоистой структуры, не металлизированной со стороны сегнетоэлектрического слоя, также имеет ряд преимуществ, хотя и характеризуется худшей управляемостью.

Данная работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 99-02-16370) и международной организацией INTAS (грант № 99-1812).

## Приложение

Выражения для матричных элементов, входящих в уравнение (1),

$$\begin{split} A_{nm}^{xx} &= A_{nm}^{\xi\xi} \cos^{2}(\Theta) - i(A_{nm}^{\xi\xi} + A_{nm}^{\xi\xi}) \cos(\varphi) \sin(\Theta) \cos(\Theta) \\ &+ A_{nm}^{\eta\eta} \sin^{2}(\varphi) \sin^{2}(\Theta) + A_{nm}^{\xi\xi} \cos^{2}(\varphi) \sin^{2}(\Theta), \\ A_{nm}^{xy} &= A_{nm}^{\xi\xi} \sin(\varphi) \cos(\Theta) \\ &- i(A_{nm}^{\eta\eta} - A_{nm}^{\xi\xi}) \sin(\varphi) \cos(\varphi) \sin(\Theta), \\ A_{nm}^{yx} &= A_{nm}^{\xi\xi} \sin(\varphi) \cos(\Theta) \\ &- i(A_{nm}^{\eta\eta} - A_{nm}^{\xi\xi}) \sin(\varphi) \cos(\varphi) \sin(\Theta), \\ A_{nm}^{yy} &= A_{nm}^{\eta\eta} \cos^{2}(\varphi) + A_{nm}^{\xi\xi} \sin^{2}(\varphi), \\ A_{nm}^{\xi\xi} &= -\delta_{nm} + \frac{k_{\xi}^{\xi}}{\gamma_{L}^{2} + \kappa_{m}^{2}} \delta_{nm} - \frac{k_{\xi}^{2}}{N^{y}L} R_{nm}^{1} \left\{ F_{nm}^{3} \right\}, \\ A_{nm}^{\xi\xi} &= R_{nm}^{2} + \frac{k_{\xi}}{N} R_{nm}^{1} \left\{ F_{nm}^{2} \right\}, \\ A_{nm}^{\xi\xi} &= R_{nm}^{2} + \frac{k_{\xi}}{N} R_{nm}^{1} \left\{ F_{nm}^{2} \right\}, \\ A_{nm}^{\xi\xi} &= R_{nm}^{2} + \frac{k_{\xi}}{N} R_{nm}^{1} \left\{ F_{nm}^{4} \right\}, \\ A_{nm}^{\xi\xi} &= R_{nm}^{2} + \frac{k_{\xi}}{N} R_{nm}^{1} \left\{ F_{nm}^{4} \right\}, \\ A_{nm}^{\xi\xi} &= R_{nm}^{2} + \frac{k_{\xi}}{N} R_{nm}^{1} \left\{ F_{nm}^{4} \right\}, \\ A_{nm}^{\xi\xi} &= R_{nm}^{2} + \frac{k_{\xi}}{N} R_{nm}^{1} \left\{ F_{nm}^{4} \right\}, \\ R_{nm}^{\xi\xi} &= R_{nm}^{2} + \frac{k_{\xi}}{N} R_{nm}^{1} \left\{ F_{nm}^{4} \right\}, \\ R_{nm}^{\xi\xi} &= R_{nm}^{2} + \frac{k_{\xi}}{N} R_{nm}^{1} \left\{ F_{nm}^{4} \right\}, \\ R_{nm}^{\xi\xi} &= -\frac{\gamma_{L}^{2}}{\gamma_{L}^{2} + \kappa_{m}^{2}} \delta_{nm} + \frac{\gamma_{L}}{N} R_{nm}^{1} \left\{ F_{nm}^{4} \right\}, \\ R_{nm}^{2} &= \frac{k_{\xi}[1 - (-1)^{n+m}]}{(\gamma_{L}^{2} + \kappa_{m}^{2})(\gamma_{L}^{2} + \kappa_{n}^{2})} \frac{2}{L} \left\{ \gamma_{L}^{2} / \sqrt{(1 + \delta_{0n})(1 + \delta_{0m})} \right\}, \\ F_{nm}^{2} &= -Q_{ac}Q_{bd}\sinh(\gamma_{L}L)(1 - (-1)^{n+m}) \\ - (\cosh(\gamma_{L}L) - (-1)^{n})(S_{ac}Q_{bd} - S_{bd}Q_{ac}(-1)^{n+m}), \\ F_{nm}^{2} &= S_{ac}S_{bd}(\cosh(\gamma_{L}L) - (-1)^{n})(1 + (-1)^{n+m}) \\ + \sinh(\gamma_{L}L)(S_{ac}Q_{bd}(-1)^{n+m} + S_{bd}Q_{ac}), \\ F_{nm}^{4} &= Q_{ac}Q_{bd}(\cosh(\gamma_{L}L) - (-1)^{n})(1 + (-1)^{n+m}), \\ F_{nm}^{5} &= Q_{ac}^{\nu}Q_{bd}^{\nu}(\cosh(\gamma_{L}L) - (-1)^{n})(1 + (-1)^{n+m}) \\ + \sinh(\gamma_{L}L)(S_{ac}Q_{bd} + S_{bd}Q_{ac}(-1)^{n+m}), \\ F_{nm}^{5} &= S_{ac}S_{bd}^{\nu}(\cosh(\gamma_{L}L) - (-1)^{n})(1 + (-1)^{n+m}) \\ + \sinh(\gamma_{L}L)(S_{ac}Q_{bd}^{\nu} + S_{bd}^{\nu}Q_{ac}^{\nu}(-1)^{n+m}), \\ F_{nm}^{5} &= S_{ac}S_{bd}^{\nu}(\cosh(\gamma_{L}L) - (-1)^{n})(1 + (-1)^{n+m}) \\ + \sinh(\gamma_{L}L)(S_{ac}Q_{bd}^{\nu} + S_{bd}^{\nu}Q_{ac}^{\nu}(-1)^{n+m}),$$

$$\begin{split} N &= \sinh(\gamma_L L)(S_{bd}S_{ac} + Q_{ac}Q_{bd}) \\ &+ \cosh(\gamma_L L)(S_{ac}Q_{bd} + S_{bd}Q_{ac}), \\ N^y &= \sinh(\gamma_L L)(S_{bd}^y S_{ac}^v + Q_{ac}^y Q_{bd}^y) \\ &+ \cosh(\gamma_L L)(S_{ac}^y Q_{bd}^y + S_{bd}^y Q_{ac}^y), \\ S_{bd} &= 1 + \frac{\gamma_b}{\gamma_d} \tanh(\gamma_d d) \tanh(\gamma_b b), \\ S_{ac} &= 1 + \frac{\gamma_a}{\gamma_c} \tanh(\gamma_c c) \tanh(\gamma_a a), \\ Q_{bd} &= \frac{\gamma_L}{\gamma_d} \tanh(\gamma_d d) + \frac{\gamma_L}{\gamma_b} \tanh(\gamma_b b), \\ Q_{ac} &= \frac{\gamma_L}{\gamma_c} \tanh(\gamma_c c) + \frac{\gamma_L}{\gamma_a} \tanh(\gamma_a a), \\ S_{bd}^y &= 1 + \frac{\varepsilon_b \gamma_d}{\varepsilon_c \gamma_a} \tanh(\gamma_c c) \tanh(\gamma_a a), \\ S_{bd}^y &= 1 + \frac{\varepsilon_a \gamma_c}{\varepsilon_c \gamma_a} \tanh(\gamma_c c) \tanh(\gamma_a a), \\ Q_{bd}^y &= \frac{\varepsilon_L \gamma_d}{\varepsilon_c \gamma_L} \tanh(\gamma_d d) + \frac{\varepsilon_L \gamma_b}{\varepsilon_b \gamma_L} \tanh(\gamma_b b), \\ Q_{ac}^y &= \frac{\varepsilon_L \gamma_d}{\varepsilon_c \gamma_L} \tanh(\gamma_c c) + \frac{\varepsilon_L \gamma_a}{\varepsilon_a \gamma_L} \tanh(\gamma_a a), \\ Q_{bd}^y &= \frac{\varepsilon_L \gamma_c}{\varepsilon_c \gamma_L} \tanh(\gamma_c c) + \frac{\varepsilon_L \gamma_a}{\varepsilon_a \gamma_L} \tanh(\gamma_a a), \\ \Omega_{nk} &= \omega_H + \omega_M \alpha(k_\xi^2 + \kappa_n^2), \\ \kappa_n &= \frac{n\pi}{L}, \quad \omega_H &= |g|\mu_0 H_i, \quad \omega_M &= |g|\mu_0 M_0, \\ k_{0a}^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_a, \quad \gamma_a^2 &= k_\xi^2 - k_{0a}^2, \\ k_{0b}^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_d, \quad \gamma_a^2 &= k_\xi^2 - k_{0c}^2, \\ k_{0d}^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_d, \quad \gamma_d^2 &= k_\xi^2 - k_{0c}^2, \\ k_{0d}^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_d, \quad \gamma_d^2 &= k_\xi^2 - k_{0d}^2, \\ k_{0d}^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_d, \quad \gamma_d^2 &= k_\xi^2 - k_{0d}^2, \\ k_{0d}^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_d, \quad \gamma_d^2 &= k_\xi^2 - k_{0d}^2, \\ k_{0d}^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_d, \quad \gamma_d^2 &= k_\xi^2 - k_{0d}^2, \\ k_{0d}^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_d, \quad \gamma_d^2 &= k_\xi^2 - k_{0d}^2, \\ k_{0d}^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_d, \quad \gamma_d^2 &= k_\xi^2 - k_{0d}^2, \\ k_{0d}^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_d, \quad \gamma_d^2 &= k_\xi^2 - k_{0d}^2, \\ k_{0d}^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_d, \quad \gamma_d^2 &= k_\xi^2 - k_{0d}^2, \\ k_{0d}^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_d, \quad \gamma_d^2 &= k_\xi^2 - k_{0d}^2, \\ k_{0d}^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_d, \quad \gamma_d^2 &= k_\xi^2 - k_{0d}^2, \\ k_{0d}^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_d, \quad \gamma_d^2 &= k_\xi^2 - k_{0d}^2, \\ k_{0d}^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_d, \quad \gamma_d^2 &= k_\xi^2 - k_{0d}^2, \\ k_{0d}^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_d, \quad \gamma_d^2 &= k_\xi^2 - k_{0d}^2, \\ k_{0d}^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_d, \quad \gamma_d^2 &= k_\xi^2 - k_{0d}^2, \\ k_{0d}^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_d, \quad \gamma_d^2 &= k_\xi^2 - k_{0d}^2, \\ k_{0d}^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_d, \quad \gamma_d^2 &= k_\xi^2 - k_{0d}^2, \\ k_{0d}^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_d, \quad \gamma_d^2 &= k_\xi^2 - k_{0d}$$

где  $|g| = 1.76 \cdot 10^{11}$  C/kg — гиромагнитное отношение для спина электрона,  $\alpha$  — константа неоднородного обменного взаимодействия.

В выражениях для  $A_{nm}^{\xi\xi}$ ,  $A_{nm}^{\xi\xi}$ ,  $A_{nm}^{\xi\xi}$ ,  $A_{nm}^{\xi\xi}$ ,  $A_{nm}^{\eta\eta}$ ,  $R_{nm}^1$  и  $R_{nm}^2$ верхняя строчка в фигурных скобках отвечает граничным условиям на поверхностях ферромагнитной пленки, соответствующим свободным поверхностным спинам, нижняя — закрепленным поверхностным спинам.

## Список литературы

- Демидов В.Е., Калиникос Б.А. // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. Вып. 7. С. 8–17.
- [2] Демидов В.Е., Калиникос Б.А. // ЖТФ. 2001. Т. 71. Вып. 2. С. 89–93.
- [3] Gerson J.D., Nadan J.S. // IEEE Trans. on MTT. 1974. Vol. 22. N 8. T. 757–763.
- [4] Анфиногенов В.Б., Вербицкая Т.Н., Гуляев Ю.В. и др. // РиЭ. 1989. Т. 34. Вып. 3. С. 494–499.
- [5] Анфиногенов В.Б., Вербицкая Т.Н., Гуляев Ю.В. и др. // РиЭ. 1990. Т. 35. Вып. 2. С. 320–324.

- [6] Анфиногенов В.Б., Вербицкая Т.Н., Зильберман П.Е. и др. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 9. С. 114–117.
- [7] Иванов В.Н., Демченко Н.П., Нефедов И.С. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 6. С. 764–776.
- [8] Смирнова Т.А., Филипов Ю.Ф. // РиЭ. 1993. Т. 38. Вып. 1. С. 34–38.
- [9] Макеева Г.С. // РиЭ. 1999. Т. 44. Вып. 11. С. 1308–1313.
- [10] Дмитриев В.Ф., Калиникос Б.А. // Изв. вузов. Физика. 1988.
- [11] *Калиникос Б.А.* // Изв. вузов. Физика. 1981. Т. 24. № 8. С. 42–56.