

01;05

Электронный и фононный механизмы трения в атомно-плотном контакте кристаллических твердых тел при низких температурах

© В.Л. Попов

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН,
634021 Томск, Россия
Universität Paderborn, Fachbereich Physik, AG Theoretische Physik
D-33098 Paderborn, Germany

(Поступило в Редакцию 28 сентября 1998 г. В окончательной редакции 18 марта 1999 г.)

Недавними экспериментальными и теоретическими исследованиями было показано, что сила трения покоя в "атомно-плотном" контакте двух кристаллических тел отсутствует при условии, что периоды их кристаллических решеток несоизмеримы, а взаимодействие на поверхности раздела не превышает определенного критического значения. В этом случае единственными механизмами трения являются излучение фононов и возбуждение электронов проводимости. Проведены теоретические оценки как фононного, так и электронного вкладов в силу трения (последнего как в нормальном, так и в сверхпроводящем состоянии металла).

Введение

Новые экспериментальные возможности изучения трения на атомном уровне (прежде всего с помощью атомных силовых микроскопов и кварцевых микробалансов [1]), а также возрастание быстродействия вычислительных машин, позволившее проводить масштабные вычисления методами молекулярной динамики, привели в последние годы к быстрому прогрессу в понимании фундаментальных процессов трения [1,2]. Экспериментальные [1–3] и теоретические [4,5] исследования последних лет привели к удивительному выводу о том, что в "атомно-плотном" контакте между двумя кристаллическими телами сила трения покоя может отсутствовать при условии, что периоды кристаллических решеток контактирующих тел несоизмеримы. Дополнительное условие состоит в отсутствии "упругих неустойчивостей" в контакте двух тел [6–8]. При указанных условиях взаимодействие тел характеризуется вязкой силой, типичной для макроскопических систем со смазкой. Причина отсутствия статического трения состоит в том, что атомы одной из несоизмеримых решеток вынуждены находиться во всех (как высоко-, так и низкоэнергетических) положениях по отношению к атомам другой решетки. Движение одного из тел приводит поэтому только к перераспределению атомов, находящихся в низко- и высокоэнергетических положениях, но не ведет к изменению макроскопической энергии тел. По этой причине уже бесконечно малая сила может привести тела в относительное движение. Эти аргументы теряют силу в случае, если контактирующие тела образуют мультстабильную систему (т.е. если заданному набору граничных условий, вообще говоря, соответствуют несколько равновесных состояний системы). В этом случае атомы не могут следовать непрерывному, квазистатическому движению адиабатически, а время от времени совершают скачки в новые положения равновесия. Эти скачки приводят к конечной диссипированной энергии, приходящейся на единицу смещения, и являются физической причиной

конечной квазистатической силы трения. Описанная картина соответствует часто используемым интуитивным представлениям о разрыве связей между атомами как причине статического трения. Указанный разрыв связей и их образование в других положениях являются по существу выражением факта метастабильности системы. До тех пор пока контакт остается моностабильным, а периоды контактирующих тел несоизмеримыми, статическая сила трения исчезает [6,7]. Логика "разрыва связей" в этом случае оказывается неприменимой. Скорее следует говорить о непрерывном (адиабатическом) движении атомов одного твердого тела в потенциальном поле, созданном атомами другого тела.

При достаточно слабом взаимодействии поверхностей условие моностабильности контакта всегда соблюдается и сила трения покоя исчезает. Эта ситуация характерна, например, для твердых слоев инертных газов, адсорбированных на золоте и серебре [4]. Отсутствие силы трения покоя было, однако, экспериментально подтверждено также и в контакте вольфрам–кремний [3]. Последний пример, представляющий класс трибологических контактов металл–ковалентный кристалл, показывает, что нулевое трение покоя между кристаллическими материалами с несоизмеримыми решетками может иметь место также и в системах, могущих иметь практическое значение.

Ниже предполагается, что мы имеем дело с контактом с нулевым трением покоя. Это, однако, не означает, что сила трения вовсе отсутствует. Взаимодействие поверхностных атомов приводит, вообще говоря, к генерации фононов и возбуждению электронной подсистемы, что проявляется в наличии силы "вязкого" трения, пропорциональной относительной скорости движения тел.

Описанная картина основана на классических представлениях о природе возбуждений в кристалле. Ранее было показано [9,10], что квантово-механическая природа элементарных возбуждений в кристалле приводит к невозможности генерации фононов при скоростях движения, много меньших минимальной скорости звука в твердом теле. Подобно ситуации, имеющей место в сверхтекучем

гелии, это обстоятельство приводит к существованию "сверхскользящей" и "нормальной" компонент твердого тела. Последнюю составляет "газ элементарных возбуждений": электронов и фононов. Как было отмечено в работах [9,10], принципиальным отличием твердого тела от сверхтекучей жидкости является наличие в первом конечном взаимодействии между "сверхскользящей" и "нормальной" компонентами благодаря процессам переноса, а также рассеянию электронов и фононов на неоднородностях решетки. Невозможность генерации фононов приводит, однако, к тому, что единственным "каналом трения" является взаимодействие тел через их нормальные компоненты.

В настоящей работе проведены теоретические оценки как фононного, так и электронного вкладов в силу трения (последнего как в нормальном, так и в сверхпроводящем состоянии металла). Предложенная модель естественным образом объясняет скачкообразное изменение напряжения трения между атомно-плоской металлической поверхностью и адсорбированным на ней диэлектрическим слоем, наблюдавшееся экспериментально при переходе металла в сверхпроводящее состояние [11].

1. Возбуждение фононов при низких температурах

Поясним прежде всего физическую причину невозможности генерации фононов при относительном движении двух твердых тел. При этом мы следуем аргументам Л.Д. Ландау для сверхтекучести [12]. Начнем с рассмотрения процесса трения при абсолютном нуле температуры, когда оба тела находятся в их основном, невозбужденном состоянии. Рассмотрим движение тела 2 относительно тела 1 с постоянной скоростью v . Наличие трения должно было бы проявляться в том, что кинетическая энергия тела диссипирует и его движение постепенно замедляется. Такой процесс в квантовой системе может происходить либо путем генерации элементарных возбуждений в теле, либо путем прямой передачи энергии и импульса телу как целому (подобно тому, как это имеет место при эффекте Мессбауэра). Наличие прямой передачи импульса телу как целому означало бы наличие конечной силы квазистатического трения. Поскольку мы предполагаем, что таковая в рассматриваемом контакте отсутствует, то единственным способом передачи энергии и импульса от одного тела к другому остается генерация элементарных возбуждений.

Появление единственного возбуждения с импульсом p и энергией $\varepsilon(p)$ (измеренной в системе отсчета, движущейся вместе с телом 2) приводит к изменению энергии тела 2 на величину

$$\delta E = \varepsilon + pv \quad (1)$$

(в "покоящейся" системе отсчета, т.е. системе отсчета, связанной с телом 1). Выражение (1) есть простое следствие преобразований Галилея для энергии. Изменение энергии (1) должно быть отрицательным, поскольку

энергия движущегося тела должна убывать $\varepsilon + pv < 0$. При данном значении модуля p величина с левой стороны этого неравенства имеет минимум, когда p и v антипараллельны. Таким образом, всегда должно быть выполнено условие $\varepsilon - pv < 0$ или

$$v > \frac{\varepsilon}{p}. \quad (2)$$

Единственным типом низкоэнергетических решеточных элементарных возбуждений с малыми импульсами p в кристаллическом диэлектрике являются акустические фононы с линейным законом дисперсии

$$\varepsilon = cp, \quad (3)$$

где c есть скорость звука, ε — энергия фонона.

Поскольку отношение $\varepsilon/p = c$ отлично от нуля, то при скоростях движения, меньших c , возбуждения в слое не могут возникать. Это означает, что слой не может замедляться. Другими словами, должен иметь место эффект "сверхскользящего" (по аналогии со сверхтекучестью).

Изложенные выше аргументы Ландау показывают, что внешнее трение при абсолютном нуле температуры должно отсутствовать во всех случаях, когда сила трения покоя отсутствует, а спектр низкоэнергетических возбуждений с малыми волновыми векторами содержит только акустические фононные ветви. В то время как в бозе-жидкости такая форма спектра является нетривиальным фактом, проистекающим из квантовомеханической неразличимости частиц жидкости и определенной перестановочной симметрии бозе-частиц, для твердого тела указанная форма спектра при температурах ниже температуры плавления является тривиальным фактом.

2. Нормальная и "сверхскользящая" компоненты твердого тела

Рассмотрим теперь те же тела при конечной температуре. Движение одного из тел по отношению к другому при выполнении условия $v < c$ по-прежнему не может привести к генерации новых фононов. Уже наличные фононы являются причиной наблюдаемого макроскопического трения. При конечной температуре среда содержит элементарные возбуждения — "газ квазичастиц", движение которого сопровождается транспортом энергии и импульса и которому поэтому может быть приписана эффективная масса. В случае линейного фононного спектра массовая плотность фононного газа, связанная с одной ветвью акустических фононов, определяется как [12, с. 116]

$$\rho_n = \frac{2\pi^2(kT)^4}{45\hbar^3 c^5}, \quad (4)$$

где c есть скорость звука, соответствующая данной ветви фононного спектра; k — постоянная Больцмана; \hbar — постоянная Планка; T — абсолютная температура тела.

При движении одного из тел вдоль другого ничто не мешает квазичастицам взаимодействовать с контактирующим телом и обмениваться с ним импульсом. В результате движение газа элементарных возбуждений будет замедляться. Это означает, что, как и в теории сверхтекучести, при конечной температуре часть кристаллического тела, характеризующая плотностью (4), будет вести себя как нормальная вязкая жидкость, которая "увлекается" на границе движением второго тела. Остальная часть массы будет вести себя как идеальное упругое тело без вязкости и статического трения на контактной поверхности.

Имеется и принципиальное различие между движением сверхтекучего гелия и указанным выше скольжением без трения при абсолютном нуле температуры, связанное с возможностью в кристаллическом твердом теле процессов переброса при фонон-фононных столкновениях, в результате которых квазиимпульс изменяется на вектор обратной решетки. Процессы переброса приводят к взаимодействию газа фононов с кристаллической решеткой как целым [13] и тем самым к конечной силе трения между "сверхскользящей" и нормальной компонентами. При низких температурах (много ниже температуры Дебая), когда возбуждены только фононы с малыми квазиимпульсами, вероятность процессов переброса экспоненциально мала и сила трения между "сверхскользящей" и нормальной компонентами экспоненциально уменьшается.

Отметим, что в классическом пределе $\hbar \rightarrow 0$ плотность нормальной компоненты (4) обратилась бы в бесконечность. Бессмысленность этого результата показывает, что в действительности характеристическая температура, при которой плотность нормальной компоненты по порядку величины сравнивается с полной плотностью среды, обращается в нуль и твердое тело ведет себя классически при любых отличных от нуля температурах. Для реальных твердых тел характеристическая температура перехода от квантово-механического к классическому поведению порядка или больше комнатной (см. раздел 7). Это обстоятельство означает, в частности, что при низких температурах классические методы, в том числе методы классической молекулярной динамики, не могут использоваться для анализа процессов трения, связанных с возбуждением фононов.

Ниже мы проводим оценку вкладов в силу трения, протекающих как от взаимодействия фононных газов двух тел, так и от взаимодействия их электронных подсистем.

3. Взаимодействие фононных подсистем

При условии, что длина свободного пробега фононов l_N по отношению к нормальным процессам рассеяния (с сохранением квазиимпульса) мала по сравнению с длиной свободного пробега l_U по отношению к процессам, нарушающим закон сохранения квазиимпульса

(процессов переброса и рассеяния на неоднородностях решетки), оказывается возможным записать систему "гидродинамических уравнений" для газа фононов в диэлектрике, которые в случае стационарного "течения" имеют вид [13]

$$\eta_1 \Delta V_1 - \frac{\rho_1 V_1}{\tau_{U,1}} = 0, \quad \eta_2 \Delta V_2 - \frac{\rho_2 V_2}{\tau_{U,2}} = 0, \quad (5)$$

где η есть динамическая вязкость "фононного газа"; V — его гидродинамическая скорость; ρ — массовая плотность, связанная с движением фононного газа; τ_U — время свободного пробега фононов по отношению к процессам, нарушающим закон сохранения квазиимпульса; индексы 1 и 2 отмечают величины, относящиеся соответственно к первому и второму телам.

При низких температурах массовая плотность, связанная с фононным газом, определяется формулами

$$\rho_1 = \frac{2\pi^2(kT)^4}{45\hbar^3} \left(\frac{1}{(c_{\parallel,1})^5} + \frac{2}{(c_{\perp,1})^5} \right),$$

$$\rho_2 = \frac{2\pi^2(kT)^4}{45\hbar^3} \left(\frac{1}{(c_{\parallel,2})^5} + \frac{2}{(c_{\perp,2})^5} \right), \quad (6)$$

являющимися непосредственным обобщением (4); здесь c_{\parallel} и c_{\perp} есть скорости продольного и поперечного звука в твердом теле.¹

Несмотря на то что непосредственная передача импульса между граничными атомами (путем излучения фононов) оказывается невозможной, ничто не препятствует взаимодействию газа элементарных возбуждений одного тела с газом элементарных возбуждений другого тела. Их взаимодействие на границе приводит к торможению поверхностных слоев фононного газа движущегося тела и "увлечению" поверхностных слоев фононного газа покоящегося тела (рис. 1).

Направим ось x в направлении относительного движения тел, а ось y — по нормали к поверхности трения. Будем для определенности считать, что область, занимаемая телом 2, соответствует положительным значениям координаты y и тело 2 движется относительно тела 1 в положительном направлении оси x .

В описанной геометрии скорость фононного газа внутри каждого из тел имеет только x -компоненту. Уравнение "гидродинамики" фононного газа для первого тела можно в этой геометрии записать как

$$\eta_1 \frac{\partial^2 V_1}{\partial y^2} - \frac{\rho_1 V_1}{\tau_{U,1}} = 0, \quad (7)$$

где V_1 — x -компонента скорости; τ_U — время свободного пробега фононов по отношению к процессам, нарушающим закон сохранения квазиимпульса.

¹ Поскольку многие вычисления в настоящей работе носят оценочный характер, то мы ограничиваемся здесь приближением изотропного твердого тела. Учет конкретной формы фононного спектра был бы в рамках данных расчетов превышением точности.

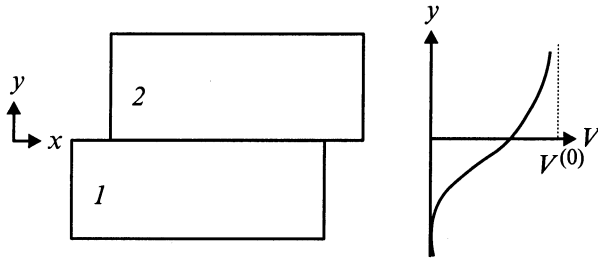


Рис. 1. Зависимость скорости "фононного газа" от координаты в направлении, нормальном поверхности трения двух тел. Фононная плотность в глубине покоящегося тела имеет нулевую скорость, а в глубине движущегося — скорость V_0 его макроскопического движения. В приграничной области скорость плавно нарастает от нуля до V_0 благодаря взаимодействию "нормальных компонент" каждого из тел.

Аналогичное уравнение можно записать для фононного газа во втором теле, для чего достаточно у всех величин в уравнении (7) заменить индекс 1 на 2. Решения этих уравнений, стремящиеся к нулю и к $V^{(0)}$ соответственно в глубине первого и второго тел (при $y \rightarrow \pm\infty$), имеют вид

$$V_1(y) = V_1(0) \exp(y/l_1) \quad (8)$$

в первом теле и

$$V_2(y) = V^{(0)} - (V^{(0)} - V_2(0)) \exp(-y/l_2) \quad (9)$$

во втором, где

$$l_1 = \sqrt{\frac{\eta_1 \tau_{U,1}}{\rho_1}}, \quad l_2 = \sqrt{\frac{\eta_2 \tau_{U,2}}{\rho_2}}. \quad (10)$$

Предположим, что фононные газы в первом и втором телах имеют на границе трения равные скорости

$$V_2(0) = V_1(0). \quad (11)$$

Это обычное граничное условие на границе между двумя вязкими газами или жидкостями. Для фононного газа в твердом теле это условие отнюдь не является само собой разумеющимся, поскольку фононный газ в твердом теле может взаимодействовать с границей собственного тела. Вместе с тем в нашем специальном случае атомно-плоских поверхностей и низких температур (и соответственно больших длин волн) взаимодействием фононов с невозмущенными поверхностями тел можно пренебречь. Взаимодействие происходит только в результате длинноволновых деформаций контактной поверхности фононами, имеющимися как в одном, так и в другом теле; но это означает непосредственное взаимодействие фононных газов, так сказать, не взирая на наличие границы раздела. Аналогичные соображения приводят к требованию непрерывности компоненты σ_{xy} вязких напряжений на границе

$$\eta_1 \frac{\partial V_1(0)}{\partial y} = \eta_2 \frac{\partial V_2(0)}{\partial y}. \quad (12)$$

С помощью (11) и (12) найдем

$$V_1(0) = V_2(0) = V^{(0)} \frac{\eta_2 l_1}{\eta_2 l_1 + \eta_1 l_2}. \quad (13)$$

Уравнения (8) и (9) показывают, что при трении в обоих контактирующих проводниках возникают градиенты скорости фононных газов в поверхностных слоях. Последние благодаря вязкости приводят к потерям механической энергии, мощность которых в расчете на единицу площади поверхности может быть записана как

$$\begin{aligned} w &= \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{xy} \frac{\partial V}{\partial y} dy \\ &= \int_{-\infty}^0 \eta_1 \left(\frac{\partial V_1}{\partial y} \right)^2 dy + \int_0^{\infty} \eta_2 \left(\frac{\partial V_2}{\partial y} \right)^2 dy \\ &= \frac{\eta_1 V_1(0)^2}{2l_1} + \frac{\eta_2 V_2(0)^2}{2l_2} = \frac{\eta_1 \eta_2 V^{(0)^2}}{2(\eta_2 l_1 + \eta_1 l_2)}. \end{aligned} \quad (14)$$

Для макроскопически наблюдаемого напряжения трения σ соответственно получаем

$$\sigma = \frac{w}{V^{(0)}} = \frac{\eta_1 \eta_2 V^{(0)}}{2(\eta_2 l_1 + \eta_1 l_2)}. \quad (15)$$

Используя простую газодинамическую оценку для вязкости [13]

$$\eta = \rho c l_N, \quad (16)$$

где c — средняя скорость звука, l_N — длина свободного пробега фононов по отношению к нормальным процессам, легко с помощью (10) показать, что

$$l_1 = \sqrt{l_{N,1} l_{U,1}}, \quad l_2 = \sqrt{l_{N,2} l_{U,2}}. \quad (17)$$

Используя эти соотношения, перепишем (15) в виде

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{\rho_1 \rho_2 c_1 c_2 (l_{N,1} l_{N,2})^{1/2} V^{(0)}}{\rho_2 c_2 (l_{N,2} l_{U,1})^{1/2} + \rho_1 c_1 (l_{N,1} l_{U,2})^{1/2}}. \quad (18)$$

В случае двух тел с одинаковыми свойствами фононного газа это выражение может быть существенно упрощено

$$\sigma = \frac{1}{4} \rho V^{(0)} c \left(\frac{l_N}{l_U} \right)^{1/2}. \quad (19)$$

Если свойства фононных систем двух тел существенно различаются (для определенности будем считать, что $\rho_2 c_2 (l_{N,2} l_{U,1})^{1/2} \ll \rho_1 c_1 (l_{N,1} l_{U,2})^{1/2}$), то трение определяется исключительно свойствами фононной системы тела с минимальным значением указанного параметра (в нашем случае второго тела)

$$\sigma = \frac{1}{2} \rho_2 V^{(0)} c_2 \left(\frac{l_{N,2}}{l_{U,2}} \right)^{1/2}. \quad (20)$$

Для оценки напряжения трения и его зависимости от материальных параметров пренебрежем в выражении (6)

для плотности фононного газа членом, содержащим c_{\parallel} (возникающая при этом ошибка имеет для большинства реальных тел порядок величины 1–2%) и подставим полученное значение ρ в (19)

$$\sigma = V^{(0)} \frac{\pi^2 (kT)^4}{45 \hbar^3 (c_{\perp}^{(1)})^4} \left(\frac{l_N}{l_U} \right)^{1/2}. \quad (21)$$

Мы видим, что сила трения зависит в рассматриваемом приближении практически исключительно от поперечной скорости звука и соотношения длин свободного пробега фононов по отношению к нормальным процессам и процессам, нарушающим закон сохранения квазиимпульса.

4. Взаимодействие электронных подсистем

Проанализируем теперь роль электронных возбуждений при трении. Спектр электронных возбуждений не удовлетворяет условию сверхтекучести Ландау. Электронный газ относится, таким образом, к нормальной компоненте тела. При переходе к электронной подсистеме все записанные выше соотношения сохраняют силу, если в них произвести замены

$$\rho \rightarrow n m_e, \quad c \rightarrow v_F \quad (22)$$

и под l_N и l_U понимать длины свободного пробега электронов по отношению соответственно к нормальным процессам (с сохранением квазиимпульса) и процессам переброса. Здесь n — концентрация носителей заряда, m_e — эффективная масса носителя заряда на поверхности Ферми, v_F — скорость электронов на поверхности Ферми. Уравнение гидродинамики электронного газа для стационарного течения в описанной выше геометрии имеет вид

$$\eta \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - \frac{\rho V}{\tau_U} = 0, \quad (23)$$

где $V = V(y)$ есть x -компонента гидродинамической скорости электронного газа; η — вязкость электронного газа; ρ — его массовая плотность, τ_U — характерное время свободного пробега по отношению к процессам, нарушающим закон сохранения квазиимпульса.

Из коэффициентов уравнения (23) может быть образована характерная длина

$$l = (\eta \tau_U / \rho)^{1/2}. \quad (24)$$

Отметим, что условием применимости уравнения (23) является малость длины свободного пробега l_N по отношению к размерам тела. Поскольку мы предполагаем, что $l_U \gg l_N$, то и $l \approx (l_U l_N)^{1/2} \gg l_N$ (см. (17)). Таким образом, уравнение (1) применимо также и на расстояниях, меньших характерной длины l .

Взаимодействие массивных тел. Предположим, что толщина контактирующих тел намного больше характерной длины (24), так что их размеры в

поперечном направлении можно считать неограниченно большими. Для напряжения трения в этом случае мы можем написать без дополнительных вычислений (по аналогии с (18))

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{m_{e,1} n_1 m_{e,2} n_2 v_{F,1} v_{F,2} (l_{N,1} l_{N,2})^{1/2} V^{(0)}}{m_{e,2} n_2 v_{F,2} (l_{N,2} l_{U,2})^{1/2} + m_{e,1} n_1 v_{F,1} (l_{N,1} l_{U,1})^{1/2}}. \quad (25)$$

В случае двух металлов с одинаковыми свойствами электронного газа уравнение для силы трения опять существенно упрощается

$$\sigma = \frac{m_e V^{(0)} V_F n}{4} \left(\frac{l_N}{l_U} \right)^{1/2}. \quad (26)$$

Сравнение (21) и (26) показывает, что при низких температурах доминирует "электронный вклад" в силу трения. Он сравнивается с "фононным вкладом" при условии

$$m_e n v_F \approx \rho c \cong \frac{\pi^2 (kT)^4}{45 \hbar^3 (c_{\perp})^4}. \quad (27)$$

Это происходит при температуре

$$T_{\times} \approx \frac{c_{\perp}}{k} \left(\frac{45 m_e n v_F \hbar^3}{\pi^2} \right)^{1/4}. \quad (28)$$

Используя для оценки соотношение между концентрацией носителей и скоростью Ферми для идеального ферми-газа

$$n = \frac{m_e^3 v_F^3}{3 \pi^2 \hbar^3}, \quad (29)$$

найдем

$$k T_{\times} \approx 0.6 m_e c_{\perp} v_F. \quad (30)$$

Несмотря на интенсивные теоретические исследования фононного [14,15] и электронного [16,17] вкладов в описанную силу вязкого трения, их величина и соотношение до сих пор остаются предметом дискуссий. По-видимому, наиболее прямым способом экспериментального выделения электронного вклада могло бы послужить измерение силы трения в области сверхпроводящего перехода. Измерение силы трения между слоем свинца и адсорбированным на нем твердым слоем N_2 привели к неожиданным результатам, которые до сих пор не могли быть интерпретированы в рамках существующих теоретических моделей [11]. А именно измерения показали наличие скачка силы трения в точке сверхпроводящего перехода [11]. Вместе с тем доля электронов, образующих сверхпроводящий конденсат, плавно возрастает от нуля при температуре ниже T_c . Оставшиеся нормальные электроны должны по-прежнему возбуждаться адсорбированным слоем. Можно было бы поэтому ожидать плавного уменьшения напряжения трения ниже T_c . Ниже мы покажем, что предложенная выше модель дает простое объяснение скачку напряжения трения при сверхпроводящем переходе.

5. Вклад обратного тока в диссипацию энергии при трении. Скачок силы трения при переходе металла в сверхпроводящее состояние

В соответствии с условиями эксперимента [11] рассмотрим металлический образец в виде параллелепипеда толщиной d , на одну из поверхностей которого адсорбирован кристаллический монослой диэлектрика. Представления о фоновом газе в монослойном слое не имеют смысла в виду малой толщины слоя. В этом случае можно считать, что электроны в металлическом образце возбуждаются непосредственно движением слоя (а не фонового газа в нем). Для анализа гидродинамики электронного газа в металлическом образце может быть поэтому применено уравнение (23) с граничным условием $V(0) = V^{(0)}$, где $V^{(0)}$ — скорость адсорбированного слоя.

Уравнение (23) не учитывает, однако, важного обстоятельства. Описанное "увлечение" электронного газа и связанный с ним поверхностный ток неизбежно приведет к возникновению электрического поля (для металла в нормальном состоянии) и встречному "объемному" току. В присутствии электрического поля уравнение (23) должно быть изменено следующим образом:

$$\eta \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - \frac{\rho V}{\tau v} + enE = 0, \quad (31)$$

где e есть элементарный заряд, n — концентрация электронов, E — напряженность электрического поля.

Последняя сама определяется условием равенства нулю полного тока в образце. Обратный ток приведет к дополнительной диссипации энергии и повышению напряжения трения.

Рассмотрим отдельно предельные случаи толстого металлического слоя ($d \gg l$) и тонкого слоя ($d \ll l$).

1) $d \gg l$. Решение уравнения (31), ограниченное в глубине образца (при $y \rightarrow \infty$) и удовлетворяющее условию равенства нулю полного тока в образце

$$\int_0^d V(y) dy = 0, \quad (32)$$

имеет вид

$$V(y) = -V^{(0)} \frac{l/d}{1-l/d} + V^{(0)} \frac{1}{1-l/d} \exp(-y/l). \quad (33)$$

Учитывая, что единственный рассматриваемый нами механизм трения состоит в передаче импульса кристаллическому телу через электронный газ, можно определить напряжение трения как вязкое напряжение в электронном газе при $y = 0$

$$|\sigma_n| = \eta \left| \frac{\partial V}{\partial y} \right|_{y=0} = \eta \frac{V^{(0)}}{l} (1-l/d)^{-1}. \quad (34)$$

Мы видим, что поправка, связанная с обратным током, имеет порядок величины l/d и может не учитываться для массивных образцов (при $d \gg l$).

2) $d \ll l$. Влияние обратного поля оказывается существенным для тонких слоев. Именно этот случай соответствует условиям эксперимента [11], в котором использовались свинцовые электроды толщиной 1500 Å, нанесенные на кристалл кварца.

а) Металл в нормальном состоянии. Решение уравнения (31) с граничными условиями $V(0) = V^{(0)}$, $V(d) = 0$, удовлетворяющее условию (32), имеет вид

$$V(y) = V^{(0)} \left(1 - 4y/d + 3(y/d)^2 \right). \quad (35)$$

Для напряжения трения получаем

$$|\sigma_n| = \eta \left| \frac{\partial V}{\partial y} \right|_{y=0} = \eta \frac{4V^{(0)}}{d}. \quad (36)$$

б) Металл в сверхпроводящем состоянии. В этом случае обратный ток обеспечивается течением сверхпроводящих электронов при $E \equiv 0$. Соответственно течение электронного газа в образце определяется уравнением (23) с теми же граничными условиями, что и выше. Его решение имеет вид

$$V(y) = V^{(0)} (1 - y/d). \quad (37)$$

Для напряжения трения имеем

$$|\sigma_s| = \eta \left| \frac{\partial V}{\partial y} \right|_{y=0} = \eta \frac{V^{(0)}}{d}. \quad (38)$$

Сравнение уравнений (36) и (38) показывает, что в точке сверхпроводящего перехода напряжение трения, обусловленное электронами проводимости, изменяется скачком, причем в тонких образцах ($d \ll l$) напряжение трения при переходе металла в сверхпроводящую фазу уменьшается в 4 раза.

В общем случае металлического слоя произвольной толщины решение уравнения (31) с дополнительным условием (32) для металла в нормальном состоянии и уравнения (23) для металла в сверхпроводящем состоянии приводит к следующим выражениям для напряжения трения в сверхпроводящем:

$$|\sigma_s| = \frac{\eta V^{(0)}}{l} \frac{e^{d/l} + e^{-d/l}}{e^{d/l} - e^{-d/l}} \quad (39)$$

и нормальном состоянии

$$|\sigma_n| = \frac{\eta V^{(0)}}{l} \frac{(1+d/l)e^{-d/l} - (1-d/l)e^{d/l}}{4 - 2(e^{d/l} + e^{-d/l}) + (d/l)(e^{d/l} - e^{-d/l})}. \quad (40)$$

Зависимости σ_s , σ_n и σ_n/σ_s от толщины слоя, измеренной в единицах l , приведены на рис. 2. Экспериментально наблюдаемое отношение $\sigma_n/\sigma_s \approx 2$ [11] достигается при $d/l \approx 2.2$. Таким образом, для характерной длины

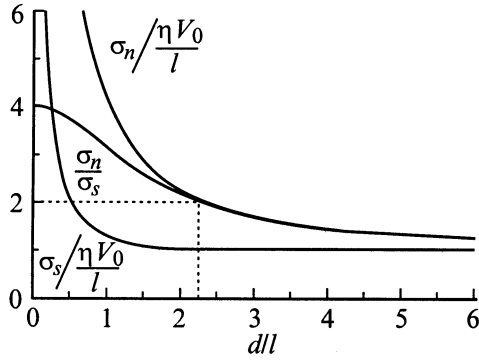


Рис. 2. Зависимость напряжения трения в нормальной σ_n и сверхпроводящей σ_s фазах и их отношения в зависимости от толщины слоя d .

возмущения электронного газа в свинце при температуре сверхпроводящего перехода получаем оценку $l \approx 650 \text{ \AA}$. Учет фононного вклада в силу трения не изменяет этого результата, поскольку, согласно (30), фононный вклад в силу трения при температуре сверхпроводящего перехода свинца (7.2 К) намного меньше электронного (см. также численные оценки в разделе 6).

Таким образом, мы показали, что физическая причина скачка силы трения при сверхпроводящем переходе состоит в том, что диссипация энергии обусловлена как поверхностным током, возникающим в результате "увлечения" электронов на поверхности трения, так и обратным током, возникающим для поддержания электронейтральности образца. В сверхпроводящем состоянии второй из этих вкладов "выключается" в точке перехода, поскольку обратный ток переносится бездиссипативно сверхпроводящими электронами. Соответствие этого результата эксперименту является косвенным подтверждением предложенной теории.

6. Акустическая эмиссия в случае соизмеримых периодов

В случае если периоды контактирующих тел соизмеримы, энергия взаимодействия поверхностей зависит от их относительных координат в плоскости контакта. Потенциальная энергия взаимодействия, приходящаяся на единицу площади поверхности, является периодической функцией координат (x, z) . Допустим, что векторы решетки Браве в плоскости контакта направлены вдоль осей x, z , а соответствующие периоды равны a_x и a_z . Представим поверхностную плотность потенциальной энергии в виде ряда Фурье

$$U(x, z) = \sum_{n,m} U_{n,m} \exp \left[i \left(\frac{2\pi}{a_x} \right) nx + i \left(\frac{2\pi}{a_z} \right) mz \right]. \quad (41)$$

Соответственно для отличных от нуля компонент механического напряжения на границе получаем

$$\sigma_{yx} = \frac{\partial U(x, z)}{\partial x} = \sum_{n,m} i U_{n,m} \left(\frac{2\pi}{a_x} \right) n \times \exp \left[i \left(\frac{2\pi}{a_x} \right) nx + i \left(\frac{2\pi}{a_z} \right) mz \right], \quad (42)$$

$$\sigma_{zx} = \frac{\partial U(x, z)}{\partial z} = \sum_{n,m} i U_{n,m} \left(\frac{2\pi}{a_z} \right) m \times \exp \left[i \left(\frac{2\pi}{a_x} \right) nx + i \left(\frac{2\pi}{a_z} \right) mz \right]. \quad (43)$$

При движении в плоскости контакта с "достаточно большой" скоростью $v = (v_x, v_z)$ (критерий см. ниже) можно в нулевом порядке теории возмущений считать, что напряжения (42), (43) становятся периодической функцией времени

$$\sigma_{yx}(t) = \sum_{n,m} i U_{n,m} \left(\frac{2\pi}{a_x} \right) n \cdot e^{i\omega(n,m,v_x,v_z)t}, \quad (44)$$

$$\sigma_{zx}(t) = \sum_{n,m} i U_{n,m} \left(\frac{2\pi}{a_z} \right) m \cdot e^{i\omega(n,m,v_x,v_z)t}, \quad (45)$$

где

$$\omega(n, m, v_x, v_z) = \left\{ \left(\frac{2\pi}{a_x} \right) n v_x + \left(\frac{2\pi}{a_z} \right) m v_z \right\}. \quad (46)$$

Напряжения (44), (45) приведут к возбуждению упругих колебаний в контактирующих телах и соответствующим потерям энергии. Определим плотность потока энергии от поверхности под влиянием периодического воздействия (44), (45). При скоростях движения $v \ll c$ воздействие (44), (45) является низкочастотным и расчет можно провести в приближении упругого твердого тела, которое мы для простоты будем считать изотропным. Напряжения (44), (45) возбуждают только поперечные колебания. Уравнение движения последних имеет вид

$$\rho \ddot{u} = \mu \Delta u, \quad (47)$$

где ρ — плотность среды, μ — модуль сдвига.

Граничное условие к уравнению (47) имеет вид

$$2\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \Big|_{y=0} = \sigma_{ik} \Big|_{y=0}, \quad (48)$$

где $\sigma_{ik} \Big|_{y=0}$ дается уравнениями (44), (45).

Решение уравнения (47) ищем в виде

$$u(y, t) = \sum_{n,m} u_{n,m} \exp[i\omega(n, m, v_x, v_z)(t - y/c_\perp)]. \quad (49)$$

Для определения фурье-коэффициентов в этом разложении воспользуемся граничными условиями (48). Результат гласит

$$u_{xn,m} = - \frac{4\pi c_\perp}{\mu a_x \omega(n, m, v_x, v_z)} n U_{n,m}, \quad (50)$$

$$u_{z,n,m} = -\frac{4\pi c_{\perp}}{\mu a_z \omega(n, m, v_x, v_z)} m U_{n,m}. \quad (51)$$

Плотность энергии волны E , равная удвоенной плотности кинетической энергии, определяется как

$$\begin{aligned} E = \rho \dot{u}^2 &= \rho \sum_{n,m} [|u_{x,n,m}|^2 + |u_{z,n,m}|^2] \omega(n, m, v_x, v_z)^2 \\ &= \frac{16\pi^2}{\mu} \sum_{n,m} \left[\frac{n^2}{a_x^2} + \frac{m^2}{a_z^2} \right] |U_{n,m}|^2. \end{aligned} \quad (52)$$

Для потока энергии имеем

$$j = E c_{\perp} = \frac{16\pi^2}{\sqrt{\mu\rho}} \sum_{n,m} \left[\frac{n^2}{a_x^2} + \frac{m^2}{a_z^2} \right] |U_{n,m}|^2. \quad (53)$$

Полный поток энергии в оба контактирующих тела мы получим, снабдив выражение (53) индексами 1 и 2 соответственно для первого и второго тел и взяв затем их сумму,

$$\begin{aligned} j_{\text{tot}} = j_1 + j_2 &= 16\pi^2 \left[\frac{1}{\sqrt{\mu_1\rho_1}} + \frac{1}{\sqrt{\mu_2\rho_2}} \right] \\ &\times \sum_{n,m} \left[\frac{n^2}{a_x^2} + \frac{m^2}{a_z^2} \right] |U_{n,m}|^2. \end{aligned} \quad (54)$$

Отметим, что потери энергии в рассматриваемом приближении не зависят ни от величины, ни от направления относительной скорости движения тел. Это означает, что напряжение трения σ_{fr} убывает обратно пропорционально модулю относительной скорости

$$\sigma_{\text{fr}} = \frac{j_{\text{tot}}}{v}. \quad (55)$$

Условие применимости вышеприведенного расчета состоит в том, чтобы переменная составляющая скорости поверхности δv была много меньше средней скорости относительного движения v

$$\delta v \ll v, \quad (56)$$

где

$$\delta v^2 = \frac{E}{\rho} = \frac{16\pi^2}{\mu\rho} \sum_{n,m} \left[\frac{n^2}{a_x^2} + \frac{m^2}{a_z^2} \right] |U_{n,m}|^2. \quad (57)$$

В простейшем случае гармонического потенциала взаимодействия с равными периодами a в обоих направлениях в плоскости скольжения мы можем во всех фурье-разложениях ограничиться членами с $n = m = 1$. Коэффициенты $U_{1,1}$ могут при этом без ограничения общности быть выбраны действительными. Амплитуда колебания потенциала равна $2U_{1,1}$. Напряжение трения покоя может быть найдено как амплитудное значение напряжений (42), (53)

$$\sigma_{\text{stat}} = \frac{4\pi}{a} U_{1,1}. \quad (58)$$

Динамическое напряжение трения (55) принимает вид

$$\sigma = \frac{2\sigma_{\text{stat}}^2}{v} [(\mu_1\rho_1)^{-1} + (\mu_2\rho_2)\Pi^{-1}], \quad (59)$$

а условие (56) записывается как

$$\sigma_{\text{stat}} \sqrt{\frac{2}{\mu\rho}} \ll v. \quad (60)$$

Легко видеть, что его можно записать также в виде

$$\sigma \ll \sigma_{\text{stat}}. \quad (61)$$

Таким образом, после преодоления статического предела напряжения трение при дальнейшем росте относительной скорости тел уменьшается. При больших скоростях вступают в игру линейно растущие со скоростью вклады (21) и (26), проистекающие от взаимодействия соответственно фоновых и электронных подсистем обоих тел, так что после достижения минимального значения напряжение опять будет возрастать. Величина и положение минимума зависят от температуры и свойств как статического, так и динамического вкладов в силу трения (в том числе свойств электронных и фоновых подсистем твердых тел).

7. Численные оценки

По мере роста температуры все большая часть среды становится нормальной и при некоторой температуре T^* свойство "сверхскольжения" должно полностью исчезнуть. Оценим порядок величины характеристической температуры T^* для ряда материалов. В табл. 1 приведены продольная c_{\parallel} и поперечная c_{\perp} скорости звука в кристаллических телах, а также их плотность ρ и критическая температура T^* , при которой полная плотность нормальной компоненты (6), связанная со всеми тремя акустическими фоновыми ветвями, сравнивается с полной плотностью среды.

Мы видим, что при комнатной температуре все приведенные вещества, кроме Al_2O_3 , Sn и Pb, должны были бы находиться в состоянии "сверхскольжения", если, конечно, предполагать, что уравнение (4) сохраняет силу вплоть до указанных температур. В действительности количественное соотношение (4) неприменимо при столь высоких температурах хотя бы по той причине, что линейный закон дисперсии, лежащий в основе вычислений, имеет место только при импульсах фононов много меньше дебаевского; соответственно формула (4) может быть использована только для температур, много меньших температуры Дебая. По указанной причине приведенные значения характеристических температур T^* , вычисленные на основе (6), являются только оценками по порядку величины. Они призваны проиллюстрировать тот факт, что упругие твердые тела даже при сравнительно высоких температурах являются сугубо квантовомеханическими объектами (в отношении возбуждения

Таблица 1. Материальные параметры и оценки характеристической температуры для ряда кристаллических тел

Кристалл	$c_{ }, \text{m/s}$	$c_{\perp}, \text{m/s}$	$\rho, \text{kg/m}^3$	T^*, K
Алмаз	18000	12000	3510	2342
Si	8000	3900	2550	540
Ge	4900	2500	5350	372
SiO ₂	6400	2700	2650	344
Al ₂ O ₃	3500	1400	3900	200
ZrO ₂ –Y ₂ O ₃ (8%)	8500	2300	5490	340
Al	6260	3080	2700	406
Fe	5850	3230	7880	562
Cu	4700	2260	8930	372
Ni	5630	2960	8900	521
Sn	3320	1670	7290	242
Pb	3600	1590	11350	255
W	5200	2000	19300	390

внутренних движений в них). Еще более существенной причиной, по которой приведенные в табл. 1 температуры следует рассматривать не как температуры некоторого фазового перехода, а только как температуры плавного перехода от квантово-механического поведения системы к классическому, состоит в том, что, как уже было упомянуто, в твердом теле в отличие от сверхтекучей жидкости при любой температуре имеется конечное взаимодействие между нормальной и сверхскользящей компонентами, возрастающее при повышении температуры, так что при температуре T^* вообще не происходит никакого качественного изменения свойств тела.

Оценим температуру, при которой сравниваются фононный и электронный вклады в силу трения. Подстановка $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ и значений v_F и c_{\perp} , типичных для хороших металлов, $v_F = 10^6 \text{ m/s}$, $c_{\perp} \approx 3 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ дает $T_{\times} \approx 120 \text{ K}$. Сделанная оценка показывает, что в хороших металлах при комнатной

Таблица 2. Оценки нормированного трения $\sigma/V^{(0)}$, кПа · с/м при 80 и 300 К

Материал	300 К	80 К
Алмаз	0.9	0.004
Si	80	0.4
Ge	450	2
SiO ₂	300	1.5
Al ₂ O ₃	5000	20
Al	200	1
Fe	150	1
Cu	700	3
Ni	200	1
Sn	2000	10
Pb	100	0.5
W	25	0.1

Примечание. Указанные значения имеют смысл напряжения трения, измеренного в Па при относительной скорости движения $V^{(0)} = 1 \text{ m/s}$.

температуре преобладает фононный вклад, а при низких температурах — электронный. Для металлов с малой концентрацией электронов проводимости эта граница смещается в область низких температур.

В диэлектрических кристаллах напряжение (21), обусловленное взаимодействием фононных систем, является единственным вкладом в силу трения. Он быстро убывает при понижении температуры. Характер убывания зависит от "степени дефектности" кристалла. В "грязных" материалах роль l_U играет длина свободного пробега для рассеяния на примесях. l_N зависит от температуры как T^5 , а l_U — как T^4 [13, §§ 69,70]. Зависимость силы трения от температуры дается поэтому множителем $T^{4.5}$.

В беспримесных материалах единственным механизмом обмена импульсом между газом фононов и "решеткой" являются процессы переброа. Их вероятность экспоненциально ($\propto e^{-\Theta/T}$, где Θ — температура Дебая) убывает при понижении температуры. Соответственно зависимость силы трения от температуры по порядку величины определяется выражением $T^4 e^{-\Theta/2T}$. При комнатной температуре уравнение (21), строго говоря, неприменимо, но может служить для оценки по порядку величины. Оценки нормированного напряжения трения ($\sigma/V^{(0)}$) при 300 и 80 К для ряда кристаллических тел приведены в табл. 2.

Заключение

В настоящей работе шла речь о двух различных эффектах. Первый состоит в отсутствие силы статического трения в контакте двух кристаллических тел при условии, что сила взаимодействия между ними не превышает определенного критического значения и периоды их кристаллических решеток несоизмеримы. В системе с нулевой статической силой трения имеется только "вязкоподобное" динамическое трение, связанное с возбуждением фононов и электронов проводимости. В диэлектрических кристаллах фононный вклад является единственным вкладом в силу трения.

Второй эффект состоит в том, что фононный вклад исчезает при приближении к абсолютному нулю температуры. При конечных температурах сила трения конечна, но быстро убывает с уменьшением температуры. В идеальных (бездефектных) кристаллах это убывание носит экспоненциальный характер, что делает возможным эффект скольжения с аномально малым трением двух кристаллов с несоизмеримыми периодами, по крайней мере один из которых является диэлектриком. Как эффект отсутствия статического трения (superlubricity), так и описанный выше эффект отсутствия динамического трения (superslipperiness) могут иметь большое практическое значение для трибологических систем, таких как микромеханические устройства, дальнейшую миниатюризацию которых сдерживает наличие сил трения.

Автор благодарит фонд А. Гумбольдта за финансовую поддержку работы.

Список литературы

- [1] *Krim J.* // *Sci. Am.* 1996. Vol. 275. N 4. P. 74–80.
- [2] *Physics of Sliding Friction* / Ed. B.N.J. Persson, E. Tossatti. Proc. NATO Adriatico Research Conf. on the Physics of Sliding Friction. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [3] *Hirano M.* et al. // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 78. P. 1448–1451.
- [4] *Robbins M.O., Krim J.* // *MRS Bulletin*, 1998. Vol. 23. N 6. P. 23–26.
- [5] *Smith E.D., Robbins M.O., Cieplak M.* // *Phys. Rev.* 1996. Vol. B54. P. 8252–8260.
- [6] *Gyalog T., Bammerlin M., Lüthi R.* et al. // *Europhys. Lett.* 1995. Vol. 31. P. 269–274.
- [7] *Gyalog T., Thomas H.* // *Europhys. Lett.* 1997. Vol. 37. P. 195–200.
- [8] *Sutton A.P., Balluffi R.W.* *Interfaces in Crystalline Materials.* Oxford: Clarendon Press, 1995.
- [9] *Popov V.L.* // *Tech. Phys. Lett.* 1995. Vol. 21. P. 843–844.
- [10] *Popov V.L.* // *Tribologie und Schmierungstechnik.* 1999. N 5. S. 28–32.
- [11] *Dayo A., Alnasrellah W., Krim J.* // *Phys. Rev. Lett.* 1998. Vol. 80. P. 1690–1693.
- [12] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* *Статистическая физика. Ч. 2.* М.: Наука, 1978.
- [13] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* *Физическая кинетика.* М.: Наука, 1979.
- [14] *Cieplak M., Smith E.D., and Robbins M.O.* // *Science.* 1994. Vol. 256. P. 1209.
- [15] *Tomassone M.S.* et al. // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 79. P. 4798–4801.
- [16] *Persson B.N.J.* // *Phys. Rev.* 1991. Vol. B44. P. 3277–3292.
- [17] *Sokoloff J.B.* // *Phys. Rev.* 1995. Vol. B52. P. 5318–5322.