

01;07

Учет переотражений при обратном рассеянии на одиночном рассеивателе вблизи идеально отражающей поверхности

© Ф.М. Исмагилова, Ф.М. Исмагилов

Елабужский государственный педагогический институт,
423630 Елабуга, Россия

(Поступило в Редакцию 16 января 1996 г.)

В дипольном приближении рассмотрено рассеяние плоской электромагнитной волны на одиночном рассеивателе, расположенном случайным образом вблизи идеально отражающей поверхности с учетом бесконечной кратности рассеяния. Показано, что наличие переотраженных волн приводит к увеличению "эффективной" поляризуемости частицы и появлению дополнительной компоненты дипольного момента вдоль нормали к поверхности. В результате эффект усиления обратного рассеяния увеличивается, а угол падения, при котором пропадает эффект усиления p -поляризованной волны, уменьшается. При этом влияние переотраженных волн растёт с приближением частицы к границе.

При рассеянии на системе хаотически расположенных частиц возникают когерентные каналы, которые приводят к явлению усиления обратного рассеяния (УОР) [1–3]. Такое явление наблюдается даже при рассеянии на одной частице, расположенной вблизи границы раздела двух сред. Эта задача была рассмотрена в [4] на примере скалярных (акустических) волн, где была получена оценка фактора усиления при рассеянии над идеально отражающей поверхностью. Векторный характер электромагнитных волн вносит аспекты в это явление.

Рассеяние s -поляризованного света на тонких стержнях (т.е. двухмерное рассеяние), расположенных над диэлектрической поверхностью, рассматривается в работах [5,6]. Для p -поляризованного света фактор усиления оказывается подавленным, что обусловлено явлением Брюстера [7]. В работе [8] получены простые формулы для величины УОР при трехмерном рассеянии электромагнитных волн на частице, достаточно удаленной от границы раздела двух сред, когда среднее расстояние $\langle \rho \rangle$ до границы существенно превосходит длину волны падающего излучения λ : $\langle \rho \rangle \gg \lambda$. Последнее условие позволяет пренебречь влиянием переотраженных волн, т.е. волн, рассеянных частицей и падающих на границу, далее отраженных этой границей и вновь падающих на частицу. При приближении частицы к границе раздела влияние переотраженных волн значительно возрастает, что приводит к изменению поляризационных соотношений для эффекта УОР, полученных в [8].

Рассмотрим точечный рассеиватель S , расположенный вблизи границы раздела двух сред (рис. 1). От источника O волна поступает к рассеивателю S по двум каналам: непосредственно (1) и через отражение от границы раздела (2). Имеются также два канала $1'$ и $2'$, по которым однократно рассеянное поле поступает в точку наблюдения O' . При совмещении положения приемника и источника ($O = O'$) пути (12') и (21') оказываются тождественными, а соответствующие им поля становятся когерентными: $u(12') = u(21')$ (когерентные каналы Уотсона). В результате статистического усреднения по

положению рассеивателя последнее приводит к эффекту усиления обратного рассеяния. Заметим, что оставшиеся два канала (11') и (22') не вносят вклад в эффект УОР, вследствие чего их можно назвать холостыми.

Для выявления поляризационных эффектов проведем волновой анализ. Пусть рассеиватель расположен в точке $\mathbf{r}_0 = (0, 0, \rho)$ на расстоянии ρ от идеально отражающей поверхности. Начало системы координат поместим на границу раздела, а ось Oz направим вдоль нормали к этой поверхности так, чтобы она проходила через рассеиватель (рис. 2, a). Предположим далее, что от источника на частицу падает плоская монохроматическая волна, поляризованная вдоль единичного вектора \mathbf{e} : $\mathbf{E}_{inc} = \mathbf{e}E_0 \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$, где $\mathbf{k} = (k \sin \theta, 0, -k \cos \theta)$ — волновой вектор. Возможны две поляризации падающей волны по отношению к плоскости падения Oxz : 1) s -поляризация — вектор поляризации \mathbf{e} перпендикулярен плоскости падения $\mathbf{e}_s = (0, 1, 0)$; 2) p -поляризация — вектор поляризации \mathbf{e} лежит в плоскости падения $\mathbf{e}_p = (\cos \theta, 0, \sin \theta)$.

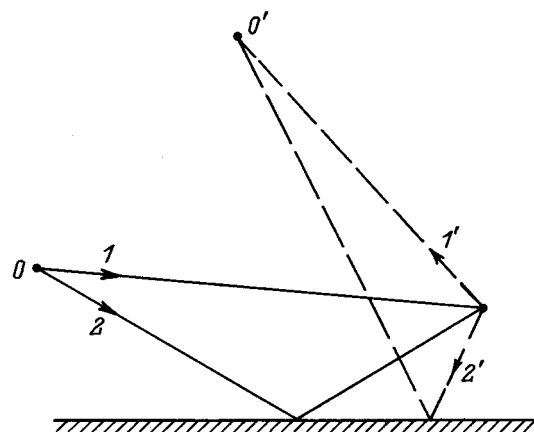


Рис. 1. Ход лучей при рассеянии на частице S вблизи идеально отражающей поверхности. При совмещении положения приемника O' и источника O ($O = O'$) каналы $12'$ и $21'$ оказываются когерентными.

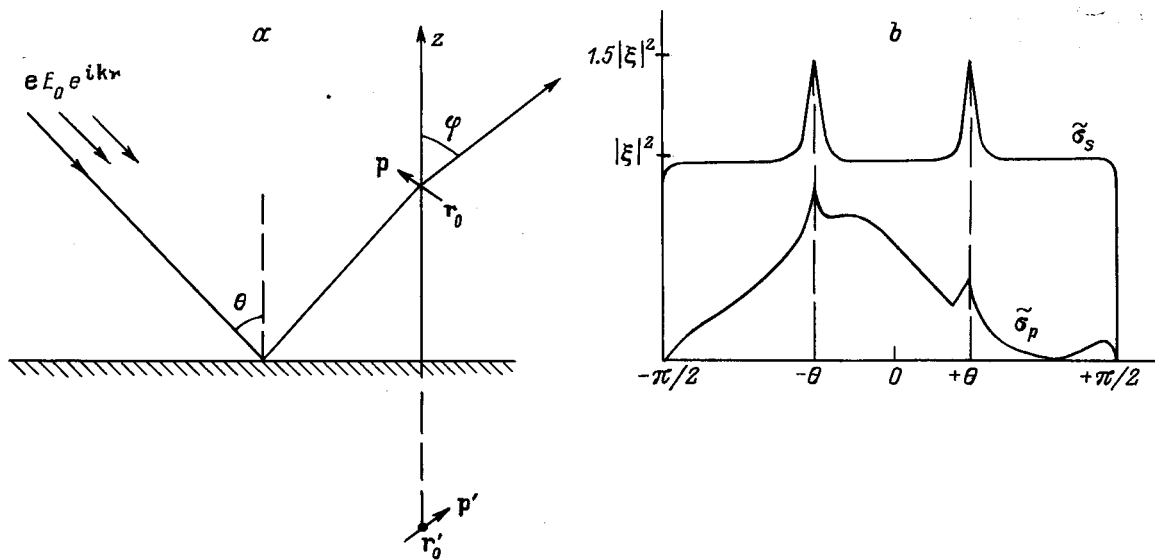


Рис. 2. Система координат (a) и угловая зависимость (b) нормированных сечений рассеяния $\tilde{\sigma}_s(\varphi)$ и $\tilde{\sigma}_p(\varphi)$ для одиночного рассеивателя, случайным образом расположенного вблизи идеально отражающей поверхности.

Пусть α — поляризуемость частицы. Дипольный момент, индуцированный на рассеивателе, состоит из трех частей

$$\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z) = \alpha \mathbf{E}_{inc} + \alpha \mathbf{E}_r + \alpha \mathbf{E}_p, \quad (1)$$

где \mathbf{E}_{inc} — исходная падающая волна; \mathbf{E}_r — исходная волна, отраженная границей; $\mathbf{E}_p = \hat{g}$; \mathbf{p}' — многократно переотраженная волна.

Тензорная функция Грина \hat{g} описывает поле в месте расположения диполя \mathbf{p} (точка \mathbf{r}_0), создаваемое его зеркальным изображением $\mathbf{p} = (-p_x, -p_y, -p_z)$, расположенным в точке $\mathbf{r}_0 = (0, 0, -\rho)$ [9]

$$\hat{g}\mathbf{p} = \gamma \mathbf{p}' + \beta \mathbf{e}_z(\mathbf{e}_z, \mathbf{p}'), \quad (2)$$

где $\mathbf{e}_z = (0, 0, 1)$, $\gamma = (k^2/2\rho + ik/(2\rho)^2 - 1/(2\rho)^3) \times \exp(2ik\rho)$, $\beta = (-k^2/2\rho + 3ik/(2\rho)^2 + 3/(2\rho)^3) \times \exp(2ik\rho)$.

Уравнение (1) позволяет найти дипольный момент \mathbf{p} с учетом бесконечной кратности рассеяния

$$\mathbf{p} = \alpha \{ \xi (\mathbf{E}_{inc} + \mathbf{E}_r) + \varkappa \mathbf{e}_z(\mathbf{e}_z, \mathbf{E}_{inc} + \mathbf{E}_r) \}, \quad (3)$$

где $\xi = (1 + \alpha\gamma)^{-1}$, $\varkappa = \alpha\xi(\beta + 2\gamma)(1 - \alpha\beta - \alpha\gamma)^{-1}$.

Формулу (3) можно представить в виде

$$\mathbf{p} = \alpha_{эфф}(\mathbf{E}_{inc} + \mathbf{E}_r) + \alpha_{эфф}^z \mathbf{e}_z(\mathbf{e}_z, \mathbf{E}_{inc} + \mathbf{E}_r), \quad (4)$$

откуда видно, что переотраженные волны привели к "эффективному" изменению поляризуемости $\alpha_{эфф} = \alpha\xi$ и дополнительному изменению z-компоненты с $\alpha_{эфф}^z = \alpha\varkappa$.

Разлагая (3) в ряд по $|\alpha\gamma|$ и $|\alpha\beta|$, получим выражение для индуцированного дипольного момента по степеням кратности рассеяния. Случай $|\alpha\gamma| = |\alpha\beta| = 0$ ($\xi = 1$, $\varkappa = 0$) соответствует отсутствию переотраженных волн.

Зная индуцированный дипольный момент (3) и законы отражения плоской волны от идеально отражающей поверхности [9], нетрудно найти напряженности рассеянного поля в удаленной точке

$$\mathbf{r} = \mathbf{rn} = r(\sin \varphi, 0, \cos \varphi) \quad (r \gg \rho, r \gg \lambda)$$

$$\mathbf{E}_s = 2\mathbf{e}_s \alpha \xi \frac{k^2}{r} E_0 e^{ikr} [\cos(\beta^+ k\rho) - \cos(\beta^- k\rho)],$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_p = 2\alpha \frac{k^2}{r} E_0 e^{ikr} & \left[\xi [\mathbf{n}[\mathbf{e}_p \times \mathbf{n}]] \cos(\beta^+ k\rho) \right. \\ & + \xi [\mathbf{n} \times [\mathbf{e}_p \times \mathbf{n}]] \cos(\beta^- k\rho) + \varkappa [\mathbf{n} \times [\mathbf{e}_z \times \mathbf{n}]] \\ & \left. \times (\mathbf{e}_z)(\cos(\beta^+ k\rho) + \cos(\beta^- k\rho)) \right], \quad (5) \end{aligned}$$

где $\beta^\pm = \cos \theta \pm \cos \varphi$, $\mathbf{e}_p = (\cos \theta, 0, -\sin \theta)$ — вектор поляризации падающего поля после отражения от границы.

Из формул (5) видно, что к деполаризации, т.е. переходу из одной поляризации в другую, учет переотраженных волн не приводит. Считая, что приемник поляризован так же, как источник, найдем сечение рассеяния $\sigma = |(\mathbf{Ee})|^2 r^2 / E_0^2$:

$$\begin{aligned} \sigma_s = 2\sigma_0 |\xi|^2 & \left[2 + \cos(2\beta^+ k\rho) + \cos(2\beta^- k\rho) \right. \\ & \left. + 2 \cos(\beta^+ + \beta^-) k\rho + 2 \cos(\beta^+ - \beta^-) k\rho \right], \\ \sigma_p = 2\sigma_0 \cos^2(\theta + \varphi) & \left[|C_+|^2 (1 + \cos(2\beta^+ k\rho)) \right. \\ & + |C_-|^2 (1 + \cos(2\beta^- k\rho)) - 2\text{Re}(C_+^* C_-) \\ & \left. \times (\cos(\beta^+ + \beta^-) k\rho + \cos(\beta^+ - \beta^-) k\rho) \right], \quad (6) \end{aligned}$$

где

$$C_+ = \left(\xi + \frac{\varkappa}{2}\right) \cos(\theta + \varphi) - \frac{\varkappa}{2} \cos(\theta - \varphi),$$

$$C_- = \frac{\varkappa}{2} \cos(\theta + \varphi) - \left(\xi + \frac{\varkappa}{2}\right) \cos(\theta - \varphi),$$

$\sigma_0 = \alpha^2 k^4$ — сечение рассеяния на одной частице.

Предположим, что рассеиватель S имеет случайное положение в некоторой области V_s , охватывающей достаточно много интерференционных полос первичного поля. Для нахождения усредненного сечения рассеяния таким образом необходимо провести интегрирование выражений (6) с плотностью распределения $w(\rho)$, обеспечивающей значение среднеквадратичного отклонения $\sigma_\rho = \sqrt{\langle \rho^2 \rangle - \langle \rho \rangle^2}$, намного превосходящего длину волны падающего излучения λ ,

$$\sigma_\rho \ll \lambda. \quad (7)$$

Величина σ_ρ характеризует линейный размер области V_s : $\sigma_\rho^3 \approx V$, где V — объем области V_s .

В качестве модельной плотности распределения $w(\rho)$ можно взять экспоненциальную функцию

$$w(\rho) = \exp(-\rho/\rho_0)/\rho_0. \quad (8)$$

В силу (7) величина $\rho_0 = \langle \rho \rangle = \sigma_\rho$, входящая в (8), должна удовлетворять условию $\rho_0 \gg \lambda$, поэтому среднее значение функции $\cos(\beta k \rho)$, входящей в (6),

$$\begin{aligned} \langle \cos(\beta k \rho) \rangle &= F(\beta) \\ &= \int_0^\infty \cos(\beta \rho) w(\rho) d\rho = \frac{1}{1 + \beta^2 k^2 \rho_0^2} \end{aligned} \quad (9)$$

имеет резонансную зависимость от β в окрестности нулевого значения ($F(0) = 0$, $F(\beta \rightarrow \infty) = 0$) с малой полушириной $\Delta\beta = (k\rho_0)^{-1} \ll 1$.

Результат можно обобщить для любой плотности распределения, удовлетворяющей условию (7). Из всех максимумов функции $\cos(\beta k \rho)$: $\beta_{\max}^{(n)} = n\pi/k\rho$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) с изменением ρ только один не меняет своего положения — $\beta^{(0)} = 0$, $\cos(\beta^{(0)} k \rho) = 1$. Поэтому при достаточно широком диапазоне изменения ρ в результате усреднения функция $F(\beta) = \langle \cos(\beta k \rho) \rangle$ практически исчезает вне узкого интервала $\Delta\beta 1/k \ll 1$, достигая своего максимального значения $F(\beta) = 1$ при $\beta = 0$.

Функция $\cos(\beta k \rho)$ входит в (6) при 4 значениях параметра β : $\beta_1 = \beta^+$, $\beta_2 = \beta^-$, $\beta_3 = \beta^+ + \beta^-$, $\beta_4 = \beta^+ - \beta^-$. Поэтому усредненное сечение рассеяния имеет максимумы при условиях а) $\beta^+ = \cos\theta + \cos\varphi = 0$, б) $\beta^- = \cos\theta - \cos\varphi = 0$, в) $\beta^+ + \beta^- = 2\cos\theta = 0$, г) $\beta^+ - \beta^- = 2\cos\varphi = 0$, что соответствует направлениям рассеяния а) $\varphi = \pi \pm \theta$, б) $\varphi = \pm\theta$, в) $\theta = \pm\pi/2$, г) $\varphi = \pm\pi/2$. Предполагая, что угол падения θ и угол рассеяния φ не являются

скользящими ($\theta \neq \pi/2$, $\varphi \neq \pi/2$), получаем, что сечение рассеяния имеет 2 максимума при $\varphi = \pm\theta$.

На рис. 2, б схематически представлено поведение нормированных сечений рассеяния $\bar{\sigma}(\varphi) = \sigma(\varphi)/4\sigma_0$, усредненных по положению рассеивателя. Из рис. 2 видно, что при любой поляризации исходного поля наблюдаются два пика шириной $\Delta\varphi = (k\langle\rho\rangle \sin\theta)^{-1}$, соответствующих зеркальному ($\varphi = \theta$) и антизеркальному ($\varphi = -\theta$) направлениям рассеяния. Для p -поляризации рассеянное поле исчезает при угле рассеяния $\varphi = \pi/2 - \theta$, что связано с анизотропностью диаграммы направленности излучения диполя (множитель $\cos^2(\theta + \varphi)$).

Эффект УОР проявляется в том, что сечение рассеяния в направлении строго назад

$$\sigma_s^{bsc} = \sigma_s^{sep} + 2|\xi|^2 \sigma_0,$$

$$\sigma_p^{bsc} = \sigma_p^{sep} + 2 \left| \frac{\varkappa}{2} - \left(\xi + \frac{\varkappa}{2}\right) \cos 2\theta \right|^2 \sigma_0 \quad (10a)$$

больше сечения рассеяния в направлении "почти назад"

$$\sigma_s^{sep} = 4|\xi|^2 \sigma_0,$$

$$\sigma_p^{sep} = 2 \left[\left| \xi + \varkappa \sin^2 \theta \right|^2 + \left| \frac{\varkappa}{2} - \left(\xi + \frac{\varkappa}{2}\right) \cos 2\theta \right|^2 \right] \sigma_0, \quad (10b)$$

когда угол рассеяния удален от $\varphi = -\theta$ на расстояние $\Delta\varphi \approx (k\langle\rho\rangle \sin\theta)^{-1}$.

Из соотношений (10) видно, что при s -поляризации падающего поля эффективное поперечное сечение обратного рассеяния малого объекта, расположенного вблизи идеально проводящей поверхности, в среднем в 1.5 раза больше, чем при двухпозиционном наблюдении. Этот простой эффект непосредственно связан с существованием когерентных каналов Уотсона. Заметим при этом, что эффект УОР при p -поляризации является подавленным $\Delta\sigma_p^{bsc} = \sigma_p^{bsc} - \sigma_p^{sep} < \Delta\sigma_s^{bsc} = \sigma_s^{bsc} - \sigma_s^{sep}$, а при угле падения θ_0 , удовлетворяющем условию

$$\cos 2\theta_0 = \frac{\varkappa}{2\xi + \varkappa} = \frac{\alpha\beta + 2\alpha\gamma}{2 - \alpha\gamma}, \quad (11)$$

он вообще отсутствует. Хотя проблема решена с учетом бесконечной кратности рассеяния, надо иметь в виду, что в рамках дипольного приближения размер d частицы должен быть достаточно малым: $d \ll \rho$, $d \ll \lambda$. В силу этого параметры $\alpha\beta$ и $\alpha\gamma$ малы: $|\alpha\beta| \ll 1$, $|\alpha\gamma| \ll 1$, поэтому влияние переотраженных волн будет не очень большим.

Для получения численных оценок рассмотрим два предельных случая: а) $\langle\rho\rangle \gg \lambda$, б) $\langle\rho\rangle \ll \lambda$. Если частица удалена от границы на большое расстояние $\langle\rho\rangle \gg \lambda$, то переотраженными волнами можно пренебречь: $\xi = 1$, $\varkappa = 0$, и формулы (10) принимают вид, описанный в [8]. Величина усиления в p -поляризованном канале $\Delta\sigma_p = 2\sigma_0 \cos^2 2\theta$ оказывается подавленной по сравнению с усилением в s -поляризованном канале $\Delta\sigma_s = 2\sigma_0$, а при $\theta = \theta_0 = \pi/4 = 45^\circ$ усиление вообще отсутствует.

Рассмотрим другой предельный случай — близко расположенной частицы ($\langle \rho \rangle \ll \lambda$). В этом случае $\gamma = -\beta/3 = -(2\rho)^{-3}$. В таблице приведена нормированная величина усиления сечения обратного рассеяния $\Delta\tilde{\sigma}^{bsc} = (\sigma^{bsc} - \sigma^{sep})/4\sigma_0$ и угла θ_0 при трех значениях параметра: $\alpha\gamma = -0.05, -0.1, -0.2$.

$\alpha\gamma$	ξ	\varkappa	$\Delta\tilde{\sigma}_s$	$\Delta\tilde{\sigma}_p$	θ_0 , град
-0.01	1.01	0.01	0.51	$ 0.005 - 1.015 \cos 2\theta ^2/2$	44.7
-0.1	1.10	0.14	0.605	$ 0.07 - 1.18 \cos 2\theta ^2/2$	43.3
-0.2	1.25	0.42	0.78	$ 0.2 - 1.4 \cos 2\theta ^2/2$	40.9

Как видим, величина усиления обратного рассеяния возрастает с приближением частицы к границе, а угол θ_0 уменьшается.

Следует отметить, что вместо проведенного усреднения по положениям частицы, можно проводить усреднение по конечному интервалу частот ($\omega_1, \omega_1 + \Delta\omega$). Необходимо только, чтобы при изменении частоты от ω_1 до $\omega_1 + \Delta\omega$ через рассеиватель прошло достаточно много интерференционных полос ΔN . Если условие $\Delta N \gg 1$ выполнено, то эффект УОР можно наблюдать при единичном измерении с широкополосным сигналом.

Результаты проведенного расчета могут найти применение при анализе экспериментальных данных по обратному рассеянию на разреженных взвесьях. При наличии диэлектрической или металлической пластины (роль которой могут играть, например, стенки или дно кюветы, в которой находится исследуемый раствор), кроме усиления обратного рассеяния, обусловленного рассеянием на частицах, возникает дополнительное усиление. При этом величина этого дополнительного усиления и угол θ_0 могут служить критерием близости расположения частиц к границе. Сходные явления возникают при рассеянии волн на растениях [10], где роль границы раздела играет поверхность земли.

Полученные результаты могут найти применение также и при анализе обратного рассеяния на шероховатых поверхностях, где шероховатости могут рассматриваться как близко расположенные к границе частицы [11]. Влиянием переотраженных волн в этом случае пренебречь не удастся.

Список литературы

- [1] *Watson K.M.* // J. Math. Phys. 1969. Vol. 10. N 4. P. 688–702.
- [2] *Барбаненков Ю.М.* // УФН. 1975. Т. 117. № 1. С. 49–78.
- [3] *Barabanenkov Yu.N., Kravtsov Yu.A., Ozrin V.D., Saichev A.I.* // Progress in Optics / Ed. E. Wolf. 1991. Vol. 29. P. 67–197.
- [4] *Ахунов К.Г., Кравцов Ю.А.* // КОФ (ФИАН). 1983. № 8. С. 8–11.
- [5] *Greffet J.J.* // Optics Commun. 1989. Vol. 72. P. 274–278.
- [6] *Greffet J.J.* // Waves in Random Media. 1991. Vol. 3. P. 65–73.
- [7] *Greffet J.J., Sentenac A.* // Wave Propagation and Scattering in Varied Media II / Ed. V.K. Varadan. Proc. SPIE. 1991. Vol. 1558.
- [8] *Ismagilov F.M.* // Waves in Random Media. 1995. Vol. 5. P. 27–32.
- [9] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М.: Наука, 1988. 512 с.
- [10] *Lang R.H.* // Radio Sci. 1981. Vol. 16. N 1. P. 15–30.
- [11] *Moreno F., Saiz J.M., Valle P.J., Gonzalez F.* // Waves in Random Media. 1995. N 1. P. 73–88.