Спектр магнитостатических волн в ферромагнетике с движущейся сверхрешеткой доменных границ

© Е.А. Вилков

Институт радиотехники и электроники Российской академии наук (Ульяновское отделение), 432011 Ульяновск, Россия

E-mail: vilkov@vens.ru

(Поступила в Редакцию 18 октября 2005 г. В окончательной редакции 30 января 2006 г.)

В безообменном магнитостатическом приближении рассмотрены спектральные свойства магнитостатических волн в ферромагнетике в присутствии движущейся периодической доменной структуры. Показано, что из-за допплеровского смещения частоты, вызванного движением доменных границ, спектр каждой моды магнитостатической волны расщепляется на две дисперсионные ветви: высокочастотную и низкочастотную. Раздвижка этих ветвей относительно спектра мод в присутствии статичной доменной структуры тем больше, чем больше номер моды.

Работа выполнена при финансовой поддержке "Фонда содействия отечественной науке".

PACS: 75.60.-d, 75.60.Ch, 75.70.Kw

Несмотря на большое количество теоретических исследований, посвященных магнитостатическим волнам (MCB) в магнетиках с периодической доменной структурой, все работы, выполненные в этом направлении, относятся к случаю статичной доменной структуры [1–3]. Между тем известно, что под внешним управляющим воздействием доменные границы (ДГ) могут перемещаться по кристаллу. Поэтому представляет теоретический интерес исследовать поведение МСВ в кристалле с движущейся периодической доменной структурой (ПДС). Возможная в этой связи оценка способности МСВ преобразовываться системой движущихся доменных границ важна, например, для изыскания новых способов передачи и преобразования сигнала.

Необходимо заметить, что, поскольку предметом изучения являются движущиеся ДГ, затрагиваемая проблема примыкает к кругу вопросов, рассматриваемых магнитодинамикой [4-6]. Однако в магнитодинамике внимание фиксируется на установлении условий устойчивого режима движения ДГ и описании характера возмущений, развивающихся как по внутренним (структурным) степеням свободы доменных стенок, так и в самом магнетике, что, например, имеет значение для решения проблемы генерации спиновых волн (см., [7,8]). Роль магнитодинамических исследований состоит как раз в том, что удается выделить условия, при которых отсутствует возбуждение спиновых волн, а движение ДГ (в определенных скоростных интервалах) протекает без заметного изменения ее структуры. При этом ДГ можно полагать геометрическими и бесструктурными, а движение периодической системы ДГ рассматривать как заданное. В настоящей работе анализ влияния равномерного движения сверхрешетки доменных стенок на спектральные свойства магнитостатических волн выполнен в пренебрежении стурктурной чувствительности самих ДГ к управляющим внешним воздействиям.

Геометрия задачи представлена на рис. 1. Распространение плоской монохроматической МСВ происходит вдоль плоскостей (010) ориентированных 180° ДГ безграничного ферромагнетика (с одноосной или кубической анизотропией) в направлении оси $z \parallel [001]$. Пусть система ДГ образует сверхрешетку с периодом 2d, где $d \gg \Delta (d - \text{расстояние между соседними ДГ, } \Delta - \text{тол$ щина ДГ), которая равномерно движется со скоростью **V**_D || y || [010]. Примем, что в лабораторной (кристаллографической) системе отсчета x0yz перемещение ДГ происходит перпендикулярно оси z спонтанного намагничения $\mathbf{M}_{0}^{(j)}$ в доменах ($\mathbf{M}_{0}^{(1)} \uparrow \downarrow \mathbf{M}_{0}^{(2)} \parallel [001], j = 1, 2$). Обозначим текущую координату доменных стенок как $y_n = V_D t + nd$, где t — время, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ Соответственно этому, принимая границу раздела соседних доменов геометрически тонкой и бесструктурной $(k\Delta \ll 1, k$ — волновое число MCB), спонтанным на-



Рис. 1. Схема задачи.

магниченностям $M_0^{(j)}$ и внутренним магнитным полям $H_i^{(j)}$ в доменах предпишем значения

$$\begin{split} M_0^{(j)} &= (-1)^{j+1} M_0, \\ H_i^{(j)} &= (-1)^{j+1} H_i, \quad M_0 > 0, \ H_i > 0, \end{split} \tag{1}$$

где j = 1 при $(n-1)d + V_D t < y < nd + V_D t$, j = 2 при $nd + V_D t < y < (n+1)d + V_D t$, $n = 0, \pm 2, \pm 4, \dots$.

Для того чтобы не учитывать процессы структурной динамической перестройкии самовозбуждения доменных стенок при их перемещении [9], условимся, что кристалл находится вдали от фазового перехода, а V_D достаточно мало по сравнению с предельной уокеровской скоростью движения ДГ и не превышает скорости поперечных сдвиговых волн в ферромагнетике. При нарушении оговоренных условий необходимо рассматривать типичную для магнитодинамики задачу описания движения ДГ с учетом различных аспектов ее динамической устойчивости [4–6,9].

Примем далее, что объемная МСВ имеет волновой вектор $\mathbf{k} = (0, 0, k)$. Ограничиваясь магнитостатическим безобменным приближением, будем полагать, что длина волны МСВ много меньше характерного размера кристалла. В этом случае граничные эффекты на внешних границах ферромагнетика и его форма не влияют существенно на поведение МСВ и могут не учитываться.

Для построения решения перейдем от лабораторной системы отсчета к системе покоя ДГ $\tilde{x}0\tilde{y}\tilde{z}$. Поскольку $V_D \ll c$ (c — скорость света), связь координат выразим преобразованием Галилея

$$\tilde{x} = x, \quad \tilde{y} = y - V_D t, \quad \tilde{t} = t.$$
 (2)

Соответственно возможна замена дифференциальных операторов по схеме

$$\frac{\partial}{\partial y} \leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \tilde{y}}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \tilde{x}}, \quad \frac{\partial}{\partial t} \leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} - V_D \frac{\partial}{\partial \tilde{y}}. \quad (3)$$

Магнитные потенциалы φ_l в доменах с номерами $l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ в избранной геометрии распространения удовлетворяют уравнению Уокера [1]

$$\mu^{(1)}\left(\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial \tilde{y}^2}\right) + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial \tilde{z}^2} = 0, \qquad (4)$$

которое ввиду (3) инвариантно относительно преобразования (2). Пусть домены с номерами 0, 1 и 2 расположены между ДГ с координатами $-d < \tilde{y} < 0$, $0 < \tilde{y} < d$, $d < \tilde{y} < 2d$ соответственно. Решение уравнения (4) ищем в нулевом, первом и втором доменах (составляют элементарную ячейку, которая изза периодичности расположения доменов повторяется по всему объему кристалла). Согласно общепринятому способу рассмотрения волн в периодических структурах [10], решение запишем в выбранных доменах с учетом условия трансляционной инвариантности

 $\varphi_1(\tilde{y} + 2d) = \varphi_1(\tilde{y}) \exp(2i\kappa d)$ (κ — поперечное волновое число) в следующем виде:

$$\begin{split} \varphi_{0} &= \left(A_{0}e^{ik_{y}^{\prime\prime}(\tilde{y}+d)} + B_{0}e^{-ik_{y}^{\prime}\tilde{y}}\right)e^{i(k\tilde{z}-\Omega\tilde{t})},\\ \varphi_{1} &= \left(A_{1}e^{ik_{y}^{\prime\prime}\tilde{y}} + B_{1}e^{-ik_{y}^{\prime}(\tilde{y}-d)}\right)e^{i(k\tilde{z}-\Omega\tilde{t})},\\ \varphi_{2} &= \left(A_{0}e^{ik_{y}^{\prime\prime}(\tilde{y}-d)} + B_{0}e^{-ik_{y}^{\prime}(\tilde{y}-2d)}\right)e^{2i\kappa d}e^{i(k\tilde{z}-\Omega\tilde{t})}, \end{split}$$
(5)

где $\Omega = \omega' + k'_y V_D = \omega'' - k''_y V_D$ — частота МСВ в системе покоя ДГ.¹ Поскольку φ_l — периодическая функция κ с периодом 2d, можно считать, что $0 \le \kappa \le \pi/d$. Согласно (5) магнитостатический потенциал в доменах можно представить в виде $\varphi_l = \varphi'_l + \varphi''_l$, φ'_l и φ''_l — магнитные потенциалы волн с k'_y , сонаправленным оси \tilde{y} , и частотой в лабораторной системе отсчета ω' и с k''_y , противоположным оси \tilde{y} , и частотой ω'' соответственно. Сопряжение МСВ на доменных границах при $\tilde{y} = 0$, d происходит благодаря удовлетворению граничным условиям: непрерывности магнитного потенциала и нормальной компоненты магнитной индукции,

$$\begin{aligned} \varphi_0' + \varphi_0'' \big|_{\tilde{y}=0} &= \varphi_1' + \varphi_1'' \big|_{\tilde{y}=0}, \\ \varphi_1' + \varphi_1'' \big|_{\tilde{y}=d} &= \varphi_2' + \varphi_2'' \big|_{\tilde{y}=d}, \\ -\mu' \frac{\partial \varphi_0'}{\partial \tilde{y}} - \mu'' \frac{\partial \varphi_0''}{\partial \tilde{y}} \Big|_{\tilde{y}=0} &= -\mu' \frac{\partial \varphi_1'}{\partial \tilde{y}} - \mu'' \frac{\partial \varphi_1''}{\partial \tilde{y}} \Big|_{\tilde{y}=0}, \\ -\mu' \frac{\partial \varphi_1'}{\partial \tilde{y}} - \mu'' \frac{\partial \varphi_1''}{\partial \tilde{y}} \Big|_{\tilde{y}=d} &= -\mu' \frac{\partial \varphi_2'}{\partial \tilde{y}} - \mu'' \frac{\partial \varphi_2''}{\partial \tilde{y}} \Big|_{\tilde{y}=d}, \end{aligned}$$
(6)

где μ' и μ'' — компоненты тензора магнитной проницаемости. Они имеют следующий вид:

$$\mu' = 1 + \frac{\omega_0 \omega_m}{\omega_0^2 - (\Omega + V_D k)^2},$$

$$\mu'' = 1 + \frac{\omega_0 \omega_m}{\omega_0^2 - (\Omega - V_D k)^2}.$$
 (7)

В (7) $\omega_0 = \gamma H_i, \, \omega_m = 4\pi\gamma M_0, \gamma$ — магнитомеханическое отношение.

После подстановки (5) в граничные условия при $\tilde{y} = 0, d$ с учетом (4), (7) из условия разрешимости образующейся системы однородных алгебраических уравнений относительно амплидут $A_{0,1}$ получим дисперсионное уравнение для МСВ на движущейся периодической доменной структуре

$$\left(\sqrt{\mu'} + \sqrt{\mu''}\right)^2 \left(1 - e^{i(k_y'' + k_y')d}\right) \\ \times \left(e^{-2i\kappa d} - e^{2ik_y''d}\right) \left(e^{2i\kappa d} - e^{2ik_y'd}\right) = 0.$$
 (8)

Из (8) имеем следующие дисперсионные соотношения:

1)
$$k_y'' = -k_y'$$
, 2) $k_y'' + k_y' = 2\pi n/d$, $n = 0, 1, ...,$
3) $\kappa_1 = -k_y'' + m_-\pi/d$, $m_- = 0, 1, ...,$

$$\frac{4) \kappa_2 = k'_y + m_+ \pi/d, \quad m_+ = 0, 1, \dots$$

¹ Равенство фаз магнитостатических волн на ДГ $\omega' + k'_y V_D = \omega'' - k''_y V_D$ вытекает из метода фазовых инвариантов [11].

Если провести анализ выражений (9), можно сделать вывод о том, что первое и второе соотношения являются частным случаем третьего и четвертого. Поэтому далее без потери общности будут рассматриваться только два последних выражения. Они должны быть дополнены соотношением фазовых инвариантов

$$\omega' + k_v' V_D = \omega - k_v'' V_D, \qquad (10)$$

а также выражениями, которые можно получить из уравнения Уокера (4) путем подстановки в него решения (4)

$$\omega^{\prime 2} = \frac{\omega_k^2 + \omega_0^2 (k_y^\prime / k)^2}{1 + (k_y^\prime / k)^2}, \quad \omega^{\prime \prime 2} = \frac{\omega_k^2 + \omega_0^2 (k_y^{\prime \prime} / k)^2}{1 + (k_y^{\prime \prime} / k)^2}, \quad (11)$$

где $\omega_k = \omega_0(\omega_0 + \omega_m).$

В случае $V_D = 0$ уравнения (9), (10), (11) переходят в дисперсионное соотношение, полученное ранее в [2],

$$\omega^{2} = \frac{\omega_{k}^{2} + \omega_{0}^{2}(\kappa/k + \pi m_{+}/kd)^{2}}{1 + (\kappa/k + \pi m_{+}/kd)^{2}},$$

$$\omega^{2} = \frac{\omega_{k}^{2} + \omega_{0}^{2}(-\kappa/k + \pi m_{-}/kd)^{2}}{1 + (-\kappa/k + \pi m_{-}/kd)^{2}}, \quad m_{+-} = 0, 1, \dots$$
(12)

В [2] зависимость $\omega(k)$ (12) была рассчитана в предположении, что величина κ известна, и, наоборот, зависимость $\omega(\kappa)$ получена при фиксированном значении волнового числа k. Из (12) также видно, что спектр $\omega(k)$ мод магнитостатической волны лежит в пределах $\omega_0 < \omega \leq \omega_k$.

Для движущейся решетки $(V_D \neq 0)$ для нахождения спектра МСВ доменных стенок необходимо рассматривать уравнения (9), (10), (11) совместно. Полагая величину блоховского волнового числа κ_1 известной (из промежутка $0 \le \kappa \le \pi/d$), выражаем k''_y согласно третьей формуле из (9). Затем определяем k'_y из формулы (10) через k''_y и разность $\omega' - \omega$ и подставляем выражение, определяющее k'_y , в первое уравнение (11). После соответствующих преобразований можно получить следующее уравнение:

$$x^{3} + 2x^{2} \left(\omega'' + k_{y}''V_{D}\right)$$

+ $x \left[\left(\omega'' + k_{y}''V_{D}\right)^{2} + 2k_{y}''V_{D}\omega'' - \omega_{k}^{2} + k^{2}V_{D}^{2}\right]$
+ $2k_{y}''V_{D} \left(\omega''^{2} - \omega_{k}^{2}\right) + 2\omega''V_{D}^{2} \left(k^{2} + k_{y}''^{2}\right) = 0,$ (13)

где $x = (\omega' - \omega'')$, ω' — неизвестная величина, а ω'' рассчитывается по формулам (9), (11) через фиксированную величину блоховского волнового числа κ_1 и переменное значение волнового числа k. Решая кубическое уравнение (13) относительно неизвестной величины ω' , находим зависимость $\omega'(k)$. Для нахождения зависимости $\omega'(\kappa)$ необходимо проделать такие же преобразования, считая только, что величина k известна. Спектры

 $\omega''(k)$ или $\omega''(\kappa)$ с учетом движения ДГ находятся из решения уравнения, аналогичного уравнению (13),

$$x^{3} + 2x^{2} \left(-\omega' + k'_{y}V_{D}\right)$$

+ $x \left[\left(\omega' - k'_{y}V_{D}\right)^{2} - 2k'_{y}V_{D}\omega' - \omega_{k}^{2} + k^{2}V_{D}^{2}\right]$
+ $2k'_{y}V_{D} \left(\omega'^{2} - \omega_{k}^{2}\right) + 2\omega'V_{D}^{2} \left(k^{2} + k'_{y}^{2}\right) = 0,$ (14)

где $x = (\omega' - \omega'')$. Величина ω' определяется по формулам (9), (11) через фиксированную (переменную) величину блоховского волнового числа κ_2 и переменное (фиксированное) значение волнового числа k.

Уравнения (13) и (14) отличаются друг от друга. Поэтому естественно предположить, что при любых значениях m_+ и m_- зависимости $\omega'(k)$ и $\omega''(k)$ будут лежать в разных областях плоскости спектральных переменных ω' и k. Это существенное отличие от случая $V_D = 0$, для которого, согласно (12), спектры волн с распространением в положительном направлении оси у $(k_v \uparrow \uparrow v)$, первое выражение в (12) и спектр MCB с распространением противоположно оси у $(k_v \downarrow \uparrow y)$, второе выражение в (12) совпадают при $m_{+-} = 0$ и 1, $m_{+-} = 1$ и 2 и т.д. соответственно. При этом, согласно (13), (14), разница в спектрах $\omega'(k)$ и $\omega''(k)$ для одинаковых значений m_+ и m_- тем больше, чем выше скорость V_D. Такой эффект "расщепления" спектра для движущейся сверхрешекти объясняется допплеровским смещением частоты МСВ в результате взаимодействия ее с движущимися ДГ. Рассматриваемый эффект фактически представляет аналог рассеяния Мандельштама-Бриллюэна [12]. Исходя из этого, можно предположить, что при $V_D > 0$ $(V_D \uparrow \uparrow OY)$ для волны с $k'_v \uparrow \uparrow \tilde{y}$ спектральная зависимость $\omega'(k)$ будет лежать выше спектра МСВ в случае статичной решетки ДГ, а спектр волн $\omega''(k)$ с $k_v'' \downarrow \uparrow y$ будет располагаться соответственно ниже.

Рассчитанный по формулам (13), (14) спектр МСВ в присутствии движущейся сверхрешетки ДГ с $V_D > 0$ $(V_D \parallel OY)$ показан в плоскости спектральных переменных k, ω на рис. 2 тонкими (волна с $k''_y \downarrow \uparrow \tilde{y}$) и утолщенными (волна с $k'_y \uparrow \uparrow \tilde{y}$) кривыми. Здесь же штриховые кривые представляют спектр МСВ для статичной доменной структуры, рассчитанный по формулам (12). Видно, что как и в случае движущейся ПДС, так и в случае статичной ПДС спектр МСВ состоит из большого числа спектров мод магнитостатической волны. Расчеты для этого и последующих рисунков выполнены для железо-иттриевого граната с параметрами $\omega_0 = 1.4 \cdot 10^{10} \sec^{-1}$, $\omega_m = 3.5 \cdot 10^{10} \sec^{-1}$. Для нормировки скорости ДГ использовано значение скорости акустических поперечных волн $c_t = 3.8 \cdot 10^5$ сm/sec.

Из двух возможных действительных решений (при действительном k)² каждого из кубических уравне-

 $^{^2}$ Отбор корней производился при учете затухания МСВ путем замены в (13), (14) $k\to k(1+i\alpha),$ где $\alpha\ll 1$ определяет уровень затухания.

ний (13) и (14) на рис. 2 оставлен только один корень, описывающий затухающие магнитостатические колебания. Другой корень этих уравнений описывает физически нереализуемые по условию предельного перехода $V_D \rightarrow 0$, нарастающие в данных условиях магнитостатические волны. Демонстрацией этому служит рис. 3, на котором верхняя штриховая кривая соответствует отбрасываемому корню уравнения (13) с Im (ω') > 0.



Рис. 2. Зависимости действительной части частоты МСВ от волнового вектора для случая $\kappa_1 = \kappa_2 = \pi/2d$, $d = 10^{-4}$ cm, $V_D/c_t = 0.1$, $\alpha = 0.05$.



Рис. 3. Зависимость мнимой части МСВ от волнового вектора в присутствии движущейся периодической доменной структуры для случая $\kappa_1 = \kappa_2 = \pi/2d$, $V_D/c_t = 0.1$, $d = 10^{-4}$ сm, $m_- = 1$. Штриховые кривые — $\alpha = 0$. Сплошная кривая — $\alpha = 0.05$.



Рис. 4. Зависимость действительной части частоты МСВ от приведенного поперечного волнового числа для случая $k = 10^5$ cm⁻¹, $k''_y = -\pi/2d + \pi m_-/d$, $k'_y = \pi/2d + \pi m_+/d$, $d = 10^{-4}$ cm, $\alpha = 0.05$. Сплошные кривые $1 - V_D/c_t = 0.02$, $2 - V_D/c_t = 0.05$, $3 - V_D/c_t = 0.1$. Штриховые кривые $- V_D/c_t = 0.$

Кроме того, в расчетах принималось для наглядности представления спектра, что $\kappa_1 = \kappa_2$, что соответствует случаю 2) в (9), т.е. $k''_y + k'_y = 2\pi n/d$. Если положить, что $\kappa_1 \neq \kappa_2$, то для каждого блоховского числа в соответствии с (12) будет своя серия спектров МСВ при $V_D = 0$, что естественно усложнит картину спектра в целом, однако принципиально картины не изменит.

Как предполагалось выше, дисперсионный спектр МСВ в кристалле с ПДС в результате движения ДГ расщепляется на компоненты с положительным (утолщенные сплошные кривые, распространение в положительном направлении оси у) и отрицательным (тонкие сплошные кривые, распространение в отрицательном направлении оси у) допплеровским сдвигом. Это означает, что, если рассматривать моду этих волн одного и того же номера, их спектр будет располагаться выше и ниже спектра моды МСВ с тем же номером в присутствии статичной ПДС. Отступление от такого расположения дисперсионных ветвей в коротковолновой области спектра (т.е. низкочастотные ветви проходят выше спектра МСВ при $V_D = 0$, рис. 2) можно объяснить нарушением условия магнитостатического приближения.³ Из рис. 2 так же видно, что допплеровская "раздвижка" ветвей тем сильнее, чем больше номер моды. Установлено также, что существенная трансформация спектра мод за счет движения ДГ для кристалла ЖИГ происходит, если $d < 10^{-4}$ cm. Это означает нарушение неравенства $d \gg \Delta$, принимаемого по условию задачи. В этом случае

 $^{^3}$ Для ЖИГ граница безобменных волновых чисел определяется значением $k\approx 10^5\,{\rm cm}^{-1}.$

для корректного анализа поведения МСВ в присутствии периодической доменной структуры необходимо рассматривать ферромагнетик как неоднородную магнитную среду с периодическим изменением намагниченности или описывать ПДС в модели мелкослоистой сверхрешетки [13].

Зависимости $\omega''(k''_{y})$ и $\omega'(k'_{y})$ представлены на рис. 4. Штриховые кривые представляют спектр МСВ для случая статичной ПДС. Для наглядности представления каждая следующая зона (с m_+ или m_- большем на единицу) смещена относительно последнего значения $k'_{\nu}2d/\pi$ или $-k''_{\nu}2d/\pi$ предыдущей зоны на 2 или -2. В первую очередь обращает на себя внимание тот факт, что как при $V_D = 0$, так и при $V_D \neq 0$ в геометрии распространения волн параллельно намагниченностям в доменах отсутствует зонный характер спектра. Для большинства же спектров волн различной природы, распространяющихся в периодических структурах, разрешенные зоны чередуются с запрещенными. В [2] отмечалось, что запрещенные зоны возникают, если волновой вектор k в плоскости XZ направлен под углом к векторам намагниченности. Из рис. 3 также видно, что спектр МСВ вследствие движения ДГ становится асимметричным относительно оси частот, что свидетельствует об индуцированной движением невзаимности распространения волн спектр МСВ.

Список литературы

- [1] Г.А. Вугальтер, И.А. Гилинский. Изв. вузов. Радиофизика **32**, *10*, 1187 (1989).
- [2] И.А. Гилинский, Р.Г. Минц. ЖЭТФ 59, 10, 1230 (1970).
- [3] М.А. Сигал. ЖТФ 59, 10, 137 (1989).
- [4] J.M. Winter. Phys. Rev. 124, 2, 452 (1961).
- [5] А.К. Звездин, А.Ф. Попков. Письма в ЖЭТФ 39, 8, 348 (1984).
- [6] В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, М.В. Четкин. УФН 146, 3, 417 (1985).
- [7] F.G. Bass, N.N. Nasonov, O.V. Naumenko. Phys. Stat. Sol. (b) 146, 1, 61 (1988).
- [8] Л.Г. Потемина. ЖЭТФ 90, 3, 964 (1986).
- [9] Б.Н. Филиппов, А.П. Танкеев. Динамические эффекты в ферромагнетиках с доменной структурой. Наука, М. (1987). 216 с.
- [10] Б.М. Болотовский, С.Н. Столяров. УФН 159, 1, 155 (1989).
- [11] Ф.Г. Басс, А.А. Булгаков, А.П. Тетервов. Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками. Наука, М. (1989). 288 с.
- [12] И.Л. Фабеленский. Молекулярное рассеяние света. Наука, М. (1965). 511 с.
- [13] О.С. Тарасенко, С.В. Тарасенко, В.М. Юрченко. ФТТ 47, 3, 556 (2005).