## 01;04 Механизмы формирования функции распределения электронов в положительном столбе разряда в условиях существования "парадокса Ленгмюра"

## © А.А. Кудрявцев, Л.Д. Цендин

Санкт-Петербургский государственный университет, 198904 Санкт-Петербург, Россия Санкт-Петербургский государственный технический университет, 195257 Санкт-Петербург, Россия

## (Поступило в Редакцию 13 ноября 1998 г.)

Рассмотрен вид функции распределения электронов (ФРЭ) в положительном столбе разряда низкого давления в условиях, когда длина свободного пробега электронов больше радиуса трубки. Выполнен анализ ее формирования с учетом всех основных факторов, включающих упругие и неупругие столкновения, радиальное и аксиальное электрические поля и уход быстрых электронов на стенки. Показано, что основным механизмом, определяющим быструю часть функции распределения, является уход электронов на стенки, который определяется рассеянием электронов в сравнительно малый конус выхода, зависящий от соотношения между аксиальной и радиальной составляющими скорости. Поскольку за порогом ионизации фактически для всех элементов частота упругих соударений слабо зависит от энергии, то в итоге высокоэнергетическая часть ФРЭ в положительном столбе разрядов низкого давления близка к максвелловской. В свою очередь в допороговой области вид функции распределения определяется диффузией по энергии в сравнительно сильном поле приходящих после неупругих столкновений максвелловских электронов. В итоге формируется функция распределения электронов, которая хорошо аппроксимируется экспонентой с одним наклоном во всем интервале энергий. Лишь в узком диапазоне углов рассеяния ФРЭ сильно обеднена уходом электронов на стенки трубки. В итоге сделан вывод, что такое явление, как "парадокс Ленгмюра", может быть связано не с наличием гипотетического механизма максвеллизации электронов, как это предполагается до сих пор в литературе, а с физическими особенностями формирования ФРЭ в результате комбинации уже извествных механизмов. Сопоставление решений представленного модельного кинетического уравнения с имеющимися расчетами методом Монте-Карло и экспериментом показало их хорошее соответствие.

Вопрос о функции распределения электронов (ФРЭ) традиционно является одним из основных в физике газового разряда, поскольку электронная компонента в значительной степени определяет свойства плазмы в целом (см., например, [1], где представлены обзоры работ по современному состоянию кинетики электронов в газовых разрядах). К настоящему времени установлено, что даже в таком сравнительно простом объекте, как положительный столб тлеющего разряда, вид ФРЭ определяется разнообразными параметрами и процессами. К ним, в частности, относятся самосогласованные электрические поля, упругие и неупругие соударения электронов, пространственный перенос и т.п. В диффузионном режиме, когда длина свободного пробега электронов  $\lambda < R$  — радиуса трубки, столкновительные процессы и уход электронов на стенки приводят к быстрому (экспоненциальному) спаду ФРЭ с различными наклонами в соответствующих областях энергий, что неоднократно подтверждалось многочисленными экспериментами и расчетами. В то же время еще с пионерских работ Ленгмюра 20-х годов в разрядах низкого (ниже 0.01–0.1 Torr · cm) давления наблюдалось одно из самых загадочных явлений современной физики газоразрядной плазмы [2]. Линейный вид зондовых вольт-амперных характеристик (ВАХ) в полулогарифмическом масштабе

свидетельствовал, что функция распределения электронов по энергиям (ФРЭЭ) была близка к максвелловской. Существующий в плазме радиальный градиент потенциала  $\phi(r)$  запирал в объеме электроны, энергия которых ниже  $e\phi_w$  ( $\phi_w$  — разность потенциалов между осью и стенкой трубки). Однако вопреки ожиданиям по мере увеличения энергии  $\varepsilon > e\phi_w$  не наблюдалось ускорения спада ФРЭЭ, хотя соответствующие электроны могут свободно преодолевать радиальный перепад потенциала и за короткое время свободного пролета

$$t_f = R/\sqrt{2\varepsilon/m} \tag{1}$$

уходить на стенки и там рекомбинировать.

В своих работах Ленгмюр неоднократно возвращался к этому парадоксальному расхождению между экспериментом и оценкой, основанной, казалось бы, на физически очевидных соображениях. В этой связи Д. Габор говорил в [3] о "наихудшем расхождении, известном науке". Габору же принадлежит и сам термин "парадокс Ленгмюра", прочно вошедший в научный обиход и длительное время дискутируемый в литературе (см., например, [4–16]). Вплоть до настоящего времени в литературе основное внимание уделялось поискам универсального механизма максвеллизации ФРЭ, однако эти попытки до сих пор были безуспешными. При этом сам "парадокс Ленгмюра" по сути декларируется, поскольку анализ формирования ФРЭ с учетом всех основных факторов и соответствующий расчет до сих пор так и не были выполнены. Таким образом, "парадокс Ленгмюра" является актуальной фундаментальной проблемой физики газоразрядной плазмы, разрешение которой необходимо как для понимания основных свойств низкотемпературной плазмы, так и обоснования применимости методов ее зондовой диагностики.

Максвелловское распределение обычно реализуется при случайном взаимодействии (столкновениях) частиц между собой или с термостатом. Так как в условиях "парадокса Ленгмюра" межэлектронные столкновения редки, в литературе широко обсуждаются различные механизмы максвеллизации электронов. Сам Ленгмюр выдвинул гипотезу о возможной роли коллективных взаимодействий электронов с турбулентными электрическими полями, возникающими при плазменных (ленгмюровских) колебаниях [2]. Колебания в пристеночных слоях разряда наблюдались в [3] по отклонению электронного пучка. О подобных колебаниях сообщалось также в [8,9]. С другой стороны, в работах [10-12], проделанных специально в аналогичных условиях, эти колебания не были обнаружены и авторы выразили сомнения в том, что они ответственны за максвеллизацию ФРЭ [13]. Следует также отметить, что турбулентные колебания не находятся в термодинамическом равновесии и не могут, вообще говоря, играть роль термостата. Поэтому взаимодействие электронов с колебаниями, если даже они есть, вовсе не обязано формировать максвелловскую ФРЭ. К настоящему времени в литературе обсуждались и другие механизмы максвеллизации ФРЭ [7], но удовлетворительное объяснение наблюдаемым эффектам пока не получено.

Можно высказать предположение, что "парадокс Ленгмюра" связан не с наличием неизвестного механизма максвеллизации, а с физическими особенностями формирования ФРЭ в исследуемых условиях. Не исключена возможность, что в этих условиях комбинация уже известных механизмов формирует ФРЭЭ, близкую к экспоненте с постоянным наклоном. В качестве примера можно привести хорошо известное распределение Дрювестейна–Давыдова, которое реализуется при упругом балансе энергий электронов в однородной столкновительной плазме (при  $\lambda > R$ ) во внешнем электрическом поле (см., например, [4])

$$f_0(w) = C \exp\left(-\int_0^w \frac{3\delta m\nu^2(w)dw}{2e^2 E^2}\right).$$
 (2)

Как видно, при постоянной частоте упругих столкновений ( $\nu(w) = \text{const}$ ) оно имеет максвелловский вид в отсутствие столкновений электронов между собой или с термостатом.

В данной работе проведены модельные расчеты ФРЭЭ в положительном столбе тлеющего разряда низкого давления и проверена возможность ее аппроксимации экспонентой с одним наклоном в широком диапазоне энергий. Приведены качественные соображения в пользу того, что в результате комбинации уже известных механизмов в разрядах низкого давления могут формироваться ФРЭЭ, близкие к максвелловским.

Для интересующего нас случая  $\lambda > R$  кинетическое уравнение для электронов с учетом упругих и неупругих столкновений, радиального и аксиального электрических полей и ухода быстрых электронов на стенки было рассмотрено в [17]. Анализ и упрощения исходного кинетического уравнения для функции распределения были сделаны там на основе следующих физических соображений. В силу неравенства  $\nu \gg \nu_i$  между соответствующими частотами столкновений в стационарном тлеющем разряде электрон, который за время своей жизни должен совершить один акт ионизации, претерпевает много упругих столкновений. Это неравенство обычно выполняется в представляющей интерес области энергий. Поэтому из-за большой разницы между временем релаксации электронов по импульсам и по энергии функцию распределения электронов, как и в случае  $\lambda < R$ , можно представить как сумму изотропной  $f_0(r, \nu)$  и анизотропной  $f_1(r, \nu, \theta)$  составляющих. Так как анизотропия ФРЭ вызывается двумя независимыми причинами — дрейфом в аксиальном поле E<sub>z</sub> и выходом быстрых электронов на стенки трубки в радиальном направлении, то  $f_1$  состоит соответственно из двух компонент. Если анизотропия мала, то их можно рассматривать независимо. Для первой компоненты это обеспечивается малостью энергии, набираемой на длине свободного пробега в поле E<sub>z</sub> по сравнению с полной энергией электрона. Так как она традиционно обсуждается во всех работах по кинетике положительного столба, мы не будем здесь ее рассматривать. Малость же второй компоненты связана с условием малости конуса выхода, в пределах которого заключена скорость покидающего плазму электрона [17]. Это условие обычно выполняется для большинства представляющих интерес электронов, энергии которых несильно превышают потенциал стенки (см. ниже формулу (6)).

Электроны с энергией  $\varepsilon < e\phi_w$  — разности потенциалов между осью и стенкой трубки заперты в объеме амбиполярным перепадом потенциала  $e\phi_a$  и пристеночным скачком потенциала  $e\phi_s$ , так что  $\phi_w = \phi_a + \phi_s$ . Соответственно основная часть функции распределения запертых электронов  $f_0$  зависит только от полной энергии [17]

$$\varepsilon = w(r) + e\phi(r) \tag{3}$$

(кинетической  $w = mv^2/2$  плюс потенциальной  $e\phi(r)$ ).

Электроны с энергией  $\varepsilon > e\phi_w$  могут уходить на стенки. В условиях разряда низкого давления анизотропная компонента ФРЭ, связанная с выходом быстрых электронов, может оказаться значительной. Электрон уходит из объема, если он попадет в конус выхода  $\delta\Omega$ ,

в пределах которого нормальная составляющая их энергии превышает имеющийся потенциальный барьер [17]. Если через  $\alpha(\varepsilon, \mu, r)$  обозначить полярный угол между вектором скорости электрона и радиус-вектором r ( $\mu$  момент количества движения электрона), то  $\delta\Omega$  можно записать в виде [18,19]

$$\delta\Omega = 2\pi \big(1 - \cos\alpha(\varepsilon, \mu, r)\big). \tag{4}$$

Чтобы уйти на стенку, электрон должен упруго рассеяться в этот конус выхода, что эквивалентно гибели электронов на стенках с частотой [17,19]

$$\nu_w = 2\nu (\delta\Omega/4\pi). \tag{5}$$

Коэффициент 2 появляется из симметрии рассеяния в угол  $\alpha$  и  $\pi - \alpha$ . Как видно из (5), уход электронов происходит гораздо более медленнее, чем свободный пролет  $t_f$  (1) до стенок трубки. Для плоской геометрии [18]

$$\cos \alpha(\varepsilon, r) = \sqrt{\frac{e\phi_w - e\phi(r)}{\varepsilon - e\phi(r)}}.$$
 (6)

В цилиндрической геометрии электроны с полной энергией  $\varepsilon > e\phi_w$  могут уходить на стенки, если их энергия перпендикулярного движения  $\varepsilon_p$  превышает сумму потенциальной и центробежной энергии на стенке [17,19]

$$\varepsilon_{p} = mv_{r}^{2}/2 + \mu^{2}/2mr^{2} + e\phi(r) \ge e\phi(R) + \mu^{2}/(2mR^{2}),$$
(7)

где  $mv_r^2/2 = (\varepsilon - e\phi(r))\cos^2\alpha$ .

До тех пор пока конус выхода мал ( $\delta \Omega \ll 4\pi$ ), их функцию распределения вне этого конуса  $f_0$  при изотропном упругом рассеянии электронов можно также считать изотропной и зависящей только от  $\varepsilon$  [17].

Характер анизотропии ФРЭ, связанный с аксиальным полем и уходом на стенку при изотропном законе рассеяния, существенно различен. В первом случае ФРЭ мало отличается от изотропной при всех углах. Математически отражением этого является тот факт, что коэффициенты в обычном разложении ФРЭ по полиномам Лежандра быстро убывают с номером гармоники. Во втором же случае ФРЭ почти изотропна вне малого конуса выхода и практически равна нулю внутри него. Другими словами, ФРЭ терпит разрыв на его границе. Вне малого конуса она почти совпадает с изотропной частью ФРЭ  $f_0$ . Внутри же конуса выхода распределение тоже не зависит от угла. Следовательно, все коэффициенты в разложении по сферическим гармоникам анизотропной части ФРЭ, связанной с конусом выхода, тоже малы (пропорциональны  $\delta\Omega$ ), но не убывают с номером гармоники. Поэтому использовать это разложение нецелесообразно и удобнее отдельно рассматривать  $f_0(\varepsilon)$  и ФРЭ внутри конуса выхода  $F(\varepsilon, r, \delta\Omega)$ .

После усреднения по объему кинетическое уравнение для  $f_0(\varepsilon)$  можно записать в виде [17]

$$\frac{\partial}{\partial \varepsilon} \bar{D}_E \frac{\partial f_0(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} = \bar{\nu}_{\text{ex}}(\varepsilon) f_0(\varepsilon) - \bar{\nu}_{\text{ex}}(\varepsilon + \varepsilon_{\text{ex}}) f_0(\varepsilon + \varepsilon_{\text{ex}}) + \bar{\nu}_i(\varepsilon) f_0(\varepsilon) - 2\bar{\nu}_i(2\varepsilon + \varepsilon_i) f_0(2\varepsilon + \varepsilon_i) + \bar{\nu}_w f_0(\varepsilon), \qquad (8)$$

где коэффициенты уравнения (8) получены в результате усреднения по радиусу

$$\bar{D}_E = \frac{2e^2 E_z^2}{3m} \int_0^{r_1 \varepsilon} \frac{\left(\varepsilon - e\phi(r)\right)^{3/2} r dr}{\nu\left(\varepsilon - e\phi(r)\right)},\tag{9}$$

$$\bar{\nu}_{j}(\varepsilon) = \int_{0}^{r_{j}} \nu_{j} (\varepsilon - e\phi(r)) (\varepsilon - e\phi(r))^{3/2} r dr.$$
(10)

Радиус  $r_1(\varepsilon)$  определяет точку поворота электрона и находится из условия  $\varepsilon = e\phi(r_1(\varepsilon))$ , а  $r_j(\varepsilon)$  — из условий  $e\phi(r_j(\varepsilon)) = \varepsilon - \varepsilon_j$ , где индекс j = ex, i, wсоответственно.

В (9), (10)  $E_z$  — внешнее электрическое поле;  $\nu_{\rm ex}$ ,  $\nu_i$  — соответственно частоты неупругих процессов возбуждения и ионизации. Для простоты предполагается, что имеется только один процесс возбуждения с порогом  $\varepsilon_{\rm ex}$  и только прямая ионизация с основного состояния. Для определенности интеграл столкновений для ионизации записан в предположении, что кинетическая энергия между налетающим и рождающимся электронами распределяется пополам [18].

Конус выхода  $\delta\Omega$  оказывается практически пустым, поскольку соответствующие электроны мгновенно (за время  $t_f(1)$ ) уходят на стенки, и кинетическое уравнение для функции распределения  $F(\varepsilon, r, \Omega)$  внутри этого конуса в пренебрежении влиянием радиального электрического поля в плазме на быстрые электроны можно записать в виде

$$\frac{\partial F(\varepsilon, r, \delta\Omega)}{\partial r} = \frac{1}{4\pi\lambda} f_0(\varepsilon), \qquad (11)$$

 $\lambda=v/\nu$  — длина свободного пробега электрона; видно, что  $F\ll f_0.$ 

Саомосогласованный потенциал стенки  $\varphi_w = \phi_a + \phi_s$  находится из условия равенства числа ионизаций  $Z_i$  и уходов электронов на стенки  $W_e$ 

$$Z_{i} = \frac{2}{R^{2}} \int_{0}^{R} r dr \int_{\varepsilon_{i}}^{\infty} \nu_{i}(w) \sqrt{w} f_{0}(\varepsilon) d\varepsilon = W_{e}$$
$$= \frac{2}{R^{2}} \int_{0}^{R} r dr \int_{\varepsilon\phi_{w}}^{\infty} \nu_{w}(w) \sqrt{w} f_{0}(\varepsilon) d\varepsilon.$$
(12)

Так как  $\nu \gg \nu_i$ , то, как видно из (12), потенциал стенки  $e\phi_w$  превышает потенциал ионизации  $\varepsilon_i$  и основная часть электронов заперта в объеме.

$$Z_i = W_i = \bar{n}_e / \tau_i, \tag{13}$$

где  $\bar{n}_e$  — средняя по объему концентрация электронов,  $\tau_i$  — время жизни иона.

ионизаций в единице объема и уходов ионов на стенки W<sub>i</sub>

Поскольку обычно длина пробега ионов  $\lambda_i < \lambda$ , то в рассматриваемых условиях ( $\lambda > R$ ) возможны различные соотношения между  $\lambda_i$  и *R*. В общем случае  $\tau_i$  удобно представить в виде

$$\tau_i = \Lambda^2 / D_s, \tag{14}$$

а для эффективного коэффициента  $D_s$  можно использовать интерполяцию [17], которая в предельных случаях переходит от столкновительного режима Шоттки к бесстолкновительному по Тонксу–Ленгмюру

$$D_s = D_a / (1 + 2Z_i / (\bar{n}_e \nu_{ia})), \tag{15}$$

где  $D_a = D_i(1 + T_e/T)$  — обычный коэффициент амбиполярной диффузии,  $\nu_{ia} = N v_i \sigma_{ia}$  — частота ион-атомных столкновений.

Для проверки точности приближенного кинетического уравнения (8) целесообразно сопоставить его с результатами тестового и независимого метода Монте-Карло. Для интересующих нас условий наиболее детальной в этом плане является работа [19], в которой моделировалась функция распределения электронов в положительном столбе тлеющего разряда для аргоноподобного газа в широком диапазоне давлений (3 m · Torr-3 Torr). Авторы ориентировались в основном на столкновительный случай ( $\lambda > R$ ), для которого наблюдали изменение наклона ФРЭЭ при  $\varepsilon > \varepsilon_{\rm ex}$  за счет неупругих процессов и уходов электронов на стенки. Сравнительный анализ представленных в [19] данных показывает, что при понижении давления ( $p < 10 \,\mathrm{m} \cdot \mathrm{Torr}$ ) происходит увеличение относительной роли стеночных потерь и наблюдается явная тенденция к выполаживанию ФРЭЭ к экспоненте с одним наклоном во всем интервале энергий.

Далее при сопоставлении будем использовать сечения процессов для аргона, как и в [19],

$$\sigma = 1.59 \cdot 10^{-15} \begin{cases} w/\varepsilon_{\rm ex}, & w < \varepsilon_{\rm ex} \\ \sqrt{\varepsilon_{\rm ex}/w}, & w > \varepsilon_{\rm ex} \end{cases}, \, {\rm cm}^2, \qquad (16)$$

$$\sigma_{\rm ex} = 1.56 \cdot 10^{-16} \ln(w/\varepsilon_{\rm ex}), \, {\rm cm}^2,$$
 (17)

$$\sigma_i = 3.18 \cdot 10^{-16} \ln(w/\varepsilon_i) / (w/\varepsilon_i), \text{ cm}^2, \qquad (18)$$

$$\sigma_{ia} = 4 \cdot 10^{-15}, \, \mathrm{cm}^2. \tag{19}$$

При усреднении по (9), (10) профиль амбиполярного потенциала можно аппроксимировать параболой

$$e\phi(r) = e\phi_a(r/R)^2.$$
 (20)

Из (16), (19) видно, что в интересующем нас случае  $\lambda > R$  для ионов также осуществляется пролетный



Рис. 1. Результаты расчетов  $f_0(\varepsilon)$  согласно (7).  $N = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ , радиус трубки R = 1 cm,  $\phi_w = 28.5 \text{ V}$  и  $E_z = 1 \text{ V/cm}$ .

режим. Поэтому далее в расчетах мы выбирали в (20) по Тонксу и Ленгмюру  $e\phi_a = 1.145T_e$  и в (13)

$$\tau_i = R/\nu_{is},\tag{21}$$

где  $\nu_{is} = \sqrt{T_e/M}$  — скорость ионного звука.

Результаты моделирования в [19] показали, что простое выражение (6) для  $\delta\Omega$  в случае плоской геометрии является хорошей аппроксимацией и для цилиндра.

Для сравнения на рис. 1 приведены результаты расчетов f<sub>0</sub> согласно (7) для условий, рассмотренных в [19] (концентрация нейтального газа  $N = 10^{14} \, \mathrm{cm}^{-3}$ , радиус трубки *R* = 1 сm). Самогласованные значения потенциала стенки  $\phi_w = 28.5 \, \text{eV}$  и продольного поля  $E_z = 1 \, \text{V/cm}$  оказались близки к рассчитанным в [19] (30 eV и 1.02 V/cm соответственно). Видно, что полулогарифмическая зависимость ФРЭЭ близка к линейной с эффективной температурой электронов  $T_e = 9.3 \, \text{eV};$ заметные отклонения от максвелловской функции распределения наблюдаются лишь при малых энергиях. Расчеты подтверждают также хорошо известный из литературы факт (см., например, [14]), что значения  $T_e$  в разрядах низкого давления устанавливаются близкими к порогу неупругих процессов  $\varepsilon_{ex}$ . Физически столь высокие значения температуры необходимы, чтобы электрон успел совершить акт ионизации за короткое время  $\tau_i$ свободного пролета иона до стенки (21). Поскольку в принятой модели учитывается только прямая ионизация с основного состояния, то равенства (12), (13) не зависят от абсолютного значения концентрации электронов и ФРЭЭ выражена в произвольных единицах. Если по представленной на рис. 1 ФРЭЭ построить график зондового тока

$$I(eV) = \int_{eV}^{\infty} (\varepsilon - eV) f_0(\varepsilon) d\varepsilon, \qquad (22)$$

по которому и был в литературе первоначально обнаружен "парадокс Ленгмюра", то получается прямая, практически не отличимая от экспоненты (рис. 2). Это связано с тем, что интегральная зависимость типа (22)



**Рис. 2.** Зависимость зондового тока *I* от потенциала *V*. Условия те же, что на рис. 1.



**Рис. 3.** Вторая производная зондового тока I''(V) при шаге дифференцирования d = 5 V. Условия те же, что и на рис. 1.



Рис. 4. Члены кинетического уравнения (8) для условий рис. 1.

имеет более слабую чувствительность к деталям поведения ФРЭЭ. Как известно, конечная величина амплитуды дифференцирующего сигнала d на зонд приводит к тому, что ФРЭЭ в области энергий вблизи потенциала плазмы существенно искажена при малых потенциалах порядка d, составляющих в эксперименте  $(0.3-1)T_e$ . Поэтому на реально измеряемых вторых произвольных зондового тока I''(eV) низкоэнергетическая часть ФРЭЭ не регистрируется. Для примера на рис. 3 построена также модельная вторая производная зондового тока с конечным шагом дифференцирования d = 5

$$I''(V) = \frac{I(V+d) + I(V-d) - 2 \cdot I(V)}{d^2}.$$
 (23)

Видно, что при  $\varepsilon > 5 \text{ eV}$  значения I''(eV) близки к экспоненциальным и совпадают с ФРЭЭ на рис. 1. Расчеты показывают также, что зависимости, аналогичные представленным на рис. 1, 2, получаются для чистых газов при  $\lambda > R$  для всех рассмотренных условий. Чтобы понять причины столь удивительного поведения  $f_0$ , обратимся к рис. 4, на котором представлены члены кинетического уравнения (8) для условий рис. 1. Видно, что при  $\varepsilon > e\phi_w$  частота уходов на стенки значительно превышает частоты неупругих ударов, а энергетические зависимости  $\overline{D}_E(\varepsilon)$  и  $\overline{\nu}_w(\varepsilon)$  близки друг другу. При этом кинетическое уравнение (8) для быстрой части ФРЭЭ при  $\varepsilon > e\phi_w$  сводится к

$$\frac{\partial}{\partial \varepsilon} \bar{D}_E \, \frac{\partial f_0(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} = \bar{\nu}_w \, f_0(\varepsilon), \qquad (24)$$

и, грубо говоря, "температура" электронов быстрой части ФРЭЭ

$$T_w = \sqrt{\bar{D}_E/\bar{\nu}_w} \tag{25}$$

практически постоянна и не зависит от энергии. Причиной этого является слабо убывающая зависимость упругого сечения (16) в области больших энергий. Это приводит к малой энергетической зависимости  $\nu(w)$  и соответственно  $T_w$  по (25). Как хорошо известно из литературы (см., например, [20]), в области больших энергий  $\varepsilon \ge \varepsilon_i$  сечения упругого рассеяния слабо спадают с энергией и ведут себя подобным образом практически для всех элементов. Поэтому такая зависимость является достаточно универсальной. Таким образом, в области больших энергий практически для любого чистого газа  $T_w$  (25) близка к постоянной и ФРЭЭ при  $\varepsilon > e\phi_w$  должна быть близка к максвелловской

$$f_0(\varepsilon) \approx \exp(-\varepsilon/T_w).$$
 (26)

Рассмотрим возможные причины, по которым этот же наклон ФРЭЭ может сохраняться и в упругой области энергий  $\varepsilon < \varepsilon_{ex}$ . На первый взгляд это кажется парадоксальным, поскольку хорошо известно [20], что реальные зависимости  $\nu(w)$  для различных газов имеют в этой области энергий разнообразные энергетические зависимости. Запишем модельное решение кинетического уравнения (8) при  $\varepsilon < \varepsilon_{ex}$  с быстрой частью ФРЭЭ в виде (26)

$$f_{0m}(\varepsilon) = \Phi_1 - \Phi_2 = \left(\exp(-\varepsilon_{ex}/T_w) + \exp(-2\varepsilon_{ex}/T_w)\right) \\ \times \left(1 + (\varepsilon_{ex} - \varepsilon)/T_w\right) - \exp\left(-(\varepsilon + \varepsilon_{ex})/T_w\right), \quad (27)$$

которое представляет собой разность между линейной  $\Phi_1$  и экспоненциальной  $\Phi_2$  функциями. Видно, что в упругой области энергий модельная ФРЭЭ (27), строго говоря, никогда не является максвелловской даже при максвелловской быстрой части (26). Функция (26) и (27) получаются близкими друг к другу при  $\varepsilon \sim \varepsilon_{ex}$  и расходятся по мере уменьшения энергии. Поскольку их различия максимальны при малых энергиях, то при



**Рис. 5.** Составляющие модельной ФРЭЭ (27) при  $T_e = \varepsilon_{\text{ex}}$ .



**Рис. 6.** Модельные ФРЭЭ (27) при  $\varepsilon_{\rm ex}/T_e = 5$  (2), 1 (3), 0.5 (4),  $1 - \Phi$ РЭЭ (26).

 $\varepsilon/T_e \ll 1$ , разложив экспоненту в  $\Phi_2$  в ряд Тейлора, получим вблизи нуля

$$f_0(\varepsilon \approx 0) \approx (\varepsilon_{\rm ex}/T_w) \exp(-\varepsilon_{\rm ex}/T_w).$$
 (28)

Выражение в правой части (28) близко к единице (т.е. к соответствующим значениям (26)) лишь при  $\varepsilon_{\rm ex} \approx T_w$  и резко уменьшается при уменьшении  $T_w$ . Таким образом, близость аппроксимации ФРЭЭ в упругой области энергий к экспоненте с температурой быстрой части распределения электронов определяется параметром  $\varepsilon_{\rm ex}/T_w$ . Такая аппроксимация возможна лишь при высоких значениях  $T_w \approx \varepsilon_{\rm ex}$ . Для иллюстрации сказанного на рис. 5 представлены составляющие модельной ФРЭЭ по (26), (27) при  $\varepsilon_{\rm ex}/T_e = 1$ , а на рис. 6 — модельные ФРЭЭ при различных значениях параметра  $\varepsilon_{\rm ex}/T_e$ , равных 0.5, 1,5. Видно, что полная ФРЭЭ никогда не должна являться строго максвелловской. Аппроксимация ее экспонентой с одним наклоном во всем диапазоне энергий возможна лишь в случае, когда температура электронов велика и близка к порогу неупругих процессов.

Таким образом, чтобы вся ФРЭЭ в разрядах низкого давления могла быть аппроксимирована максвеллловской, необходимо выполенение двух основных условий: слабое убывание сечения упругого рассеяния в области больших энергий (за потенциалом ионизации рабочего газа) и высокое значение температуры электронов (порядка порога неупругих процессов). Нарушение любого из этих требований должно приводить к заметным отклонениям ФРЭЭ от экспоненты с одним наклоном, т.е. к отсутствию "парадокса Ленгмюра". Чтобы решить вопрос о существовании или отсутствии этого дискуссионного явления, т.е. выявить неизвестный механизм максвеллизации, определить количественно его эффективность в различных условиях или убедиться в его отсутствии, необходимо провести детальные измерения и расчеты ФРЭЭ, профилей радиального электрического поля и пристеночного скачка потенциала в одних и тех же условиях. К сожалению, в полном объеме такие измерения практически отсутствуют в литературе; мы в настоящее время лишь выполняем такую работу. Поэтому в данном сообщении на основании анализа известных нам экспериментальных результатов различных авторов мы приведем качественные свидетельства в пользу того, что распределения, близкие к максвелловским, в принципе могут формироваться без привлечения какого-либо дополнительного механизма максвеллизации.

Ю.М. Каганом с сотрудниками в СПбГУ были проведены систематические измерения ФРЭЭ в положительном столбе разряда в различных газах: ртути, кадмии, гелии, неоне, аргоне и их смесях при различных давлениях и токах. Эти результаты были обобщены в обзоре [6], где были отмечены следующие особенности. Во всех однокомпонентных системах регистрировались максвелловские ФРЭЭ. В ртути и тяжелых инертных газах это соответствовало давлениям до сотых Torr, в гелии и неоне — до нескольких десятых Torr, т. е. верхний предел по давлению возрастал по мере уменьшения соответствующих сечений упругого рассеяния. При дальнейшем повышении давления (приблизительно после достижения условия  $\lambda < R$ ) наблюдалось обеднение ФРЭЭ в неупругой области энергий, которое связывалось в [6] с возрастанием относительной роли неупругих процессов возбуждения и ионизации (см. рис. 7, 13–17 из [6]).

Другая серия экспериментов была выполнена при одном и том же низком давлении 3 m · Torr ртути (т. е. в условиях наблюдения там "парадокса Ленгмюра") и при добавлении различных инертных газов (He, Ne, Ar, Kr, Xe). Очевидно, что при этом менялось только рассеяние электронов буферным газом. Тем не менее в экспериментах наблюдалось обеднение ФРЭЭ за порогом неупругих столкновений с ртутью. Это представлялось достаточно удивительным, поскольку при фиксированном давлении ртути в этой области энергий возрастала только частота упругих соударений с атомами инертного газа (см. рис. 9–12 из [6]). Поскольку добавление буферного газа в таких количествах могло приводить только к изменению времени ухода на стенки, то в [5,6] было высказано предположение об уменьшении роли "стеночных" эффектов. Этот факт был интерпретирован как косвенное свидетельство в пользу наличия неизвестного "стеночного" механизма формирования максвелловской ФРЭЭ.

С другой стороны, наблюдавшиеся в [6] эффекты можно попытаться объяснить без привлечения какихлибо гипотетических механизмов на основе изложенных



**Рис. 7.** Результаты расчетов  $f_0(\varepsilon)$  согласно (7) с растущей зависимостью сечения упругого рассеяния по (29). Остальные условия те же, что и на рис. 1.



Рис. 8. Члены кинетического уравнения (8) для условий рис. 7.

выше соображений. Действительно, при переходе к смеси газов, когда ионизация еще идет по легкоионизуемой примеси, упругое рассеяние электронов при  $\varepsilon > e\phi_w$ может уже определяться буферным газом, имеющим значительно больший потенциал ионизации. В представляющей интерес области энергий (которая определяется возбуждением и ионизацией ртути) упругое сечение рассеяния, определяющее, согласно (5), уход электронов на стенки может сильно зависеть от энергии. При этом температура  $T_w$  (25) не будет константой и наклон ФРЭЭ должен меняться с энергией. Для иллюстарции на рис. 7 и 8 представлены зависимости, аналогичные рис. 1 и 4, но соответствующие уже растущей зависимости упругого сечения (16) во всем интервале энергий

$$\sigma = 1.59 \cdot 10^{-15} (w/\varepsilon_{\rm ex})^{1/2}.$$
 (29)

Видно, что зависимости  $\bar{D}_E(\varepsilon)$  и  $\bar{\nu}_w(\varepsilon)$  в этом случае уже не подобны друг другу и ФРЭЭ сильно отличается от экспоненты с одним наклоном. Очевидно, что в подобных экспериментальных условиях "парадокс Ленгмюра" не должен иметь места. Эти эффекты полностью соответствуют результатам [6]: при добавлении к 3 m · Torr ртути уже 6 m · Torr аргона, т. е. еще в пролетном режиме для электронов, уже наблюдались отклонения от максвелловской ФРЭЭ (см. рис. 11 в [6]). Аргон имеет сильно растущее сечение в иследованной области энергий; поэтому картина и аналогична полученной выше на рис. 7. В то же время при добавлении гелия, имеющего слабо меняющееся с энергией сечение упругого рассеяния, близкие к максвелловским ФРЭЭ наблюдались в [6] до давлений гелия, равных десятым долям Тогг, т.е. примерно до тех же давлений, что и для разряда в чистом гелии (см. рис. 10, 15, 16 в [6]).

На рис. 1 штриховой линией представлена также зависимость  $F(\varepsilon, r, \delta\Omega)$  согласно (11); как и следовало ожидать,  $F \ll f_0$ . На практике для измерения ФРЭ в конусе выхода необходимо измерять функцию распределения электронов с угловым разрешением. При использовании традиционной зондовой методики регистрируется тем или иным способом усредненная по угловым переменным информация о ФРЭ. В частности, цилиндрический зонд измеряет только распределение по перпендикулярным к его оси составляющим скорости (энергии). В такой ситуации отмеченная выше разница в угловых зависимостях может быть обнаружена лишь при одновременном сопоставлении измерений при ориентациях зонда под разными углами к оси разряда. Такие особенности наблюдались в [14], где исследовался положительный столб разряда в ртути при давлении  $p = 1.3 \,\mathrm{m} \cdot \mathrm{Torr}$  и токе  $I = 80 \,\mathrm{mA}$ . Измерения сферическим и цилиндрическим зондом, расположенным перпендикулярно оси трубки (см. рис. 3 в [14]), которые не "чувствуют" конуса выхода, свидетельствуют о максвелловости ФРЭЭ в широком диапазоне энергий. При измерениях же цилиндрическим зондом, параллельным оси, расположенным в центре трубки, было обнаружено сильное обеднение второй производной зондового тока при энергиях за потенциалом стенки (см. рис. 4 в [14]). Это согласуется с тем, что при  $\varepsilon > e\phi_w$  такой зонд регистрирует лишь электроны в конусе выхода на стенки. Наиболее отчетливо обеднение, связанное с уходом на стенки, наблюдалось в [14] при измерениях плоским стеночным зондом (см. рис. 3 в [14]). В работе [21] также отмечались различия в регистрируемых вторых производных при ориентациях цилиндрического зонда вдоль и поперек оси разряда. Для детального измере-



**Рис. 9.** Результаы расчетов  $f_0(\varepsilon)$  согласно (7) при значениях потенциала стенки  $\phi_w = 13$  (1), 18 (2), 23 (3), 28.5 V (4). Остальные условия те же, что и на рис. 1.

ния угловой зависимости ФРЭ целесообразно проводить измерения при различных ориентациях плоских зондов относительно оси разряда. Это должно дать возможность детально зарегистрировать пустой конус выхода электронов на стенки трубки.

Чтобы на практике продемонстрировать определяющую роль ухода электронов на стенки в формировании ФРЭ, можно предложить экспериментально изменять граничные условия на стенке, например, путем принудительного изменения ее потенциала. Наиболее просто это реализовать, если часть стенки сделать проводящей (например, в виде металлической цилиндрической вставки). При подаче заданного потенциала, уменьшающего  $\phi_w$ , на регистрируемой ВАХ или на второй производной зондового тока должны наблюдаться особенности. На рис. 9 для условий рис. 1 приведены результаты модельных расчетов при изменении  $\phi_w$ . Видно, что по мере уменьшения потенциала стенки обеднение быстрой части ФРЭЭ, связанное с изменением  $T_w$ , начинает проявляться при меньших  $\varepsilon$ . Отметим, что попытка проведенная подобных экспериментов в трубке с металлической стенкой предпринималась в [22]. Так как в трубке с изолированными металлическими стенками наблюдалась такая же максвелловская ФРЭЭ, как и в стеклянной, был сделан вывод, что "парадокс Ленгмюра" не зависит от материала стенки разрядной трубки. При подаче положительного напряжения на проводящую стенку трубки было зарегистрировано обеднение быстрой части ФРЭ, что объяснялось в [22] уменьшением роли неизвестного "стеночного" механизма максвеллизации. Как видно из рис. 9, подобные явления возможны и без привлечения такого гипотетического механизма.

Таким образом, в работе показано, что в разрядах низкого давления, когда длина свободного пробега электронов превышает радиус трубки, их уход на стенки определяется упругим рассеянием в малый конус выхода. При реализуемых в подобных условиях высоких значениях продольного поля это приводит к тому, что ФРЭЭ может быть аппроксимирована экспонентой с одним наклоном во всем интервале энергий. Сделан вывод, что этот эффект может в принципе объяснять широко дискутируемый в литературе "парадокс Ленгмюра".

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 96-02-18417).

## Список литературы

- *Electron* Kinetics and Applications of Glow Discharges / Ed. by U. Kortshagen, L. Tsendin. NATO ASI Series B. Physics. Vol. 367. New York; London: Plenum Press, 1998.
- [2] Langmuir I. // Phys. Rev. 1925. Vol. 26. P. 585-613.
- [3] Gabor D., Ash E.A., Dracott D. // Nature. 1955. Vol. 176. N 11. P. 916–919.
- [4] Грановский В.Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток. М.: Наука, 1971. 272 с.
- [5] Бенке Ю., Каган Ю.М., Миленин В.М. // ЖТФ. 1968.
   Т. 38. Вып. 5. С. 1197–1200.

- [6] Каган Ю.М. // Спектроскопия газоразрядной плазмы. Л.: Наука, 1970. С. 201–223.
- [7] Миленин В.М., Тимофеев Н.А. // ЖТФ. 1978. Т. 48. Вып. 9. С. 1841–1844.
- [8] Rompe R., Ullrich S., Wolf H. // Beitr. Plasmaphys. 1961. Bd 4. S. 245–253.
- [9] Hirsch E.N. // Int. J. Electron. 1966. Vol. 19. P. 537-541.
- [10] Gierke G, Ott W, Schwirzke F. // Proc. 6<sup>th</sup> IGPIG. Munchen, 1961. Vol. 11. P. 1412.
- [11] Ott W. Ein Versuch zur Klarung des Langmuir-Paradoxus. Munchen: Preprint Inst. Plasmaphys., 1963. N 2/19. 27 s.
- [12] Harp R., Kino G.S. // Proc. 8<sup>th</sup> IGPIG. Paris, 1963. Vol. 3. P. 45.
- [13] Grawford F.W., Self S.A. // Int. J. Electron. 1965. Vol. 18. P. 569–577.
- [14] Rayment S.W., Twiddy N.D. // Proc. Soc. A. 1968. Vol. 340. P. 87–98.
- [15] Чен Ф. Введение в физику плазмы. М.: Мир, 1987. С. 73.
- [16] Кадомцев Б.В. // Вопросы теории плазмы / Под ред. М.А. Леонтовича. Вып. 4. М.: Атомиздат, 1964. С. 325.
- [17] Цендин Л.Д., Голубовский Ю.Б. // ЖТФ. 1977. Т. 47. Вып. 9. С. 1839–1851.
- [18] Kortshsgen U, Pukropski I, Tsendin L.D. // Phys. Rev. E. 1995. Vol. 51. N 6. P. 6063–6078.
- [19] Kortshagen U, Parker G.J., Lawler J.E. // Phys. Rev. E. 1966. Vol. 54. N 6. P. 6746–6761.
- [20] Мак-Даниэль И. Процессы столкновений в ионизованных газах. М.: Мир, 1967.
- [21] Годяк В.А., Кузовников А.А., Хадир М.А. // Вестн. МГУ. Физ., астрон. 1971. № 3. С. 336–338.
- [22] Миленин В.М. Канд. дис. Л., 1965.