01;07

Метод матриц переноса для сред с квадратичной оптической нелинейностью

© С.В. Федоров[1], М.А. Калитеевский[2], Н.В. Луковская[2], В.В. Николаев[2]

[1] Институт лазерной физики,
199034 Санкт-Петербург, Россия
[2] Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 2 апреля 1998 г.)

Разработан метод матриц переноса для сред, содержащих нелинейные слои. Данный метод позволяет рассчитывать распространение света, профиль электромагнитного поля, а также генерацию второй гармоники в слоистых структурах, содержащих слой с квадратичной нелинейностью.

Метод матриц переноса [1–5] является широко распространенным методом расчета оптических свойств слоистых структур. В случае слоистой среды задачи о распространении света в слоистой структуре и нахождении частот собственных оптических [1] и поляритонных [3] мод слоистой структуры сводятся к перемножению матриц переноса через отдельные слои, из которых состоит структура. Для линейной среды матрицы переноса имеют размерность 2×2. Конкретный вид матриц определяется выбором пары параметров (базиса), описывающих электромагнитное поле. Наиболее часто в качестве базиса используются тангенциальные по отношению к границе раздела двух сред компоненты электрического и магнитного полей [2] или амплитуды волн, распространяющихся в противоположных направлениях [3].

В случае когда на каком-либо слое имеет место смешение различных волн (например, на решетке квантовых проводов, где смешиваются падающая и дифрагированная волны), матрица переноса имеет размерность, равную удвоенному числу смешивающихся волн [4].

Последние достижения в области вертикальных лазеров, в частности экспериментально обнаруженная в таком приборе генерация второй гармоники [6,7], требуют создания адекватной расчетно-теоретической методики, позволяющей эффективно решать задачи о распространении света в слоистых структурах, содержащих нелинейные слои.

Целью данной работы является разработка метода матриц переноса для сред с квадратичной нелинейностью.

Рассмотрим слоистую структуру, на которую падает волна частоты ω с амплитудой $\tilde{E}_1$. Пусть в состав структуры входят слои, в которых осуществляется удвоение частоты света. Амплитудные коэффициенты отражения и пропускания света на частотах ω и 2ω r_1, r_2 и t_1, t_2 могут быть найдены как решение системы линейных уравнений

$$\begin{pmatrix} t_1\tilde{E}_1 \\ 0 \\ t_2\tilde{E}_1 \\ 0 \end{pmatrix} = \hat{T} \begin{pmatrix} \tilde{E}_1 \\ r_1\tilde{E}_1 \\ 0 \\ r_2\tilde{E}_1 \end{pmatrix}. \qquad (1)$$

Здесь матрица переноса через структуру $\hat{T}$ представляет собой произведение матриц переноса через отдельные слои и границы между ними. Матрица переноса через один нелинейный слой определяется путем решения системы дифференциальных уравнений типа [7]

$$\frac{dE_{\pm 1}}{dz} = \pm ik_1 E_{\pm 1} - i\eta E^*_{\pm 1} E_{\pm 2}, \qquad (2a)$$

$$\frac{dE_{\pm 2}}{dz} = \pm ik_2 E_{\pm 2} - i\eta E^2_{\pm 1}, \qquad (2b)$$

где $E_{\pm 1,2}$ — амплитуды волн, распространяющихся по нормали к слоям (направлению оси z) и в противоположном направлении соответственно; $\eta(\omega) = (\omega^2/2c^2)\varepsilon_{i,kl}(\omega)e_i e_k e_l$ — параметр нелинейности, пропорциональный сумме компонент тензора нелинейной восприимчивости второго порядка $\varepsilon_{ikl}(\omega, 2\omega)$.

Если нелинейность мала настолько, что мало меняет амплитуду за один проход нелинейного слоя, то решение системы (2) записывается в виде

$$E_{\pm 1}(z) = \exp(\pm ik_1 z)(A_{\pm 1}E_{\pm 10} - i\eta z E^*_{\pm 10}E_{\pm 20}), \qquad (3a)$$

$$E_{\pm 2}(z) = \exp(\pm ik_2 z)(A_{\pm 2}E_{\pm 20} - i\eta z E^2_{\pm 10}), \qquad (3b)$$

где $E_{\pm 10}$ и $E_{\pm 20}$ — амплитуды волн на границе нелинейного слоя и $A_{\pm 1} = 1$ при $|\eta z E_{\pm 10}| \ll 1$.

Матрица переноса через нелинейный слой толщины d_j в этом приближении будет иметь недиагональный вид

$$\hat{N}_j = \begin{pmatrix} A_{+1}e^{ik_1 d_j} & 0 & -i\eta d_j E^*_{+10}e^{ik_1 d_j} & 0 \\ 0 & A_{-1}e^{-ik_1 d_j} & 0 & -i\eta d_j E^*_{-10}e^{-ik_1 d_j} \\ -i\eta d_j E_{+10}e^{ik_2 d_j} & 0 & A_{+2}e^{ik_2 d_j} & 0 \\ 0 & -i\eta d_j E_{-10}e^{-ik_2 d_j} & 0 & A_{-2}e^{-ik_2 d_j} \end{pmatrix}. \qquad (4)$$

В случае произвольной величины нелинейности на одном проходе отдельного слоя точное решение системы (2) с учетом двух интегралов уравнений сводится к эллиптическому интегралу [8]. Такое решение можно представить формулами (3), считая, что величины $A_{\pm 1,2}$ зависят от координаты и входных амплитуд $A_{\pm 1,2}(z, E_{\pm 10}, E_{\pm 20})$. При этом структура матрицы переноса (5) не меняется, поскольку нелинейное взаимодействие волн происходит попарно.

Для нахождения матрицы переноса через нелинейный слой (4), а значит и матрицы переноса всей системы $\hat{T}$, необходимо задать амплитуды волн с частотами ω и 2ω на границе нелинейного слоя $E_{\pm 10}$ и $E_{\pm 20}$ через амплитуду падающего излучения $\tilde{E}_1$, однако сделать это можно только зная амплитуду отраженных от системы волн $r_{1,2}\tilde{E}_1$, поскольку

$$\begin{pmatrix} E_{+10} \\ E_{-10} \\ E_{+20} \\ E_{-20} \end{pmatrix} = \hat{L} \begin{pmatrix} \tilde{E}_1 \\ r_1\tilde{E}_1 \\ 0 \\ r_2\tilde{E}_1 \end{pmatrix}, \tag{5}$$

где $\hat{L}$ — матрица переноса от края структуры до границы нелинейного слоя.

В то же время коэффициенты отражения $r_{1,2}$ определяются из решения (1), для чего надо знать матрицу переноса всей системы $\hat{T}$.

Для разрешения этой коллизии воспользуемся теорией возмущенных по малому параметру нелинейности η. В нулевом приближении (т.е. для линейной теории) матрица переноса в нелинейном слое вырождается в диагональную матрицу, а матрица всей системы $\hat{T}^{(0)}$ и коэффициенты отражения $r^{(0)}_{1,2}$ и пропускания $t^{(0)}_{1,2}$ не зависят от величины амплитуд $E_{\pm 10}$ и $E_{\pm 20}$.

Определив в n-м порядке теории возмущений вид матрицы всей системы $\hat{T}^{(n)}$, мы определим значения $r^{(n)}_{1,2}, t^{(n)}_{1,2}$ с помощью (1). После этого нужно определить величину амплитуд $E^{(n+1)}_{\pm 10}$ и $E^{(n+1)}_{\pm 20}$ следующим образом:

$$\begin{pmatrix} E^{(n+1)}_{+10} \\ E^{(n+1)}_{-10} \\ E^{(n+1)}_{+20} \\ E^{(n+1)}_{-20} \end{pmatrix} = \hat{L} \begin{pmatrix} \tilde{E}_1 \\ r^{(n)}_1\tilde{E}_1 \\ 0 \\ r^{(n)}_2\tilde{E}_1 \end{pmatrix}. \tag{6}$$

Подставляя (6) в (4), мы определим вид матриц нелинейных слоев $\tilde{N}^{(n+1)}_j$, а значит и матрицы всей системы $\hat{T}^{(n+1)}$ в $n+1$-м порядке теории возмущений. Сходимость итерационного процесса при $n \to \infty$ гарантируется [8] для $\eta D|\tilde{E}_1| < 1$, где D — полная толщина структуры. В результате мы разрешаем систему алгебраических уравнений типа (1) относительно неизвестных амплитуд поля в нелинейных слоях.

В заключение отметим универсальность предложенного алгоритма матриц переноса и спектральных параметров нелинейных слоистых систем. Он легко обобщается на случай как больших размерностей матриц, когда поле излучения описывается большим числом попарно смешивающихся плоских волн, так и на другой тип нелинейности слоев.

Авторы выражают благодарность Российскому фонду фундаментальных исследований (грант № 97-02-18341).

Список литературы

[1] *Калитеевский М.А., Кавокин А.В.* // ФТТ. 1995. Т. 37. Вып. 10. С. 2721–2728.
[2] *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1970. С. 77.
[3] *Kavokin A.V., Kaliteevski M.A.* // Sol. St. Commun. 1995. Vol. 95. N 12. P. 859–862.
[4] *Kavokin A.V., Kaliteevski M.A., Vladimirova M.R.* // Phys. Rev. B. 1996. Vol. 54. N 3. P. 1490–1493.
[5] *Ivchenko E.L., Kaliteevski M.A., Kavokin A.V., Nesvizhskii A.I.* // J. Opt. Soc. Amer. B. 1996. Vol. 13. N 5. P. 1061–1069.
[6] *Yamada N., Kaneka Y., Nakagama S.* et al. // Appl. Phys. Lett. 1996. Vol. 68. N 14. P. 1895–1897.
[7] *Rosencher E., Vinter B., Berger V.* // J. Appl. Phys. 1995. Vol. 78. N 10. P. 6042–6045.
[8] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. С. 524–530.