

# Функция распределения хаббардовских квазичастиц в 2D-системах при учете динамических процессов спин-флуктуационного рассеяния

© В.В. Вальков, Д.М. Дзедзисашвили

Институт физики им. Л.В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук, Красноярск, Россия

E-mail: vvv@iph.krasn.ru

(Поступила в Редакцию 30 июля 2008 г.)

Показано, что спин-флуктуационное рассеяние в ансамбле сильно коррелированных электронов  $\text{CuO}_2$ -плоскости высокотемпературных сверхпроводников существенно модифицирует функцию распределения хаббардовских квазичастиц. Математически влияние спин-флуктуационного рассеяния проявляется посредством возникновения в числителе однофермионной функции Грина, зависящей от мацубаровской частоты поправки к силовому оператору. Эта добавка, по-разному ренормируя спектральную интенсивность на различных энергетических масштабах, определяет зависимость скачка Мигдала от концентрации электронов в системе.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 06-02-16100), программы ОФН РАН, Интеграционного проекта СО РАН.

PACS: 71.10.Fd, 71.10.Ay

## 1. Введение

Известно, что в газе свободных фермионов вероятность заполнения квантового состояния  $(\mathbf{k}, \sigma)$  описывается функцией распределения Ферми–Дирака  $f_{\mathbf{k},\sigma}^{(0)} = \{\exp[(\varepsilon_{\mathbf{k},\sigma} - \mu)/T] + 1\}^{-1}$ . В этом выражении  $\varepsilon_{\mathbf{k},\sigma}$  — энергия одночастичного состояния  $(\mathbf{k}, \sigma)$ ,  $\mathbf{k}$  — квазиимпульс,  $\sigma$  — проекция спинового момента, принимающая два значения:  $\sigma = \pm 1/2$ ,  $\mu$  — химпотенциал системы,  $T$  — температура в энергетических единицах. При включении взаимодействия между фермионами физические свойства системы обсуждаются на языке квазичастичных возбуждений. При этом одним из ключевых вопросов теории является вопрос о функции распределения фермиевских квазичастиц [1–6]. Ранее было показано, что при включении взаимодействия между фермионами объем Ферми-сферы не изменяется (теорема Латтинжера) [3], а скачок в функции распределения на поверхности Ферми (скачок Мигдала) сохраняется и зависит от интенсивности взаимодействия [2].

В связи с открытием высокотемпературной сверхпроводимости особую актуальность приобрели исследования свойств двумерных электронных систем с сильными корреляциями. Считается, что такие модели хорошо описывают основные особенности электронного строения купратных сверхпроводников. Большинство работ этого направления выполнено в рамках модели Хаббарда [7] или ее редуцированного варианта, возникающего при построении эффективно-гамильтониана, описывающего низкоэнергетическую область. Несмотря на свою относительную простоту, эта модель позволяет описать главные эффек-

ты сильных внутриатомных взаимодействий, а именно фазовый переход металл–изолятор [8] в так называемых мотт-хаббардовских диэлектриках и нефононные механизмы куперовской неустойчивости в высокотемпературных сверхпроводниках [9–11] (см. обзоры [12,13]).

В последнее время появилось много работ, связанных с исследованиями как нормальной, так и сверхпроводящей фазы модели Хаббарда и ее модификаций, однако ряд принципиальных вопросов теории остается нерешенным и по сей день. В частности, остается открытым вопрос о функции распределения квазичастичных возбуждений в пределе сильных корреляций и главных факторов, определяющих ее характеристики. Одно из препятствий на пути корректного вычисления функции распределения заключается в сложности учета спиновой динамики в условиях сильных корреляций. Для модели Хаббарда это проявляется как проблема описания процессов спин-флуктуационного рассеяния (СФР). В этой связи представляется актуальным исследование влияния СФР на характеристики функции распределения фермиевских квазичастиц модели Хаббарда в режиме сильных корреляций.

В настоящей работе методом диаграммной техники в атомном представлении для модели Хаббарда при  $U = \infty$  вычислена функция распределения хаббардовских квазичастиц  $f_{\mathbf{k}}$  в рамках однопетлевого приближения. Это позволило изучить влияние динамических спин-флуктуационных процессов на вид  $f_{\mathbf{k}}$ . Показано, что процессы СФР приводят к качественным изменениям  $f_{\mathbf{k}}$  по сравнению с часто используемым приближением Хаббарда-I.

## 2. Связь функции Грина хаббардовских квазичастиц с их одночастичной функцией распределения

Гамильтониан модели Хаббарда при  $U = \infty$  в атомном представлении имеет вид

$$H = \sum_{f\sigma} (\varepsilon_\sigma - \mu) X_f^{\sigma\sigma} + \sum_{fg\sigma} t_{fg} X_f^{\sigma 0} X_g^{0\sigma}. \quad (1)$$

Здесь  $\varepsilon_\sigma = \varepsilon - \sigma h$  — одноузловая энергия электрона в магнитном поле  $h$ ,  $\mu$  — химический потенциал, а  $t_{fg}$  — интеграл перескока. Операторы Хаббарда определены обычным образом на базе одноузловых состояний:  $X^{mn} = |m\rangle\langle n|$ . В данном случае этот базис содержит два одноэлектронных состояния  $|\sigma\rangle$  ( $\sigma = \uparrow, \downarrow$ ) и одно вакуумное состояние  $|0\rangle$ .

Вычисление функции распределения фермиевских квазичастиц в рассматриваемой модели проведем с помощью диаграммной техники для операторов Хаббарда [14–17]. При таком подходе в качестве затравочного гамильтониана  $H_0$  выбирается первое слагаемое в (1), а в качестве оператора взаимодействия  $H_{\text{int}}$  — второе. Введем однофермионную функцию Грина и ее Фурье-образ

$$\begin{aligned} D_{0\sigma,0\sigma}(f\tau; g\tau') &= -\langle T_\tau \tilde{X}_f^{0\sigma}(\tau) \tilde{X}_g^{\sigma 0}(\tau') \rangle \\ &= \frac{T}{N} \sum_{\mathbf{k}, \omega_n} \exp\{i\mathbf{k}(\mathbf{R}_f - \mathbf{R}_g) - i\omega_n(\tau - \tau')\} \\ &\quad \times D_{0\sigma,0\sigma}(k), \quad k = (\mathbf{k}, \omega_n). \end{aligned} \quad (2)$$

Если известна  $D_{0\sigma,0\sigma}(k)$ , то вычисление функции распределения фермиевских квазичастиц сводится к вычислению суммы по мацубаровским частотам

$$f_{\mathbf{k},\sigma} = \langle X_{\mathbf{k}\sigma}^+ X_{\mathbf{k}\sigma} \rangle = T \sum_{\omega_n} \exp(i\omega_n \delta) D_{0\sigma,0\sigma}(k), \quad \delta \rightarrow +0. \quad (3)$$

При выводе этого результата был использован переход от представления Ванье к представлению Блоха для операторов Хаббарда

$$\begin{aligned} X_f^{0\sigma} &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{R}_f) X_{\mathbf{k}\sigma}, \\ X_f^{\sigma 0} &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{R}_f) X_{\mathbf{k}\sigma}^+. \end{aligned}$$

Поскольку для функции  $D_{0\sigma,0\sigma}(k)$  имеет место соотношение [14]  $D_{0\sigma,0\sigma}(k) = G_{0\sigma,0\sigma}(k) P_{0\sigma,0\sigma}(k)$ , задача сводится к вычислению функции  $G_{0\sigma,0\sigma}(k)$  и силового оператора (или, иначе, конечного множителя)  $P_{0\sigma,0\sigma}(k)$ . В графической форме связь функции Грина  $G_{0\sigma,0\sigma}(k)$  с

массовым оператором  $\Sigma_{0\sigma,0\sigma}(k)$  и силовым оператором  $P_{0\sigma,0\sigma}(k)$  определяется системой уравнений

$$\begin{aligned} \text{Double line} &= \text{Single line} + \text{Diagram with } \Sigma, \\ \text{Double line} &= \text{Single line} + \text{Diagram with } P. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь жирной линии соответствует функция  $G_{0\sigma,0\sigma}(k)$ , кружку с символом  $\Sigma$  и полукругу с символом  $P$  отвечают массовый и силовой операторы соответственно. Двойная линия обозначает коллективную функцию Грина  $G_{0\sigma,0\sigma}^{(0)}(k)$ , волнистая — взаимодействие  $t_k$ . Тонкая линия соответствует затравочному пропагатору

$$g_{0\sigma}(i\omega_n) = (i\omega_n - \varepsilon_\sigma + \mu)^{-1}. \quad (5)$$

Исключая из системы (4) функцию  $G_{0\sigma,0\sigma}^{(0)}(k)$ , приходим к точному соотношению, определяющему функции Грина  $G_{0\sigma,0\sigma}(k)$  через массовый и силовой операторы

$$G_{0\sigma,0\sigma}(k) = \{i\omega_n - \varepsilon_\sigma + \mu - P_{0\sigma,0\sigma}(k)t_k - \Sigma_{0\sigma,0\sigma}(k)\}^{-1}. \quad (6)$$

Используя это представление и отмеченную выше связь  $D_{0\sigma,0\sigma}(k)$  с  $G_{0\sigma,0\sigma}(k)$ , получим удобную для вычисления функции распределения формулу

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{k},\sigma} &= T \sum_{\omega_n} \exp(i\omega_n \delta) \\ &\quad \times \frac{1 - N_{\bar{\sigma}} + \delta P_{0\sigma,0\sigma}(k)}{i\omega_n - \tilde{\varepsilon}_{\mathbf{k}\sigma} + \mu - \delta P_{0\sigma,0\sigma}(k)t_k - \Sigma_{0\sigma,0\sigma}(k)}, \quad \delta \rightarrow +0. \end{aligned} \quad (7)$$

При записи этого выражения силовой оператор был представлен в виде суммы двух слагаемых:  $P_{0\sigma,0\sigma}(k) = 1 - N_{\bar{\sigma}} + \delta P_{0\sigma,0\sigma}(k)$ . Слагаемое  $1 - N_{\bar{\sigma}} = 1 - (1/N) \sum_f \langle X_f^{\sigma\sigma} \rangle$  соответствует приближению Хаббард-I, а  $\delta P_{0\sigma,0\sigma}(k)$  описывает поправку к силовому оператору. Аналогично этому в знаменателе выделяется спектр коллективных возбуждений  $\tilde{\varepsilon}_{\mathbf{k}\sigma} = \varepsilon_\sigma - (1 - N_{\bar{\sigma}})t_k$ , соответствующий приближению Хаббард-I. В этом простейшем случае массовый оператор  $\Sigma_{0\sigma,0\sigma}(k)$  и поправка  $\delta P_{0\sigma,0\sigma}(k)$  равны нулю. Тогда суммирование по мацубаровским частотам осуществляется в аналитическом виде, и для парафазы при учете соотношений  $N_{\bar{\sigma}} = N_\sigma = n/2$  возникает хорошо известное выражение для функции распределения хаббардовских квазичастиц

$$f_{\mathbf{k},\sigma} = (1 - n/2) \left\{ \exp\left(\frac{\tilde{\varepsilon}_{\mathbf{k}\sigma} - \mu}{T}\right) + 1 \right\}^{-1}. \quad (8)$$

Для получения функции распределения при учете динамических и кинетических взаимодействий в рассматриваемой системе необходимо вычислить в некотором приближении массовый оператор, а также добавку  $\delta P_{0\sigma,0\sigma}(k)$  для силового оператора. При этом возникающая зависимость этих величин от мацубаровских частот приводит к существенным ренормировкам функции распределения, отражающим влияние динамических

процессов рассеяния. Интенсивность таких ренормировок оказывается зависящей от энергии квазичастиц. Это обстоятельство и приводит к качественным модификациям в функции распределения по сравнению с функцией распределения, полученной в приближении Хаббард-I.

### 3. Однопетлевое приближение для силового и массового операторов

Первые поправки к функции распределения, связанные с учетом влияния спин-флуктуационных процессов рассеяния, появляются в однопетлевом приближении. В графической форме вклады для  $\Sigma_{0\sigma,0\sigma}(k)$  и  $\delta P_{0\sigma,0\sigma}(k)$  определяются диаграммами, показанными на рис. 1. При получении этих диаграмм использовались принцип топологической непрерывности [15,17] и принцип старшинства фермиподобных операторов Хаббарда над бозеподобными. Последнее означает, что при расписывании  $T_\tau$  — упорядоченного термодинамического среднего от произведения произвольного числа операторов Хаббарда по теореме Вика — при всех прочих равных условиях спаривание начинается с фермиподобного оператора. Для массового оператора в рассматриваемом приближении имеется только одна диаграмма, а для силового — две.

Сопоставляя графическим элементам диаграмм аналитические выражения и вводя необходимые суммирования, получаем

$$\Sigma_{0\sigma,0\sigma} = -\frac{T}{N} \sum_q t_q G_{0\bar{\sigma},0\bar{\sigma}}(q), \quad (9)$$

$$\delta P_{0\sigma,0\sigma}(k) = -\frac{T}{N} \sum_q t_q \left\{ G_{0\bar{\sigma},0\bar{\sigma}}(q) \cdot D_{\bar{\sigma}\sigma,\bar{\sigma}\sigma}(k-q) + G_{0\sigma,0\sigma}(q) \cdot D_{\sigma\sigma,\sigma\sigma}^{(irr)}(k-q) \right\}. \quad (10)$$

Аналогичные выражения для массового и силового операторов были выведены ранее методом производящего функционала [16]. Следует отметить, что массовый оператор не зависит ни от частоты, ни от импульса, и поэтому его учет сводится к ренормировке химпотенциала. Поправка же к силовому оператору содержит

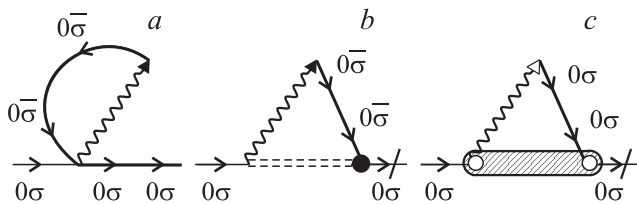


Рис. 1. Однопетлевые диаграммы для массового (a) и силового (b, c) операторов.

зависимость как от мацубаровской частоты, так и от квазиимпульса, и ее значение определяется, вообще говоря, спиновыми и зарядовыми флуктуациями. Последнее утверждение связано с тем, что в уравнение (10) входит как Фурье-образ поперечный квазиспиновой функции Грина

$$D_{\bar{\sigma}\sigma,\bar{\sigma}\sigma}(f\tau; g\tau') = -\langle T_\tau \tilde{X}_f^{\bar{\sigma}\sigma}(\tau) \tilde{X}_g^{\sigma\bar{\sigma}}(\tau') \rangle = \frac{T}{N} \sum_{\mathbf{k}, \omega_n} \exp\{i\mathbf{k}(\mathbf{R}_f - \mathbf{R}_g) - i\omega_n(\tau - \tau')\} \times D_{\bar{\sigma}\sigma,\bar{\sigma}\sigma}(k), \quad k = (\mathbf{k}, \omega_n), \quad (11)$$

так и Фурье-образ неприводимой продольной функции Грина

$$D_{\sigma\sigma,\sigma\sigma}^{(irr)}(f\tau; g\tau') = -\langle T_\tau \Delta(\tilde{X}_f^{\bar{\sigma}\bar{\sigma}}(\tau)) \Delta(\tilde{X}_g^{\bar{\sigma}\bar{\sigma}}(\tau')) \rangle, \quad \Delta A = A - \langle A \rangle. \quad (12)$$

В парамагнитной фазе эта функция Грина с учетом условия полноты базиса одноузельных состояний  $X_f^{00} + X_f^{\sigma\sigma} + X_f^{\bar{\sigma}\bar{\sigma}} = 1$  и операторного тождества  $X_f^{\sigma\sigma} = \tilde{N}_f/2 + 2\sigma S_f^z$  ( $\sigma = \pm 1/2$ ) может быть представлена в виде

$$D_{\sigma\sigma,\sigma\sigma}^{(irr)}(f\tau; g\tau') = -\frac{1}{4} \langle T_\tau \Delta \tilde{N}_f(\tau) \Delta \tilde{N}_g(\tau') \rangle - \langle T_\tau \tilde{S}_f^z(\tau) \tilde{S}_g^z(\tau') \rangle. \quad (13)$$

В сильно коррелированной системе характерные энергии зарядовых флуктуаций превосходят характерные энергии спиновых флуктуаций. Поэтому термодинамический вклад зарядовых флуктуаций меньше по сравнению с вкладом от спиновых флуктуаций. Имея это в виду, в дальнейшем неприводимую функцию Грина будем вычислять с учетом только спиновых флуктуаций. Принимая во внимание свойство сферической симметрии квазиспиновых функций Грина в парафазе, из (13) получаем связь неприводимой функции Грина с поперечной квазиспиновой функцией

$$D_{\sigma\sigma,\sigma\sigma}^{(irr)}(f\tau; g\tau') = \frac{1}{2} D_{\bar{\sigma}\sigma,\bar{\sigma}\sigma}(f\tau; g\tau'). \quad (14)$$

При учете этого равенства однопетлевая поправка для электронного силового оператора в парафазе может быть записана в виде

$$\delta P_{0\sigma,0\sigma}(k) = -\frac{3}{2} \frac{T}{N} \sum_q t_q D_{\bar{\sigma}\sigma,\bar{\sigma}\sigma}(k-q) G_{0\bar{\sigma},0\bar{\sigma}}(q). \quad (15)$$

Наличие в этом выражении квазиспиновой функции Грина отражает вклад спиновых степеней свободы в энергетические характеристики спектра хаббардовских квазичастиц. В рассматриваемом приближении процессы спин-флуктуационного рассеяния проявляются только

через добавку к силовому оператору, и для окончательного определения их роли необходимо вычислить поперечную квазиспиновую функцию Грина в том же однопетлевом приближении. Заметим, что в работе [18] методом уравнений движения для запаздывающих функций Грина были получены близкие выражения для функции Грина (6) и силового оператора (15). Однако используемый авторами метод расщепления для высших функций Грина позволил учесть динамику спиновых флуктуаций лишь посредством введения усредненной по зоне Бриллюэна спектральной функции магнонов со спектром  $\omega_k$ , соответствующим спиновым возбуждениям ферромагнитного типа. В нашем подходе спиновая динамика учитывается непосредственно через спиновые функции Грина, вычисляемые в парамагнитной фазе.

#### 4. Динамическая магнитная восприимчивость

Вычисление поперечной спиновой функции Грина  $D_{\bar{\sigma}\sigma, \bar{\sigma}\sigma}(k)$  проведем тем же методом диаграммной техники для операторов Хаббарда. Вводя для этой функции обозначение в виде двойной пунктирной линии, напишем в графической форме в однопетлевом приближении уравнение Дайсона

$$\begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \\ \bar{\sigma}\sigma \end{array} = \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \\ \bar{\sigma}\sigma \end{array} + \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \\ \bar{\sigma}\sigma \end{array} \begin{array}{c} \bar{\sigma}0 \\ \bar{\sigma}0 \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \\ \bar{\sigma}\sigma \end{array} + \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \\ \bar{\sigma}\sigma \end{array} \begin{array}{c} 0\sigma \\ 0\sigma \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \\ \bar{\sigma}\sigma \end{array}. \quad (16)$$

Здесь темному кружку соответствует спиновой силовой оператор  $P_{\bar{\sigma}\sigma, \bar{\sigma}\sigma}(q)$ . В рассматриваемом приближении его вклады определяются графиками

$$\bullet = \circ + \begin{array}{c} \bar{\sigma}0 \\ \bar{\sigma}0 \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \\ \bar{\sigma}\sigma \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \\ \bar{\sigma}\sigma \end{array} + \begin{array}{c} 0\sigma \\ 0\sigma \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \\ \bar{\sigma}\sigma \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \\ \bar{\sigma}\sigma \end{array}, \quad (17)$$

где светлый кружок представляет вклад нулевого порядка, равный  $N_{\bar{\sigma}} - N_{\sigma}$ , а следующие за светлым кружком две диаграммы являются однопетлевыми поправками  $\delta P_{\bar{\sigma}\sigma, \bar{\sigma}\sigma}(q)$ . Жирной волнистой линии в формуле (16) отвечает эффективное взаимодействие, удовлетворяющее уравнению

$$\begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \\ \bar{\sigma}\sigma \end{array} = \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \\ \bar{\sigma}\sigma \end{array} + \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \\ \bar{\sigma}\sigma \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \\ \bar{\sigma}\sigma \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \\ \bar{\sigma}\sigma \end{array}. \quad (18)$$

В графических выражениях (17) и (18) символ  $P$  в светлом полукруге, как и раньше, обозначает электронный силовой оператор  $P_{0\sigma, 0\sigma}(q)$ . Записывая уравнение (16) в аналитическом виде, получим представление для квазиспиновой функции Грина

$$D_{\bar{\sigma}\sigma, \bar{\sigma}\sigma}(k) = \frac{P_{\bar{\sigma}\sigma, \bar{\sigma}\sigma}(k)}{i\omega_m + 2\sigma h - \Sigma_{\bar{\sigma}\sigma, \bar{\sigma}\sigma}(k)}. \quad (19)$$

Здесь учтен явный вид квазиспинового затравочного пропагатора, изображаемого тонкой пунктирной линией:

$g_{\bar{\sigma}\sigma}(i\omega_m) = \{i\omega_m + 2\sigma h\}^{-1}$ . Спиновой массовый оператор  $\Sigma_{\bar{\sigma}\sigma, \bar{\sigma}\sigma}(k)$  определяется вкладами от двух петель правой части уравнения (16) и дается выражением

$$\begin{aligned} \Sigma_{\bar{\sigma}\sigma, \bar{\sigma}\sigma}(k) = & -\frac{T}{N} \sum_q t_q [(1 + t_q D_{0\sigma, 0\sigma}(q)) G_{\bar{\sigma}0, \bar{\sigma}0}(k - q) \\ & + (1 + t_q D_{0\bar{\sigma}, 0\bar{\sigma}}(q)) G_{0\sigma, 0\sigma}(k + q)]. \end{aligned} \quad (20)$$

Для силового оператора  $P_{\bar{\sigma}\sigma, \bar{\sigma}\sigma}(k)$ , определяемого графиками (17), по правилам диаграммной техники находим

$$\begin{aligned} P_{\bar{\sigma}\sigma, \bar{\sigma}\sigma}(k) = & (N_{\bar{\sigma}} - N_{\sigma}) + \frac{T}{N} \sum_q \{t_{q+k} P_{0\sigma, 0\sigma}(q + k) \\ & - t_q P_{0\bar{\sigma}, 0\bar{\sigma}}(q)\} G_{0\sigma, 0\sigma}(q + k) G_{0\bar{\sigma}, 0\bar{\sigma}}(q). \end{aligned} \quad (21)$$

Полученные уравнения (19)–(21) совместно с уравнениями (6), (9), (15) образуют замкнутую систему интегральных уравнений, позволяющую самосогласованным образом исследовать влияние спин-флуктуационных процессов на термодинамические характеристики модели Хаббарда. В частности, эта система уравнений является основой для изучения ренормировок функции распределения хаббардовских квазичастиц, индуцированных процессами спин-флуктуационного рассеяния.

#### 5. Функция распределения квазичастиц Хаббарда

Для решения указанной выше системы интегральных уравнений воспользуемся рядом упрощений. Первое упрощение связано с тем, что при вычислении спиновых функций Грина электронные функции Грина берутся в приближении Хаббард-I. Это обстоятельство позволяет провести суммирование по частотам в уравнениях (20), (21) в явном виде. В результате для массового и силового операторов спиновой функции Грина из (20) и (21) получаем выражения, которые в парамагнитной фазе можно представить в виде

$$\Sigma_{\bar{\sigma}\sigma, \bar{\sigma}\sigma}(\mathbf{k}, i\omega_m) = i\omega_m \frac{1}{N} \sum_q \frac{(f_{q-k} - f_q)(t_q + t_{q-k})}{i\omega_m - \xi_q + \xi_{q-k}}, \quad (22)$$

$$P_{\bar{\sigma}\sigma, \bar{\sigma}\sigma}(\mathbf{k}, i\omega_m) = i\omega_m \frac{1}{N} \sum_q \frac{f_{q-k} - f_q}{i\omega_m - \xi_q + \xi_{q-k}}. \quad (23)$$

Второе упрощение состоит в том, что при вычислении силового оператора по формуле (15) зависящая от квазиимпульса динамическая восприимчивость  $\chi(\mathbf{k}, i\omega_m)$  заменяется на усредненное по зоне Бриллюэна значение

$$\chi(\mathbf{k}, i\omega_n) \rightarrow \bar{\chi}(i\omega_n) = -\alpha \frac{3}{2} \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} D_{\bar{\sigma}\sigma, \bar{\sigma}\sigma}(\mathbf{k}, i\omega_n). \quad (24)$$

При этом в правую часть уравнения (15) вводится поправочный коэффициент  $\alpha$  с тем, чтобы выполнялось правило сумм для мацубаровской восприимчивости

$$\frac{T}{N} \sum_{\mathbf{k}, \omega_n} \chi(\mathbf{k}, i\omega_n) = T \sum_{\omega_n} \bar{\chi}(i\omega_n) = \frac{3n}{4}. \quad (25)$$

С учетом приближения (24) поправка к электронному силовому оператору  $\delta P_{0\sigma,0\sigma}(\mathbf{k}, i\omega_n)$  приобретает следующий вид:

$$\delta P_{0\sigma,0\sigma}(i\omega_n) = \frac{T}{N} \sum_{\mathbf{q}, m} t_{\mathbf{q}} \bar{\chi}(i\omega_n - m). \quad (26)$$

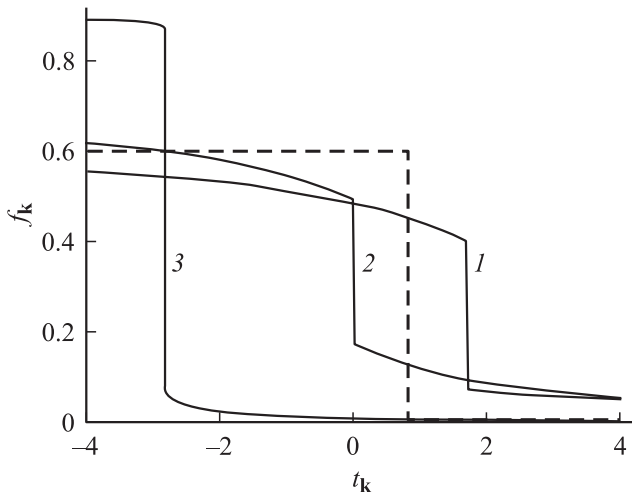
Для замыкания системы уравнений самосогласования необходимо добавить уравнение для нахождения ренормированного химпотенциала ( $\bar{\mu} = \mu - \Sigma_{0\sigma,0\sigma}$ )

$$n/2 = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} f_{\mathbf{k}},$$

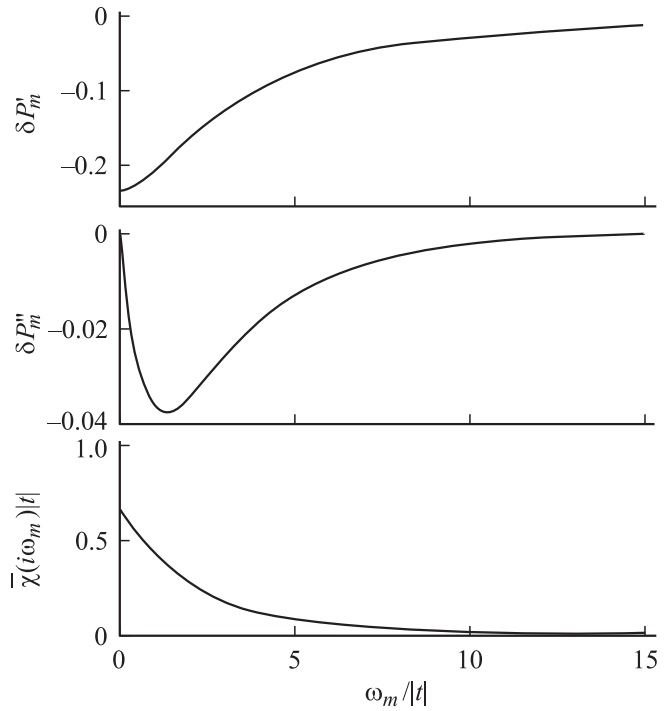
где  $f_{\mathbf{k}}$  — определенная выше функция распределения хаббардовских квазичастиц (7). Спиновый индекс опущен, поскольку рассматривается парамагнитная фаза.

Результаты решения системы интегральных уравнений самосогласования на  $\mu$ ,  $\alpha$ ,  $\bar{\chi}(i\omega_m)$  и  $\delta P_{0\sigma,0\sigma}(i\omega_m)$  представлены на рис. 2 и 3. При вычислениях использовалось приближение ближайших соседей, когда  $t_{\mathbf{k}} = -2|t|(\cos(k_x) + \cos(k_y))$ . Значения химпотенциала указаны в единицах  $|t|$ . Температура выбиралась равной  $T = 5$  К.

На рис. 2 для наглядной демонстрации эффектов спиновых флуктуаций штриховой линией показана функция распределения хаббардовских квазичастиц  $f_{\mathbf{k}}$ , рассчитанная в приближении Хаббард-I при  $n = 0.8$ . Видно,



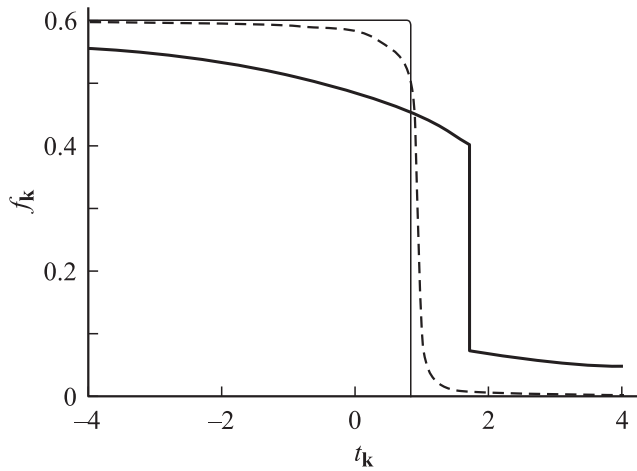
**Рис. 2.** Функция распределения хаббардовских квазичастиц при различных значениях концентрации. 1 —  $n = 0.8$ ,  $\bar{\mu} = 0.626$ ,  $\alpha = 2.2$ ; 2 —  $n = 0.667$ ,  $\bar{\mu} = 5.2 \cdot 10^{-4}$ ,  $\alpha = 1.33$ ; 3 —  $n = 0.2$ ,  $\bar{\mu} = -2.51$ ,  $\alpha = 0.915$ . Штриховой линией показана функция  $f_{\mathbf{k}}$ , вычисленная в приближении Хаббард-I для  $n = 0.8$ .



**Рис. 3.** Зависимость действительной и мнимой частей силового оператора и динамической восприимчивости от мацубаровской частоты при  $n = 0.8$ .

что в этом случае функция  $f_{\mathbf{k}}$  имеет вид обычной Ферми-ступеньки, уменьшенной на величину хорошо известного ренормирующего фактора  $1 - n/2$ . Сплошной линией 1 на этом же рисунке показана функция  $f_{\mathbf{k}}$ , рассчитанная с учетом процессов рассеяния на спиновых флуктуациях при той же концентрации  $n = 0.8$ . Сравнение двух зависимостей показывает, что между ними имеются три принципиальных различия. Во-первых, включение динамических спин-флуктуационных процессов привело к конечной вероятности заполнения состояний выше импульса Ферми  $k_F$ , определяемого как значение квазиимпульса, при котором функция распределения  $f_{\mathbf{k}}$  имеет скачок конечной величины  $Z$ . Во-вторых, в области энергий, меньших химпотенциала, возникает сильная, зависящая от отклонения энергии квазичастиц от химпотенциала ренормировка функции распределения. В-третьих, положение скачка функции распределения значительно изменяется за счет однопетлевых поправок в массовый оператор.

По мере уменьшения концентрации доля электронов, занимающих состояния с  $k > k_F$ , сначала увеличивается, достигает максимума при  $n = 0.667$  (кривая 2 на рис. 2), а затем уменьшается. Очевидно, что для значений концентрации, много меньших единицы, эффективность процессов СФР должна быть мала, и соответственно вид функции  $f_{\mathbf{k}}$  будет мало отличаться от Ферми-ступеньки. Из представленных графиков видно, что эта закономерность действительно имеет место.



**Рис. 4.** Функции распределения хаббардовских фермионов, рассчитанные в статическом приближении. Тонкая сплошная линия —  $\bar{\chi}(0) = 0.74|t|$ , штриховая —  $\bar{\chi}(0) = 80|t|$ . Для сравнения жирной линией показана функция  $f_k$ , рассчитанная с динамической восприимчивостью при тех же параметрах:  $n = 0.8$ ,  $T = 5$  К.

На рис. 3 показаны частотные зависимости силового оператора  $\delta P_{0\sigma,0\sigma}(i\omega_m) = \delta P'_m + i\delta P''_m$  и мацубаровской динамической восприимчивости  $\bar{\chi}(i\omega_m)$  для концентрации  $n = 0.8$ . Силовому оператору соответствуют нечетные мацубаровские частоты, а восприимчивости — четные. Заметим, что действительная часть силового оператора  $\delta P'_m$  является симметричной функцией мацубаровской частоты, а мнимая  $\delta P''_m$  — антисимметричной. Из представленного рисунка видно, что на масштабе ширины зоны  $W \approx 4|t|$  ренормировки силового оператора за счет учета однопетлевых поправок ( $\delta P'_m$ ) весьма существенны, и именно с ними связана сильная модификация функции  $f_k$ .

При высоких температурах, как видно из рис. 3, вклад в  $\bar{\chi}(i\omega_m)$  будут вносить только частоты с малым номером  $m$ . В этом случае можно воспользоваться так называемым высокотемпературным пределом, когда  $\bar{\chi}(i\omega_m) \cong \delta_{m0}\bar{\chi}(0)$ . Это соответствует статическому приближению. Расчеты, проведенные в этом приближении, показаны на рис. 4 тонкой сплошной и штриховой линиями, отражающими функцию распределения  $f_k$  при малых и больших значениях  $\bar{\chi}(0)$  соответственно. Видно, что в области низких температур ( $T = 5$  К) статическое приближение с малым значением восприимчивости фактически не приводит к отличию  $f_k$  от Ферми-ступеньки и соответствует простейшему приближению Хаббард-I с  $Z = 1 - n/2$ . Для больших значений  $\bar{\chi}(0)$  функция распределения испытывает сильное размытие, как это имело бы место при высоких температурах. Однако в данном случае температура мала, и размытие целиком обусловлено процессами рассеяния.

Из этого следует, что при значительной эффективности процессов спин-флуктуационного рассеяния использование статического приближения может приве-

сти к некорректному результату, проявляющемуся как сильное размытие функции распределения, и исчезновению скачка Мигдала. Между тем учет динамических эффектов спин-флуктуационного рассеяния сохраняет скачок Мигдала, приводя функцию распределения к виду, характерному для теории Ферми-жидкости Ландау.

## 6. Заключение

Подчеркнем, что, как следует из представленных результатов, спин-флуктуационные процессы рассеяния для электронных систем в режиме сильных корреляций оказывают существенное влияние на функцию распределения хаббардовских квазичастиц. Очевидно, что этим влиянием проявление спин-флуктуационных процессов не ограничивается. Математически отмеченные процессы учитываются через силовой оператор, входящий в числитель однофермионной функции Грина. Это означает, что рассмотренные процессы будут существенно сказываться и на спектральной интенсивности, а значит, и на характеристиках псевдошелевого поведения сильно коррелированных электронных систем. Предложенный метод учета процессов спин-флуктуационного рассеяния позволяет исследовать и такой круг задач. Однако это выходит за рамки настоящей работы.

## Список литературы

- [1] Л.Д. Ландау. ЖЭТФ **35**, 97 (1958).
- [2] А.Б. Мигдал. ЖЭТФ **32**, 399 (1957).
- [3] J.M. Luttinger. Phys. Rev. **119**, 1153 (1960).
- [4] А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике. Физматгиз, М. (1962). 444 с.
- [5] Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. Теоретическая физика. Т. 9: Статистическая физика. Ч. 2. Наука, М. (1978). 448 с.
- [6] P. Nozieres. Theory of interacting fermi systems. Westview press (1997). 370 p.
- [7] J. Hubbard. Proc. R. Soc. London. Ser. A **276**, 238 (1963).
- [8] N.F. Mott. Phil. Mag. **6**, 287 (1961).
- [9] P.W. Anderson. Science **235**, 1196 (1987).
- [10] Р.О. Зайцев, В.А. Иванов. Письма в ЖЭТФ **46**, 140 (1987).
- [11] N.M. Plakida, V.Yu. Yushankhay, I.V. Stasyuk. Physica C **162–164**, 787 (1989).
- [12] Ю.А. Изюмов. УФН **167**, 465 (1997).
- [13] Ю.А. Изюмов. УФН **169**, 225 (1999).
- [14] Р.О. Зайцев. Диаграммные методы в теории сверхпроводимости и ферромагнетизма. Едиториал УРСС, М. (2004). 173 с.
- [15] Ю.А. Изюмов, М.И. Кацнельсон, Ю.Н. Скрябин. Магнетизм коллективизированных электронов. Физматлит, М. (1994). 368 с.
- [16] Ю.А. Изюмов, Н.И. Чашин, Д.С. Алексеев. Теория сильнокоррелированных систем. Метод производящего функционала. НИЦ „Регулярная и хаотическая динамика“, М.–Ижевск (2006). 384 с.
- [17] В.В. Вальков, С.Г. Овчинников. Квазичастицы в сильно коррелированных системах. Изд-во СО РАН, Новосибирск (2001). 277 с.
- [18] V.Yu. Irkhin, A.V. Zarubin. Phys. Rev. B **70**, 035 116 (2004).