

## Тепловыделения в устойчивом сверхпроводящем состоянии при вводе тока в композитный сверхпроводник

© В.Р. Романовский

Российский научный центр "Курчатовский институт",  
123182 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 15 мая 1998 г.)

Исследована джоулева диссипация энергии в сверхпроводящей фазе композитного проводника при увеличении в нем тока. Показано, что диссипативные процессы при высоких скоростях ввода тока характеризуются значительными тепловыделениями, учет которых существенно влияет на критические энергии разрушения сверхпроводимости и скорости нормальной зоны. Записано аналитическое выражение для расчета мощности выделяемых при вводе тока тепловых потерь.

Исследование тепловых потерь в композитных сверхпроводниках лежит в основе оценки стабильности их сверхпроводящих свойств. Обычно в теории тепловой стабилизации полагается, что вариация тока, протекающего внутри композита, пренебрежимо мала [1,2]. Поэтому при описании тепловых процессов, которые имеют место в сверхпроводящих обмотках, джоулево тепловыделение в диапазоне температур от температуры хладагента до так называемой температуры резистивного перехода не учитывается. В [3,4] при экспериментальном исследовании кинетики нормальной зоны в сверхпроводящих композитах с током, изменяющимся с высокой скоростью, наблюдались аномально высокие скорости распространения нормальной зоны. Их существование выходит за рамки разработанной теории. Для объяснения данных явлений в [5,6] была предложена модель, предполагающая, что нагрев сверхпроводящего композита слабо зависит от деталей температурной зависимости тепловыделения в его сверхпроводящем состоянии и является следствием уменьшения токонесущей способности сверхпроводника, обусловленного увеличением скорости нарастания тока.

Рассмотрим решение этой проблемы в неизотермическом приближении, принимая во внимание, что изменение температуры сверхпроводника происходит в ответ на действие любого внешнего возмущающего фактора. Это позволит в более корректной постановке исследовать закономерности разрушения сверхпроводимости [7,8].

Пусть в начальный момент времени ток в охлаждаемом композитном сверхпроводнике круглого сечения отсутствует, а затем он начинает линейно нарастать с заданной скоростью. Будем определять текущие распределения температуры и электромагнитного поля внутри композита, находящегося в собственном магнитном поле, на основе численного решения системы уравнений вида

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + EJ, \quad \mu_0 \frac{\partial J}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial E}{\partial r} \right),$$

$$J = \eta J_s + (1 - \eta) J_m,$$

$$E = J_s \rho_s \exp \left( \frac{J_s}{J_\delta} + \frac{T - T_C}{T_\delta} \right) = J_m \rho_m \quad (1)$$

с начально-краевыми условиями

$$T(r, 0) = T_0, \quad E(r, 0) = 0,$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial t} + h(T - T_0) \Big|_{r=r_0} = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = \frac{\mu_0}{2\pi r_0} \frac{dI}{dt}.$$

Здесь  $c$ ,  $\lambda$  — объемная теплоемкость и коэффициент теплопроводности композита в поперечном сечении;  $\rho_s$ ,  $\rho_m$  — удельное электросопротивление сверхпроводника и матрицы;  $J_s$ ,  $J_m$  — токи, протекающие по сверхпроводнику и матрице соответственно;  $\eta$  — коэффициент заполнения композита сверхпроводником;  $h$  — коэффициент теплоотдачи;  $T_0$  — температура хладагента;  $T_C$  — критическая температура сверхпроводника;  $J_\delta$ ,  $T_\delta$  — заданные параметры нарастания вольт-амперной характеристики сверхпроводника.

Наряду с численной моделью запишем, принимая во внимание характерные особенности условий существования устойчивого ввода тока [9,10], упрощенное аналитическое выражение для расчета в явном виде усредненной по сечению композита мощности тепловых потерь. Во-первых, будем рассматривать диапазон токов, ограниченный сверху так называемым предельным током  $I_m$ , после превышения которого сверхпроводящее состояние неустойчиво. Во-вторых, будем учитывать существование максимально возможного тока  $I_{\max}$ , протекающего по сверхпроводящему композиту с нелинейной вольт-амперной характеристикой в предположении бесконечно малой скорости его ввода [11]. И наконец, будем принимать во внимание, что распределение температуры по сечению композита практически однородно, а плотность тока, протекающего по матрице, много меньше критической плотности сверхпроводника. В соответствии со сделанными допущениями аппроксимируем усредненную мощность джоулева тепловыделения приближенной формулой

$$G = \frac{1}{S} \int_S EJ ds = \frac{\eta J_{C0}(1 - \Delta)}{S} \int_S E ds.$$

Здесь  $J_{C0}$  — критическая плотность тока сверхпроводника при температуре хладагента;  $\Delta$  — параметр, учиты-

вающий нелинейный характер вольт-амперной характеристики сверхпроводника;  $E$  — напряженность электрического поля. Для провода круглого сечения она равна  $E = \mu_0/2\pi \, dI/dt \ln(r/r_p)$ , где  $r_p(t)$  — глубина проникновения электрического поля, связанная со значением вводимого тока равенством  $I(t) = \pi\eta J_{C0}(1 - \Delta_j)(r_0^2 - r_p^2)$ . Дополняя записанные выражения предельным переходом  $\lim_{r_p \rightarrow 0} I \rightarrow I_{\max}$  и выполняя соответствующие преобразования, запишем искомое выражение для мощности тепловыделения в сверхпроводящей фазе

$$G(t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dI}{dt} \frac{I_{\max}}{S} \left[ \ln \frac{I_{\max}}{I_{\max} - I(t)} - \frac{I(t)}{I_{\max}} \right]. \quad (2)$$

Данная формула позволяет при произвольных значениях скорости ввода определить фоновую температуру сверхпроводящего композита, предшествующую возникновению неустойчивости. Последняя для всех  $I < I_m$  является решением уравнения теплового баланса

$$c \frac{dT}{dt} = -\frac{hp}{S}(T - T_0) + G(t), \quad T(0) = T_0 \quad (3)$$

и в квадратах имеет вид

$$T(t) = T_0 + \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dI}{dt} \frac{I_{\max}}{cS} \int_0^t \left[ \ln \frac{I_{\max}}{I_{\max} - I(\tau)} - \frac{I(\tau)}{I_{\max}} \right] \times \exp \left[ -\frac{hp}{cS}(t - \tau) \right] d\tau. \quad (4)$$

На рис. 1, 2 приведены температурные зависимости джоулевых потерь, выделяемых в проводе, находящемся в устойчивом сверхпроводящем состоянии, на единицу его длины  $G_s = GS/2\pi$  для всех характерных значений скорости ввода тока. При проведении вычислений исходные параметры принимались равными  $r_0 = 5 \cdot 10^{-4}$  м,  $c = 1000$  Дж/(м<sup>3</sup>·К),  $\lambda = 100$  Вт/(мК),  $h = 10$ , Вт/(м<sup>2</sup>·К),  $T_0 = 4.2$  К,  $\eta = 0.5$ ,  $\rho_s = 5 \cdot 10^{-7}$  Ом·м,  $\rho_m = 2 \cdot 10^{-10}$  Ом·м,  $J_\delta = 4 \cdot 10^7$  А/м<sup>2</sup>,  $T_\delta = 0.048$  К,  $T_{CB} = 9$  К, которые описывают усредненные по температуре тепло- и электрофизические свойства ниобий-титанового сверхпроводника в медной матрице, охлаждаемого жидким гелием. Согласно данным параметрам  $I_{\max} = 1\,226$  А, ток срыва ввода при  $dI/dt = 10$  А/с равен  $I_m = 1\,120$  А, а при  $dI/dt = 10^4$  А/с  $I_m = 367$  А.

Сплошные кривые на рис. 1, 2 соответствуют численным расчетам, выполненным на основе решения системы (1), а штриховые — по формулам (2), (4). Прямые линии со значками показывают изменение мощности теплового потока, отводимого в хладагент, так же приведенной к единице длины композита  $W_s = r_0 h(T - T_0)$ . На вставках к рисункам сопоставлены между собой соответствующие значения фоновой температуры композита, вычисленные согласно двум вышезаписанным моделям.

Как и следовало ожидать, при медленном вводе тока джоулево тепловыделение во всем диапазоне изменения фоновой температуры сверхпроводника вплоть до возникновения неустойчивости незначительно превышает

поток тепла, отводимый в хладагент. Поэтому индуцируемое вводом тока электрическое поле почти не разогревает композит. С увеличением скорости ввода тока эта разница увеличивается. В результате на устойчивом этапе ввода тока джоулево тепловыделение может значительно превысить как охлаждающую мощность хладагента, так и соответствующее значение мощности тепловых потерь, выделяемых при медленном вводе. Так, при токе  $I = 200$  А, который достигается в случае  $dI/dt = 10$  А/с, плотность тепловыделения равна  $G'_s = 0.302 \cdot 10^{-5}$  Вт/м, а при  $dI/dt = 10^4$  А/с  $G''_s = 0.299 \cdot 10^{-2}$  Вт/м, т.е. на три порядка выше. Данное различие, как следует из приведенных результатов, увеличивается при дальнейшем увеличении тока. Вследствие этого при его быстром вводе допустимое повышение температуры композита, на фоне которой может происходить развитие каких-либо неустойчивостей, становится весьма заметным.

Адекватный учет роли температурного фактора в описании динамики диссипативных процессов, происходящих в сверхпроводниках, также лежит в основе объяснения различия между результатами, полученными по численной и аналитической моделям. В наибольшей степени оно наблюдается непосредственно перед возникновением неустойчивости. В связи с этим следует отметить, что использование формулы (2) для определения мощности выделяемого количества тепла после возникновения неустойчивости неправомерно. В этом случае диффузия магнитного потока внутрь композита имеет лавинообразный характер, который будет сопровождаться еще более интенсивным тепловыделением. Анализ подобных состояний выходит за рамки используемых выше упрощающих предположений, не позволяющих учесть в аналитической модели существенно нестационарный процесс проникновения магнитного потока, инициируемого неустойчивостью.

Изменение теплового состояния сверхпроводящей фазы композитного сверхпроводника и существование значительного дополнительного тепловыделения следует обязательно учитывать при теоретическом анализе границ допустимых тепловых возмущений и скорости нормальной зоны при ее необратимом распространении вдоль композита. Оценим качественно возможное влияние данного эффекта. Для этого воспользуемся приближенными формулами, приведенными в [5]. Тогда в случае плохого охлаждения относительное уменьшение критической энергии  $\Delta_e = e''/e'$  и относительное увеличение скорости нормальной зоны  $\Delta_v = V''/V'$ , которые будут иметь место при увеличении мощности тепловыделения в  $r$  раз ( $r = q''/q'$ ) для одного и того же значения тока, введенного при двух различных значениях скорости ввода  $dI'/dt$  и  $dI''/dt$ , могут быть оценены как

$$\Delta_e \cong 1 - 1.5(r - 1)q'/(1 - i - q'),$$

$$\Delta_v \cong 1 + 0.5(r - 1)q'/(1 - i - q'),$$

где  $i$  — безразмерный ток,  $q$  — безразмерная мощность дополнительного тепловыделения.

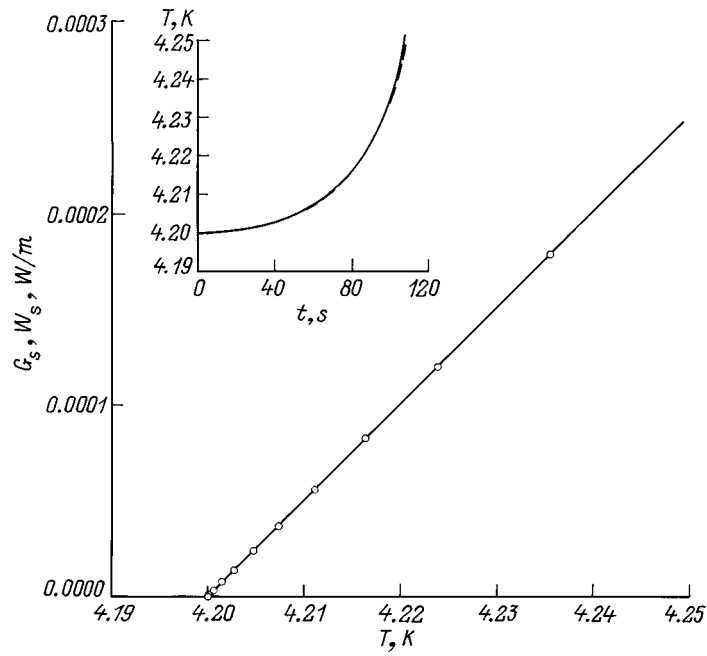


Рис. 1. Изменение во времени джоулева тепловыделения и температуры композита при  $dI/dt = 10$  A/s.

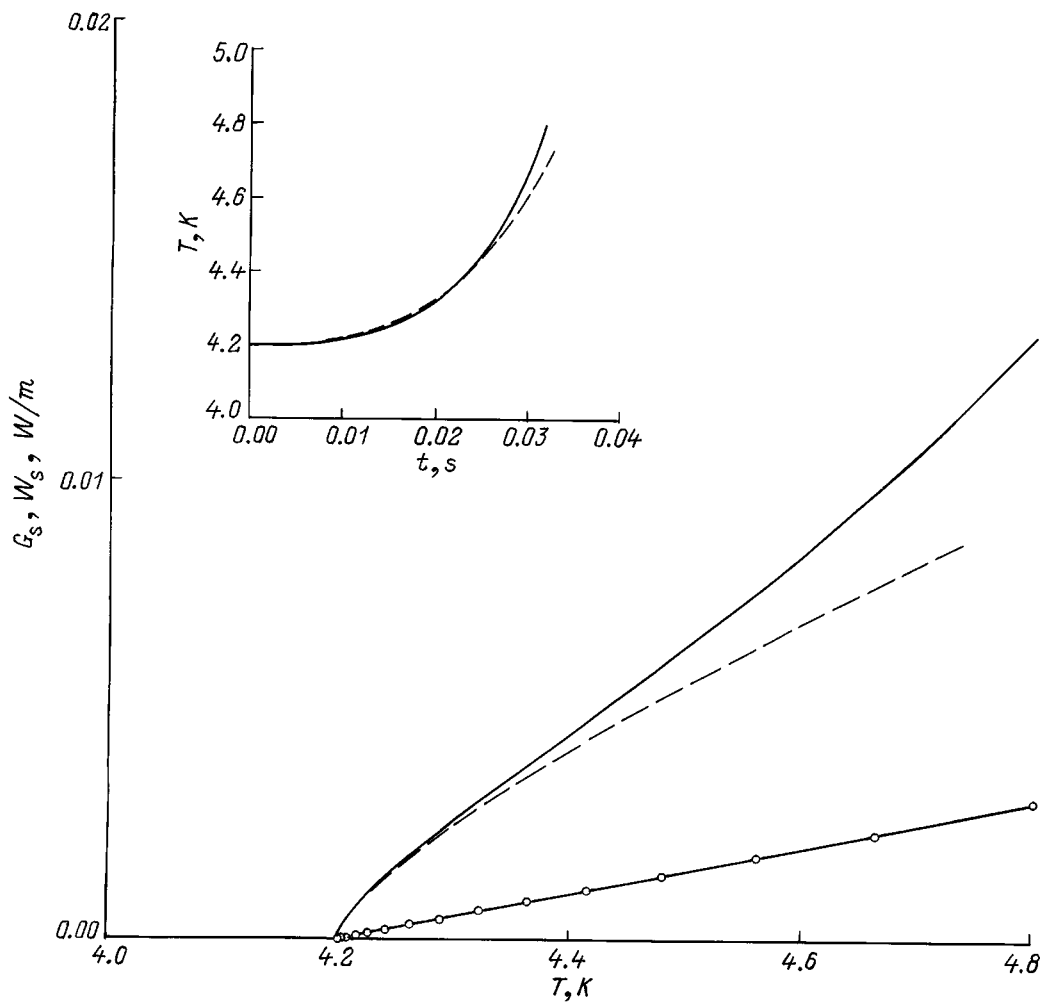


Рис. 2. То же, что и на рис. 1, при  $dI/dt = 10^4$  A/s.

Данные выражения показывают, что даже в тех случаях, когда введенный ток не достигает тока срыва, увеличение дополнительного джоулева тепловыделения сопровождается резким увеличением скорости спада  $\Delta_e$  и скорости нарастания  $\Delta_V$ . Следовательно, уже на стадии устойчивого ввода тока возможно существенное уменьшение критических энергий и увеличение скорости нормальной зоны.

В заключение обратим внимание на то, что для всех  $dI/dt > 0$  кривые  $G_s$  и  $W_s$ , описывающие температурные зависимости выделяемого и отводимого тепла, имеют только одну общую точку при  $T = T_0$ . Физически это связано с нестационарным характером изменения текущей температуры композита, описываемой уравнением (3). Поэтому на участке устойчивого ввода тока только при  $dI/dt = 0$  будет иметь место спад температурного поля композита к некоторому термодинамически устойчивому распределению температуры, обусловленному особенностями вольт-амперной характеристики сверхпроводника и интенсивностью его охлаждения. В существующей в настоящее время теории данная специфика развития тепловых процессов в композитных сверхпроводниках при вводе в них тока не учитывается.

Таким образом, интенсивность тепловыделения в сверхпроводящей фазе зависит от характера изменения тока и при высоких скоростях его нарастания имеют место значительные тепловые потери. Генерируемые в этом случае тепловыделения на несколько порядков отличаются от количества тепла, выделяемого при его медленном вводе. Они сопровождаются заметным повышением температуры композита вследствие нестационарных диссипативных процессов, протекающих в сверхпроводнике. Данные результаты сопоставлены между собой на основе численного и аналитического решений. Последние позволяют не только качественно, но и количественно описать процесс диссипации энергии в реальных сверхпроводящих проводах, происходящий без разрушения сверхпроводимости.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 97-02-16066а).

## Список литературы

- [1] *Альтов В.А., Зенкевич В.Б., Кремлев М.Г., Сычев В.В.* Стабилизация сверхпроводящих магнитных систем. М.: Энергоатомиздат, 1984. 312 с.
- [2] *Уилсон М.* Сверхпроводящие магниты. М.: Мир, 1985. 407 с.
- [3] *Iwakuma M., Kanetaka H., Tasaki K. et al.* // *Cryogenics*. 1990. Vol. 30. N 8. P. 686–692.
- [4] *Vysotsky V.S., Tsikhon V.N., Mulder G.B.J.* // *IEEE Trans. on Magn.* 1992. Vol. 28. N 2. P. 735–738.
- [5] *Пухов А.А., Рахманов А.Л.* // Сверхпроводимость: физика, химия, техника. 1992. Т. 5. № 6. С. 1620–1628.
- [6] *Пухов А.А., Рахманов А.Л.* // Сверхпроводимость: физика, химия, техника. 1993. Т. 6. № 6. С. 1165–1173.
- [7] *Романовский В.Р.* // Письма в ЖЭТФ. 1994. Т. 59. Вып. 10. С. 671–677.
- [8] *Романовский В.Р.* // ДАН СССР. 1996. Т. 350. № 6. С. 752–756.
- [9] *Гуревич А.В., Минц Р.Г., Рахманов А.Л.* Физика композитных сверхпроводников. М.: Наука, 1987. 240 с.
- [10] *Keilin V.E., Romanovskii V.R.* // *Cryogenics*. 1993. Vol. 33. N 10. P. 986–994.
- [11] *Клименко Е.Ю., Мартовецкий Н.Н., Новиков С.И.* // ДАН СССР. 1981. Т. 261. № 6. С. 1350–1354.