

02;06

Квазиодномерное баллистическое кольцо в постоянном электрическом поле

© Г.М. Шмелев, Э.М. Эпштейн, Г.А. Сыродоев

Волгоградский государственный педагогический университет,
400013 Волгоград, Россия
E-mail: belgen@avtlg.ru

(Поступило в Редакцию 25 января 2000 г.)

Рассчитаны средние дипольный момент и интенсивность дипольного излучения электрона в квазиодномерном баллистическом кольце, помещенном в однородное постоянное электрическое поле. С уменьшением напряженности поля происходит переход от параэлектрического к диэлектрическому поведению кольца.

Совершенствование технологии изготовления низкоразмерных структур, содержащих считанное число электронов (single-electron devices), стимулирует исследования эффектов, в том числе в квазиодномерных кольцах. Во многих публикациях, посвященных данным объектам, рассматриваются преимущественно квантовые явления: размерное квантование, интерференционные явления типа эффекта Ааронова–Бома, кулоновская блокада и др. В настоящей работе мы обращаем внимание на возможность интересных классических эффектов в квазиодномерных баллистических кольцах под действием внешних электрических полей. Конкретно, речь идет о плоском квазиодномерном кольце (его ширина мала по сравнению с радиусом R), представляющем собой квантовую яму между двумя концентрическими круговыми потенциальными барьерами. При этом квантованность имеет место только по ширине ямы, а вдоль нее (по окружности) движение классическое, но баллистическое (длина свободного пробега электрона велика по сравнению с $2\pi R$). Нас интересует отклик кольца на внешнее однородное постоянное электрическое поле F , параллельное плоскости кольца (между пластинами плоского конденсатора).

Положение электрона в кольце определяется угловой переменной φ , отсчитываемой от "нижней" точки кольца, ближайшей к положительно заряженной пластине конденсатора. Уравнение движения электрона имеет вид уравнения математического маятника

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2 \sin \varphi = 0, \quad (1)$$

где $\omega_0^2 = eF/mR$, e и m — заряд и масса электрона.

Точное решение этого уравнения (см., например [1]) имеет разный вид при $F > F_0 \equiv E/2eR$ (маятник (электрон) с энергией E колеблется около точки равновесия) и при $F < F_0$ (маятник совершает круговое движение с монотонным увеличением угла φ). В "пограничном" поле $F = F_0$ имеет место аperiodический режим.

1. Дипольный момент кольца, содержащего один электрон и "размазанный" по кольцу компенсирующий заряд (модель желе), равен $p = \{eR \cos \varphi, eR \sin \varphi\}$. Используя точное решение уравнения (1) с начальными условиями

$\varphi(0) = 0, \dot{\varphi}(0) = \sqrt{2E/mR^2} \equiv \Omega$ и усредняя функцию $p(t)$ по времени, находим постоянную составляющую дипольного момента $\bar{p} = \{p_0, 0\}$

$$p_0 = eR \left[-1 + 2 \frac{E(\alpha)}{K(\alpha)} \right], \quad (F > F_0), \quad (2)$$

$$p_0 = eR \left[1 - 2\alpha^2 \left(1 - E \left(\frac{1}{\alpha} \right) / K \left(\frac{1}{\alpha} \right) \right) \right], \quad (F < F_0). \quad (3)$$

Здесь $K(k)$ и $E(k)$ — полные эллиптические интегралы первого и второго рода, $\alpha = \sqrt{F_0/F}$. При $F \gg F_0$ из (2) имеем $p_0 = eR$ (поле прижимает электрон к "нижней" точке кольца). В противоположном случае слабых полей ($F \ll F_0$) из (3) получается $p_0 = -5eR/16\alpha^2$, т.е. диэлектрическая восприимчивость кольца отрицательна. Чтобы объяснить этот результат, заметим, что в промежуточном случае $F \rightarrow F_0 \pm 0$ дипольный момент $p_0 = -eR$. В этом пределе период движения становится бесконечным, т.е. электрон проводит практически все время вблизи "верхней" точки. Становится понятным и предыдущий результат: электрон, "переваливающий" через верхнюю точку, в верхней половине окружности

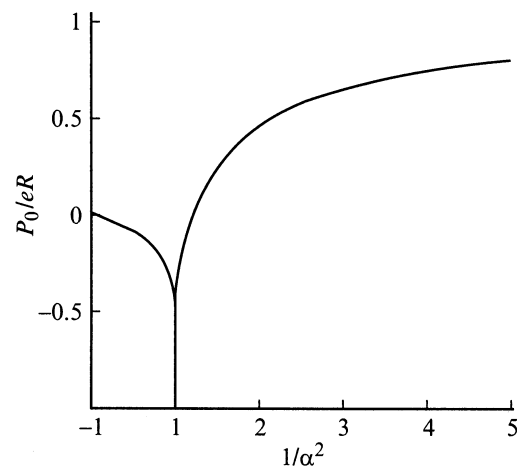


Рис. 1. Зависимость среднего дипольного момента кольца от $\alpha^{-2} = 2eRF/E$.

проводит больше времени, чем в нижней, а это соответствует отрицательному (направленному против поля) дипольному моменту. Стало быть, между значениями $\alpha = 0$ и $\alpha = 1$ (при $\alpha = \alpha_0 \approx 0.91$) дипольный момент обращается в нуль — происходит переход от параэлектрического к диэлектрическому поведению. Поведение p_0 как функции поля представлена на рис. 1. Во избежание недоразумений подчеркнем, что возникновение отрицательной постоянной составляющей дипольного момента не противоречит известной теореме о положительности статической диэлектрической восприимчивости [2]. Доказательство этой теоремы основано на термодинамике и относится к системам, находящимся в состоянии термодинамического равновесия. Исследуемая нами ситуация является неравновесной, в частности, потому что рассматриваются баллистические эффекты, происходящие в промежутках между столкновениями электронов с рассеивателями, т. е. до достижения равновесия.

2. Обсудим особенности дипольного излучения электромагнитных волн рассматриваемым кольцом. Усредняя мгновенную интенсивность излучения $J(t) = 2\dot{p}^2/3c^3$ [3] по времени, получаем

$$\bar{J} = \frac{J_0}{4\alpha^2} \left[3 - 7\alpha^2 + 4\alpha^4 - 3(1 - 2\alpha^2) \frac{\mathbf{E}(\alpha)}{\mathbf{K}(\alpha)} \right], \quad (F > F_0), \quad (4)$$

$$\bar{J} = J_0 \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{2\alpha^2} + 3 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4\alpha^2} \right) \mathbf{E} \left(\frac{1}{\alpha} \right) / \mathbf{K} \left(\frac{1}{\alpha} \right) \right], \quad (F < F_0), \quad (5)$$

где $J_0 = 8e^2E^2/(3m^2c^3R^2)$.

При $F \rightarrow F_0 \pm 0$ из (4) и (5) следует $\bar{J} \rightarrow 0$. Это связано с бесконечным увеличением периода движения, т. е. здесь мы имеем некоторое подобие мягкой моды, соответствующей "резонансу" $\omega_0 = \Omega/2$. При выполнении этого условия имеет смысл говорить об энергии, излученной за бесконечное время $U = 3J_0/2\omega_0$. В этом случае спектр излучения сплошной. На рис. 2 представлена зависимость \bar{J} от приложенного поля F .

Фурье-анализ функции $J(t)$ приводит к следующим выводам. При $F > F_0$ основной частотой является $\omega = \pi\omega_0/2\mathbf{K}(\alpha)$, а при $F < F_0$ основная частота

$$\omega_1 = \pi\Omega/2\mathbf{K} \left(\frac{1}{\alpha} \right)$$

(при $F < F_0$ формулы для интенсивностей четных и нечетных гармоник частоты ω несколько различаются). При увеличении поля от нуля до F_0 спектр излучения сгущается (частота ω уменьшается от Ω до нуля). При $F = F_0$ сплошной спектр излучения описывается спектральной плотностью $S(\omega)$, имеющей колоколообразный вид с максимумом $S_{\max} \approx S(2\omega_0) \approx 4\pi e^3 F_0 R / 3mc^3$. При дальнейшем увеличении поля ($F > F_0$) происходит разрежение спектра (основная частота ω увеличивается от нуля до ω_0), интенсивность высших гармоник падает. При $F \rightarrow \infty$ излучение становится монохроматическим с

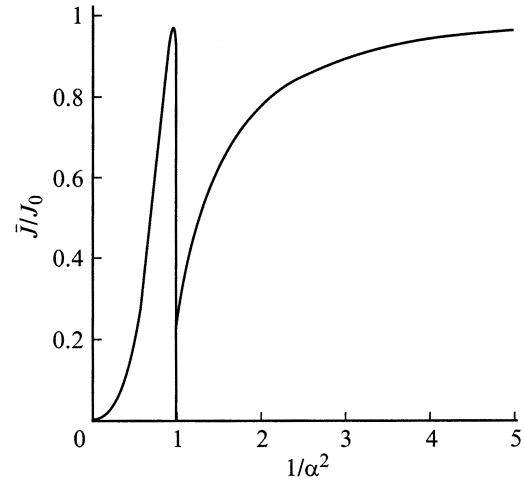


Рис. 2. Зависимость средней интенсивности излучения от α^{-2} .

частотой ω_0 , растущей как \sqrt{F} . Такая эволюция спектра может рассматриваться как переход "делокализация–локализация". Действительно, при $F < F_0$ движение инфинитно (угловая координата φ монотонно растет со временем), а при $F > F_0$ величина φ изменяется в конечных пределах.

3. Выше мы предполагали, что имеется один электрон в кольце. Если в результате точечной инжекции в кольцо появляется N электронов, то формулы (4), (5) следует дополнить множителем N^2 , а формулы (2) и (3) — множителем N . Если электронный газ в кольце вырожден, то E имеет смысл энергии Ферми. Возможность пренебрежения кулоновским взаимодействием между электронами определяется условием $\omega_0 \gg \omega_p$, где ω_p — частота плазменных колебаний в кольце (расчет ω_p составляет содержание отдельной публикации).

Вместо точечной инжекции возможна следующая бесконтактная процедура. Вначале включается (с помощью того же плоского конденсатора) сильное поле ($F \gg F_0$), тогда все свободные электроны оказываются в нижней точке кольца. Тем самым обеспечивается используемое в тексте начальное условие $\varphi(0) = 0$, благодаря чему не будет случайного разброса фаз колебаний между движениями различных электронов. После этого поле можно уменьшить до нужного значения. Сделаем некоторые численные оценки. При $R = 10^{-5}$ см, $m = 0.1m_e$, $E = 0.1$ эВ имеем $\Omega = 6 \cdot 10^{12}$ с $^{-1}$. Точке бифуркации $\omega_0 = \Omega/2$ соответствует поле $F = 5 \cdot 10^3$ В/см.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 97-02-16321).

Список литературы

- [1] Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. Введение в нелинейную физику. М.: Наука, 1988. 386 с.
- [2] Ландау Л.Д., Лифшиц Э.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
- [3] Ландау Л.Д., Лифшиц Э.М. Теория поля. М.: Наука, 1973. 504 с.