## 01;05 Выпрямление напряжения "жесткими" сверхпроводниками

## © А.Н. Ульянов

Донецкий физико-механический институт АН Украины, 340114 Донецк, Украина

## (Поступило в Редакцию 30 апреля 1998 г.)

В рамках модели критического состояния Бина проведен расчет напряжения и формы напряжения в жестких сверхпроводниках с током, содержащим и переменную, и постоянную составляющие. Сравнение с экспериментом показало, что отмеченные характеристики хорошо описываются в рамках указанной модели. Объяснен эффект выпрямления напряжения сверхпроводниками с током.

В настоящее время получены сверхпроводящие композиты на основе висмутовой сверхпроводящей керамики в серебряной оболочке с высокой критической плотностью тока ( $I_c \sim 2 \cdot 10^4 \,\text{A/cm}^2$ ) [1]. Такие материалы могут быть использованы, например, для переноса переменного и постоянного транспортных токов, в качестве проводов для сверхпроводящих магнитов. Тонкие пленки на основе высокотемпературных сверхпроводников могут быть использованы в микроэлектронике. Объемные материалы на основе Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>Ca<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>v</sub> керамики могут быть использованы в качестве токовводов от температуры жидкого азота до температуры жидкого гелия. Перенос сверхпроводниками переменного транспортного тока в настоящее время исследуется очень активно (см., например, [2–6]). При этом как в экспериментальных [4-6], так и в теоретических работах [3,7] основное внимание уделяется исследованию гистерезисных потерь. Форма напряжения, токовые и частотные зависимости напряжения и потерь исследовались экспериментально [2-6] и теоретически [2,3,5,7]. Генерация гармоник сверхпроводящими висмутовой керамикой [8] и иттриевыми пленками [9], несущими переменный транспортный ток, были исследованы индуктивным методом. Поведение сверхпроводящей пластины с переменным током в перпендикулярном магнитном поле исследовалось в работе [10]. В работе [2], наверное, впервые исследовался транспорт переменного тока  $I(t) = I_{dc} + I_{ac} \cos \omega t$ , содержащего и постоянную составляющую. В указанной работе экспериментально был обнаружен эффект "выпрямления" напряжения постоянным током и в рамках модели критического состояния Кима [11] для случая  $|I(t)| < I_c$  было показано, что величина выпрямленного напряжения линейно зависит от частоты переменного тока.

В данной работе в рамках модели критического состояния Бина [12] рассчитаны напряжение и его форма на сверхпроводнике, несущем переменный транспортный ток  $I(t) = I_{dc} + I_{ac} \cos \omega t$ , объяснено происхождение частотно-независимой составляющей выпрямленного напряжения, наблюдавшейся в работе [2].

1. При пропускании транспортного тока  $I_{tr}(t)$  через сверхпроводник на его краях при некоторой величине тока возникают вихри магнитного потока. Вихри под действием силы Лоренца двигаются к центру образца. Движение вихрей приводит к диссипации энергии и к

падению напряжения  $u_R(t)$  на образце. Кроме того, если транспортный ток является переменным, он индуцирует вокруг себя переменное магнитное поле (self-field) с потоком  $\Phi(t)$ , что приводит к появлению гистерезисных потерь, обусловленных перемагничиванием образца в собственном переменном поле. Изменение магнитно-го потока приводит к появлению эдс самоиндукции в образце  $e_L(t) = -d\Phi(t)/dt$  и к падению напряжения  $u_L(t) = -e_L(t)$  на нем. Таким образом, напряжение u(t) на сверхпроводнике, через который пропускается переменный транспортный ток, определяется суммой двух вкладов

$$u(t) = u_R(t) + u_L(t).$$
 (1)

"Активная" часть напряжения  $u_R(t)$  совпадает по фазе с фазой тока и определяется вольт-амперной характеристикой сверхпроводника. "Индуктивная" часть напряжения  $u_L(t)$  содержит и симфазную, и отличающуюся по фазе на 90° от фазы тока (квадратурную) составляющие и может быть определена в рамках модели критического состояния.

2. Определим активную часть напряжения на образце. Для определенности будем считать, что вольт-амперная характеристика (BAX) сверхпроводника является степенной

$$u_R(I) = u_c (I/I_c)^{\alpha}, \qquad (2)$$

здесь  $I_c$  — критический ток образца, определяемый обычно из критерия  $u_R = u_c = 1 \, \mu \text{B/cm}.$ 

Напряжение на сверхпроводнике с переменным током показано на рис. 1. В этом случае, если транспортный ток содержит как переменную, так и постоянную составляющие, "рабочая" точка вольт-амперной характеристики сверхпроводника смещается (рис. 2). При этом, если  $I_{dc} > 0$ , положительная полуволна тока усиливается, а отрицательная подавляется. Это приводит к появлению постоянной, частотно-независимой компоненты напряжения на образце

$$u_{Rc} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} u_R(I(t)) dt.$$
(3)

Это и объясняет экспериментально наблюдавшийся в работе [2] эффект выпрямления напряжения сверхпроводником. Величина выпрямленного напряжения  $u_{Rc}$ 



**Рис. 1.** Зависимость тока  $j(t) = j_{dc} + j_{ac} \cos \omega t$  ( $j_{ac} = 0.7 j_c$ ,  $j_{dc} = 0$ ) и "активного" напряжения  $u_R$  на образце от времени при  $j_{dc} = 0$  (a).  $0.2 j_c$  (b).



**Рис. 2.** Вольт-амперная характеристика (ВАХ) сверхпроводника ( $\alpha = 3$ ) и напряжение  $u_R$  на нем при пропускании транспортного тока  $j(t) = j_{dc} + j_{ac} \cos \omega t$ ,  $j_{ac} = 0.7 j_c$ ,  $j_{dc} = 0.2 j_c$ .

определяется типом ВАХ (в случае (2) — показателем степени  $\alpha$ ), амплитудой переменного и величиной постоянного траспортных токов. Например, для степенной функции с показателем степени  $\alpha = 3$  величина выпрямленного напряжения

$$u_{Rc} = u_c \frac{1}{2I_c^3} \left( 3I_{ac}^2 I_{dc}^2 + 2I_{dc}^3 \right).$$
(4)

3. "Индуктивную" часть напряжения  $u_L(t)$  на образце найдем для бесконечной пластины в рамках модели критического состояния Бина [12]. В соответствии с этой моделью ток, протекающий через сверхпроводник, отличен от нуля только в той части образца, где индукция  $B \neq$  const, величина тока зависит только от температуры и равна его критическому значению. При изменении внешнего поля распределение магнитной индукции изменяется сначала во внешней части образца, а затем в его внутренней части. Это происходит вследствие захвата магнитного потока на центрах пиннинга. В результате этого изменение индукции отстает по фазе от изменения внешнего поля, в данном случае определяемого током. Магнитное поле в образце описывается уравнениями Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_c, \tag{5}$$

где *с* — скорость света, *j<sub>c</sub>* — плотность критического тока.

Решая уравнение (5) и учитывая, что поле на границе образца равно сумме полей, инициируемых постоянным и переменным транспортными токами,  $H_{tr} = \pm (2\pi d/c)(j_{dc} + j_{ac}\cos\omega t), (j_{dc}, j_{ac}\cos\omega t)$ плотности постоянного и переменного транспортных токов соответственно, d — толщина пластины, знаки "+" и "-" соответствуют противоположным сторонам пластины), можно получить распределение магнитной индукции в образце. При этом возможны следующие случаи: А)  $I_{dc} + I_{ac} < I_c$ , когда амплитуда переменного тока плюс величина постоянного тока меньше величины критического тока; Б) противоположный случай, когда  $I_{dc} + I_{ac} < I_c$ . В данной работе рассматривается только случай А как имеющий практическое применение. В этом случае сверхпроводник в течение всего периода находится в критическом состоянии. Индукция в образце определяется выражением

$$B(x) = B_c \begin{cases} 0, & 0 \leqslant |x| \leqslant x_0, \\ \left(\frac{j_{ac}+j_{dc}}{j_c} - 1 + \frac{2|x|}{d}\right) \operatorname{sgn} x, & x_0 \leqslant |x| \leqslant x_m, \\ \left[-\left(\frac{j_{ac}}{j_c} - 1 + \frac{2|x|}{d}\right) \\ \times \operatorname{sgn} \dot{I} + \frac{j_{dc}}{j_c}\right] \operatorname{sgn} x, & x_m \leqslant |x| \leqslant x_t, \\ \left[\frac{j_{ac}}{j_c} \cos \omega t - \left(1 - \frac{2|x|}{d}\right) \\ \times \operatorname{sgn} \dot{I} + \frac{j_{dc}}{j_c}\right] \operatorname{sgn} x, & x_t \leqslant |x| \leqslant \frac{d}{2}, \end{cases}$$

$$(6)$$

ось **x** направлена перпендикулярно плоскости пластины, ток протекает вдоль пластины, x = 0 соответствует середине пластины,

$$B_c = \frac{2\pi d}{c} j_c, \quad x_0 = \frac{d}{2} \left( 1 - \frac{j_{ac} + j_{dc}}{j_c} \right),$$
$$x_n = \frac{d}{2} \left( 1 - \frac{j_{ac}}{j_c} \right),$$
$$x_t = \frac{d}{2} \left( 1 - \frac{j_{ac}}{2j_c} (1 + \cos \omega t \operatorname{sgn} \dot{I}) \right),$$

 $\operatorname{sgn} \dot{I}$  — знак величины dI(t)/dt.

Интегрируя выражение (6) по полутолщине пластины, определяем поток магнитного поля  $\Phi(t)$ , приходящийся на единицу длины (через половину пластины). Дальнейшим дифференцированием полученного выражения по времени получим эдс самоиндукции

$$e_L \equiv -\frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\pi d^2 \omega}{2c^2} \frac{j_{ac}^2}{j_c} (\sin \omega t - \cos \omega t |\sin \omega t|) \quad (7)$$

Журнал технической физики, 1999, том 69, вып. 7



**Рис. 3.** Зависимость тока  $j(t) = j_{dc} + j_{ac} \cos \omega t$  ( $j_{ac} = 0.7 j_c$ ,  $j_{dc} = 0.2 j_c$ ) и "индуктивного" напряжения  $u_L$  на образце от времени.



**Рис. 4.** Зависимость тока  $j(t) = j_{dc} + j_{ac} \cos \omega t$  ( $j_{ac} = 0.7 j_c$ ,  $j_{dc} = 0.2 j_c$ ) и "полного" напряжения u(t) на образце от времени.

и падение напряжения на единице длины образца  $u_L(t) = -e_L(t)$  (рис. 3). Полное напряжение на образце  $u(t) = u_R(t) + u_L(t)$  показано на рис. 4. Его форма в целом согласуется с результатами работы [2]. Различие, по-видимому, можно отнести на счет эксперимента, так как отличаются уже экспериментальные кривые работ [2] и [4] (без постоянной составляющей транспортного то-ка). Как следует из (7), величина  $u_L(t)$  прямо пропорциональна частоте переменного тока и не зависит от величины постоянной составляющей транспортного тока. Используя значения величин толщины образца  $d \sim 100 \,\mu$ m, ширины образца  $w \sim 4$  mm, критического тока  $I_c = 8.3$  А из работы [5], можно получить, что величина

$$A_1 = \frac{\pi d^2 \omega}{2c^2} \frac{j_{ac}^2}{j_c}$$

в (7) по порядку величины равна ~  $10^{-2}-10^{-1} \mu$ B/cm при частоте  $\omega = 50$  Hz и плотности транспортного тока  $j_{ac} \sim j_c$ . Это значение величины  $A_1$  соответствует экспериментальным данным работ [4,5].

В работе [2] расчет напряжения на образце проводился в рамках модели критического состояния Кима, где величина критического тока зависит и от температуры, как в модели Бина, и от локального поля

$$j_c(T,H) = rac{j_c(T,0)}{1+H/H_0},$$

где  $H_0 \sim 0.1$  Т.

Напряжение на образце в случае [2], т. е. при  $|I(t)| < I_c$  определяется выражением

$$u_{LK} = -\frac{\pi d^2 \omega}{2c^2} \frac{j_{ac}^2}{j_c} \times \left( \sin \omega t - \cos \omega t |\sin \omega t| + \frac{\pi d j_{ac}}{cH_0} e(t) \right). \quad (8)$$

Выражение e(t) содержит и постоянную, и гармонические составляющие, величина и амплитуда которых зависят от отношения  $I_{dc}/I_{ac}$  и по порядку величины равны единице [2]. Таким образом, выражение (8) по сравнению с (7) содержит дополнительное слагаемое, содержащее постоянную, "выпрямленную" составляющую напряжения на образце. Однако величина этой составляющие пренебрежимо мала в силу малости отношения  $\pi d j_{ac}/cH_0 \sim 10^{-3}-10^{-2}$ .

Таким образом, в рамках модели критического состояния Бина рассчитаны напряжение на сверхпроводниках с током. Полученные результаты находятся в хорошем соответствии с экспериментальными. Объяснено происхождение часто-независимой, "выпрямленной" составляющей напряжения на сверхпроводниках с переменным транспортным током. Полученные результаты могут быть использованы при конструировании узлов как сильноточной, так и слаботочной электроники.

Автор выражает благодарность Ю.А. Гененко за полезные обсуждения.

## Список литературы

- Minot M.J. // Adv. Cryogenic Eng. A. 1994. Vol. A40. P. 131– 137.
- [2] Grishin A.M., Niska J., Loberg B., Weber H. // J. Appl. Phys. 1994. Vol. 76. P. 6947–6949.
- [3] Müller K.-H., Leslie K.E. // IEEE Trans. Appl. Supercond. 1997. Vol. 7. P. 306–309.
- [4] Ashworth S.P. // Physica C. 1994. Vol. 229. P. 355-360.
- [5] Ciszek M., Campbell A.M., Glowacki B.A. // Physica C. 1994.
   Vol. 233. P. 203–208.
- [6] Eckelmann H., Daumling M., Quilitz M., Goldacker W. // Physica C. 1998. Vol. 295. N 1. P. 198-207.
- [7] Norris W.T. // J. Phys. D. 1970. Vol. 3. P. 489–507.
- [8] Grishin A.M., Koreniski V.N., Rao K.V., Ulyanov A.N. // Appl. Phys. Lett. 1994. Vol. 65. P. 487–489.
- [9] Гришин А.М., Дроботько В.Ф., Мазаев А.А., Стасовский В.Д., Хохлов В.А. // ФНТ. 1993. Т. 19. С. 635–640.
- [10] Brandt E.H., Indenbom M. // Phys. Rev. B. 1993. Pt I. T. 48.
   C. 12893.
- [11] Kim Y.B., Hempstead C.F., Strnad A.R. // Phys. Rev. 1963. Vol. 129. P. 528-534.
- [12] Bean C.P. // Phys. Lett. 1962. Vol. 8. P. 250-253.