# Сигналы одноимпульсного ядерного эха в магнитоупорядоченных средах

© В.С. Кузьмин, В.М. Колесенко\*

Международный государственный экологический университет им. А.Д. Сахарова, 220009 Минск, Белоруссия \* Институт физики твердого тела и полупроводников Национальной академии наук Белоруссии, 220072 Минск, Белоруссия

E-mail: kuzmin@ifttp.bas-net.by

#### (Поступила в Редакцию 16 ноября 2004 г.)

Получено аналитическое выражение для сигнала ядерного одноимпульсного эха в магнитоупорядоченных материалах с учетом неоднородного уширения спектроскопического перехода и неоднородного распределения коэффициента усиления со средним значением больше единицы. Показано, что в этом сигнале в каждый момент времени происходит суммирование колебаний ядерных магнитных моментов с одинаковыми амплитудами и фазами. Аналитически установлена причина эффективного подавления колебаний магнитных моментов ядер на начальном участке сигнала свободной прецессии. Выяснен характер зависимости амплитуды сигнала одноимпульсного эха от напряженности внешнего переменного магнитного поля, длительности импульса и ширины распределения коэффициента усиления. Проведено сопоставление полученных результатов с экспериментальными данными для ферромагнитного поликристаллического образца Co<sub>2</sub>MnSi.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (грант № Ф04М-028).

#### 1. Введение

Известно, что в магнитоупорядоченных средах формирование когерентных откликов ЯМР обусловлено не только неоднородным уширением, но и эффектом усиления радиочастотного (РЧ) поля на ядрах, возникающих благодаря сильному сверхтонкому взаимодействию между электронной и ядерной подсистемами [1,2]. Из-за наличия в ферромагнетиках разветвленной доменной структуры соответствующие коэффициенты усиления РЧ-поля на ядрах внутри доменов и на их границах существенно различаются по величине [1,2]. Это приводит к тому, что частоты колебаний магнитных моментов ядер (частоты Раби) во время воздействия переменного РЧ-поля будут иметь различные значения [3]. Суперпозиция таких колебаний магнитных моментов после выключения РЧ-поля приводит к генерации в магнитоупорядоченных средах сигнала ферромагнитного одноимпульсного эха (ФОЭ) [4,5]. Хотя теоретической трактовке данного явления с учетом неоднородного распределения коэффициента усиления и неоднородного уширения посвящено множество работ [6-8], роль неоднородного распределения коэффициента усиления в формировании сигнала ФОЭ остается невыясненной. Предложенный в [9] механизм формирования одноимпульсного эха в обычных спиновых системах с нерезонансным режимом возбуждения не может быть привлечен для объяснения природы ФОЭ, поскольку эксперименты свидетельствуют о том, что этот сигнал генерируется не только в нерезонансных, но и в резонансных условиях возбуждения [4,5]. В упомянутных выше работах расчеты сигнала ФОЭ проводились численно, поэтому сделать заключение о физической природе этого явления затруднительно. Следовательно, для понимания природы сигнала ФОЭ и механизма его формирования необходимо получить аналитические выражения для одноимпульсного отклика в магнитоупорядоченных средах с учетом неоднородного уширения спектроскопического перехода и неоднородного распределения коэффициента усиления. Решению этой задачи посвящена настоящая работа.

### 2. Аналитические расчеты

В магнитоупорядоченных средах сигнал свободной прецессии (ССП), генерирующийся после воздействия на систему двухуровневых ядерных спинов резонансного РЧ-импульса, можно представить в виде [7]

$$\langle\!\langle v(t) \rangle\!\rangle = \int_{1}^{\eta_m} \eta F(\eta) d\eta \int_{-\infty}^{+\infty} v(\Delta, \eta, t) g(\Delta) d\Delta,$$
 (1)

где  $\Delta = \omega_n - \omega_0$  — отстройка частоты прецессии  $\omega_n$ отдельного спинового пакета от центральной частоты  $\omega_0$  линии ЯМР,  $g(\Delta)$  и  $F(\eta)$  — функции распределения отстроек отдельных спиновых пакетов  $\Delta$  по частотам ЯМР и коэффициента усиления  $\eta$  РЧ-поля,  $\eta_m$  — максимальное значение коэффициента усиления,  $v(\Delta, \eta, t)$  v-компонента магнитного момента отдельного спинового пакета с коэффициентом усиления  $\eta$  и отстройкой  $\Delta$ . Данная компонента без учета релаксационных процессов может быть представлена в виде [9]

$$\nu(\Delta, \eta, t) = \nu_0 \omega_1 \eta \left( \left[ \frac{\beta - \Delta}{2\beta^2} \sin(\beta t_1 - \Delta t) + \frac{\beta + \Delta}{2\beta^2} \sin(\beta t_1 + \Delta t) \right]_1 + \left[ -\frac{\Delta \sin \Delta t}{\beta^2} \right]_2 \right)$$
$$= \nu_1(\Delta, \eta, t) + \nu_2(\Delta, \eta, t), \qquad (2)$$

где  $\nu_0$  — равновесное значение намагниченности;  $\omega_1 = \gamma H_1$  — частота Раби ( $\gamma$  — гиромагнитное отношение,  $H_1$  — амплитуда РЧ-импульса);  $\beta = (\eta^2 \omega_1^2 + \Delta^2)^{1/2}$  — выраженное в единицах частоты эффективное поле, действующее на спиновый пакет с отстройкой  $\Delta$ ; t — время, отсчитываемое от конца РЧ-импульса длительностью  $t_1$ .

Допустим, что неоднородные уширение и распределение коэффициента усиления в ферромагнетике описываются нормальными законами  $g(\Delta)$  и  $F(\eta)$ 

$$g(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}\right),$$
 (3)

$$F(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\eta_0}} \exp\left(-\frac{(\eta - \bar{\eta})^2}{2\eta_0^2}\right),\tag{4}$$

где  $\sigma$  и  $\eta_0$  — величины, характеризующие полуширины соответствующих распределений,  $\bar{\eta}$  — среднее значение коэффициента усиления. Тогда (1) можно записать в виде

$$\langle\!\langle \boldsymbol{\nu}(t)\rangle\!\rangle = \int_{1}^{\eta_m} \eta \langle \boldsymbol{\nu}_1(\eta, t)\rangle F(\eta) d\eta + \int_{1}^{\eta_m} \eta \langle \boldsymbol{\nu}_2(\eta, t)\rangle F(\eta) d\eta,$$
(5)

где

$$\langle v_i(\eta, t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} v_i(\Delta, \eta, t) g(\Delta) d\Delta.$$
 (6)

Для оценки интеграла  $\langle v_1(\eta, t) \rangle$  воспользуемся методом стационарной фазы [10]. В качестве большого параметра возьмем площадь РЧ-импульса  $\omega_1 t_1 > 1$ . Применив стандартную процедуру расчета в рамках метода [10], найдем стационарные точки  $\Delta_{1,2} = \pm \eta \omega_1 t / \sqrt{t_1^2 - t^2}$ . В результате для этого интеграла получим [11]

$$\langle \nu_1(\eta, t) \rangle = \nu_0 \frac{\sqrt{\omega_1 \eta}}{\sigma} \frac{(t_1 - t)^{3/4}}{t_1 (t_1 + t)^{1/4}} \exp\left(-\frac{\eta^2 \Delta_0^2}{2\sigma^2}\right) \sin \Phi(t),$$
(7)

где  $t \in [0, t_1)$ ,  $\Delta_0 = \omega_1 t / \sqrt{t_1^2 - t^2}$  — стационарная точка в отсутствие эффекта усиления РЧ-поля,  $\Phi(t) = \eta \omega_1 \sqrt{t_1^2 - t^2} + \pi/4$  — фаза колебаний намагниченности ядерной подсистемы в условиях неоднородного уширения.

Из (7) видно, что интеграл (6) с индексом i = 1 описывает осцилляционно-затухающие колебания намагниченности на переменной частоте  $d\Phi(t)/dt = = \eta\omega_1 t/(t_1^2 - t^2)^{1/2}$ . Аналитическое выражение для ин-



**Рис. 1.** Временно́е поведение экспоненциальной функции  $\exp[E(t)]$  и зависимость мгновенной частоты колебаний намагниченности  $\Omega(t)$  от времени при  $\omega_1 t_1 = 2\pi$ ,  $\sigma/\omega_1 = 5$ ,  $\eta_0 = 0.8$ ,  $\bar{\eta} = 2.7$ .

теграла (6) с индексом i = 2 имеет громоздкий вид, поэтому в настоящей работе мы его не приводим. Во временном поведении этого интеграла вблизи момента выключения РЧ-импульса обнаруживается максимум, а затем — монотонный спад. Далее нами с помощью метода перевала [10] был вычислен первый интеграл в (5), выражение для которого имеет вид

$$\langle\!\langle \nu_1(t)\rangle\!\rangle = \nu_0 \, \frac{\sqrt{\omega_1}}{4\sigma \eta_0^4} A(t) \exp\bigl(E(t)\bigr) \sin\bigl(P(t)\bigr), \qquad (8)$$

где

$$\begin{split} A(t) &= \frac{(t_1 - t)^{3/4}}{t_1(t_1 + t)^{1/4}} \frac{[\bar{\eta}^2 + \eta_0^4 \omega_1^2(t_1^2 - t^2)]^{3/4}}{q^2(t)}, \\ E(t) &= \left(\frac{\bar{\eta}^2 / \eta_0^4 - \omega_1^2(t_1^2 - t^2)}{4q(t)} - \frac{\bar{\eta}^2}{2\eta_0^2}\right), \\ P(t) &= \frac{\bar{\eta}\omega_1 \sqrt{t_1^2 - t^2}}{2\eta_0^2 q(t)} + \frac{3}{2} \arctan\left\{\frac{\eta_0^2 \omega_1 \sqrt{t_1^2 - t^2}}{\bar{\eta}}\right\} + \frac{\pi}{4}, \\ q(t) &= \frac{\Delta_0^2}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\eta_0^2}. \end{split}$$

Анализ аналитического выражения (8) для первого интеграла в (5) показал, что оно справедливо внутри промежутка времени  $t \in [0; kt_1)$ , где  $k = \sqrt{1 - \left[1 + \frac{\sigma^2}{\omega_1^2 \eta_0^2} (\bar{\eta} - 1)\right]^{-1}}$ . На этом интервале намагниченность ядерной подсистемы (см. (8)) в ферромагнетиках испытывает колебания с переменной частотой  $\Omega(t) = dP(t)/dt$  и амплитудой, зависящей от времени по сложному закону.

Численные расчеты второго интеграла в (5) показали, что он, как и  $\langle v_2(\eta, t) \rangle$ , проходит через максимум вблизи



**Рис. 2.** Временная зависимость сигнала свободной прецессии, генерирующегося в ферромагнетике при  $\omega_1 t_1 = 2\pi$ ,  $\sigma/\omega_1 = 5$ ,  $\eta_0 = 0.8$ ,  $\bar{\eta} = 2.7$ .

момента окончания РЧ-импульса, а затем монотонно уменьшается до нуля. Наличие в выражении (8) экспоненциальной функции (рис. 1), показатель которой может принимать экстремальные значения, свидетельствует о том, что амплитуда сигнала в определенный момент времени может принимать максимальное значение. Поскольку данный максимум формируется к концу временно́го промежутка  $[0; kt_1)$ , его можно интерпретировать как сигнал ФОЭ. Таким образом, первое слагаемое в (5) описывает максимум в конце указанного выше промежутка времени, а второе — непосредственно после окончания импульса. На рис. 2 приведен полный ССП, описываемый выражением (5). Следовательно, резонансное импульсное воздействие на неоднородную уширенную ядерную подсистему с неоднородным коэффициентом усиления в ферромагнетиках приводит к формированию в ССП сигнала ФОЭ (рис. 2). Время  $t_m$ генерации ФОЭ можно найти, исследуя экспоненциальный множитель в (8) на наличие экстремума,

$$t_{m} = t_{1} \times \sqrt{1 - \left[\frac{\omega_{1}^{2} t_{1}^{2} \eta_{0}^{4}}{\bar{\eta}^{2}} + \frac{\omega_{1} t_{1} \eta_{0}^{2}}{\bar{\eta}} \left(\frac{\omega_{1}^{2} t_{1}^{2} \eta_{0}^{4}}{\bar{\eta}^{2}} + \frac{\sigma^{2}}{\omega_{1}^{2} \eta_{0}^{2}} - 1\right)^{1/2}\right]^{-1}}.$$
(9)

Мгновенная частота  $\Omega(t)$  колебаний намагниченности (8) монотонно увеличивается по линейному закону и к концу промежутка [0;  $kt_1$ ) в момент генерации ФОЭ обнаруживает асимптотическое поведение (рис. 1). Сравнение двух кривых на рис. 1 показывает, что максимальный вклад в сигнал ФОЭ вносят колебания только тех магнитных моментов ядер, обобщенные частоты Раби  $\eta\omega_1$  которых расположены в пределах ширины линии функции  $\exp[E(t)]$ , которая является огибающей этого сигнала. Интересно, что непосредственно после окончания импульса амплитуда сигнала (8) монотонно увеличивается по слабому линейному закону, не обнаруживая во временном ходе каких-либо осцилляций. Другими словами, на этом участке происходит эффективное подавление осцилляций намагниченности, наблюдающееся во многих экспериментах по изучению одноимпульсного эха [1,2].

# 3. Обсуждение результатов

При расчете выражения (8) с помощью метода перевала первый интеграл в (5) разбивается на разность двух интегралов, седловые точки которых таковы, что в каждый момент времени их действительные части равны  $\eta_1 = ar{\eta}/2q(t)\eta_0^2$ , а мнимые части  $\eta_2 = \pm \omega_1 \sqrt{t_1^2 - t^2/2q(t)}$ различаются только знаками. В таком представлении в отклике в каждый момент времени выбираются комбинации колебаний ядерных магнитных моментов, амплитуды которых одинаковы, а фазы противоположны по знаку. Выделенные комбинации колебаний вносят отличный от нуля вклад в ССП: по мере приближения к концу интервала  $[0; kt_1)$  амплитуды этих колебаний увеличиваются, соответственно амплитуда результирующего колебания растет до максимума, а затем уменьшается до нуля, т.е. формируется сигнал ФОЭ. Таким образом, в ССП происходит эффективное суммирование определенных комбинаций колебаний ядерных магнитных моментов, обеспечивающих основной вклад в величину отклика.

Рассмотренный временной ход результирующей амплитуды намагниченности является отображением временной зависимости функции  $\exp[E(t)]$ , эффективная ширина которой изменяется с течением времени, что приводит к асимметричной форме сигнала ФОЭ (рис. 2). Длительность временно́го промежутка [0;  $kt_1$ ), на котором может генерироваться сигнал ФОЭ, определяется частотой Раби  $\omega_1$ , ширинами неоднородно уширенного спектра  $\sigma$  и неоднородного распределения коэффициента усиления  $\eta_0$ , а также его средним значением  $\bar{\eta}$  (8). Из выражения для верхней границы этого промежутка  $kt_1$  следует, что его длительность максимальна и приблизительно равна  $t_1$  в случае, когда выполняется неравенство  $\bar{\eta} > 1 + \omega_1^2 \eta_0^2 / \sigma^2$ . Это соотношение является одним из условий наблюдения сигнала ФОЭ.

Для сопоставления полученного теоретического описания ФОЭ с экспериментальными данными [4,5] проанализируем зависимость амплитуды сигнала ФОЭ (8) в момент его формирования от частоты Раби, длительности РЧ-импульса и ширины распределения коэффициента усиления. Получим

$$\langle\!\langle v_1(t_m) \rangle\!\rangle = v_0 M \, \frac{c \, (2a + \sqrt{b})^{3/4}}{b (a + \sqrt{b})^{7/2}} \\ \times \exp\!\left(-\frac{\bar{\eta}^2}{2\eta_0^2} \left[1 - \frac{\sigma^2/(\omega_1^2 \eta_0^2)}{a + \sqrt{b}}\right]\right), \qquad (10)$$



**Рис. 3.** Теоретическая полевая зависимость амплитуды сигнала ФОЭ при  $\eta_0 = 0.8$ ,  $\bar{\eta} = 2.7$ ,  $\sigma t_1 = 120$  (1), 200 (2).



**Рис. 4.** Экспериментальная полевая зависимость (см. [5]) амплитуды сигнала ФОЭ при t = 10 (1),  $20 \,\mu$ s (2).

где

$$M = \frac{\sigma^3 \bar{\eta}^2}{\omega_1^4 \eta_0^5 (t_1 + t_m)}, \quad a = \frac{\omega_1 t_1 \eta_0^2}{\bar{\eta}},$$
$$b = a^2 + \frac{\sigma^2}{\omega_1^2 \eta_0^2} - 1, \quad c = \frac{\bar{\eta}^{1/4}}{\omega_1^{1/4} t_1^{1/4} \eta_0^{1/2}}.$$

Рассмотрим в (10) два предельные случая  $\sigma/\omega_1 \gg \eta_0$  и  $\sigma/\omega_1 \ll \eta_0$ , в которых амплитуда ФОЭ будет определяться соответственно выражениями

$$\langle\!\langle v_1(t_m) \rangle\!\rangle = v_0 \frac{\omega_1^{1/2} \bar{\eta}^2}{2\sigma^{3/2} t_1 \eta_0^{3/2}},\tag{11}$$

$$\langle\!\langle \nu_1(t_m) \rangle\!\rangle = \nu_0 \frac{\sigma^3 \bar{\eta}^7}{2\omega_1^9 t_1^6 \eta_0^{15}} \exp\left(-\frac{\bar{\eta}^2}{2\eta_0^2}\right).$$
 (12)

Из данных формул видно, что при малых частотах Раби (небольших значениях напряженности переменно-

го магнитного поля) амплитуда ФОЭ увеличивается по корневому, а при больших убывает по гиперболическому закону. Следовательно, при увеличении напряженности РЧ-поля амплитуда ФОЭ будет проходить через максимум (рис. 3), который с увеличением длительности РЧ-импульса смещается в область меньших полей и монотонно уменьшается по величине. Такое поведение сигнала ФОЭ хорошо согласуется с экспериментальными данными [5] (рис. 4). Из (11), (12) видно, что при увеличении ширины распределения коэффициента усиления  $\eta_0$  наблюдается подавление, а при возрастании среднего значения коэффициента  $\bar{\eta}$  происходит увеличение амплитуды сигнала ФОЭ.

## 4. Заключение

Таким образом, причиной генерации  $\Phi O \Im$  в магнитоупорядоченных материалах является неоднородное распределение коэффициента усиления, среднее значение которого больше единицы. Отсутствие осцилляций ССП связано с тем, что основной вклад в отклик вносят колебания магнитных моментов ядер, амплитуды которых в каждый момент времени одинаковы, а фазы различаются только знаками. Полученное аналитическое описание поведения  $\Phi O \Im$  хорошо согласуется с экспериментальными данными [4,5]: зависимость амплитуды  $\Phi O \Im$  от частоты Раби обнаруживает четко выраженный максимум, который с увеличением длительности РЧимпульса сдвигается в сторону меньших частот и уменьшается по величине.

Авторы выражают благодарность Т.В. Смирновой за компьютерную обработку полученных результатов.

## Список литературы

- А.С. Боровик-Романов, Ю.М. Буньков, Б.С. Думеш и др. УФН 142, 4, 537 (1984).
- [2] М.И. Куркин, Е.А. Туров. ЯМР в магнитоупорядоченных веществах и его применение. Наука, М. (1990).
- [3] I.G. Kiliptari, V.I. Tsifrinovich. Phys. Rev. B 57, 18, 11554 (1998).
- [4] В.И. Цифринович, Э.С. Мушаилов, Н.В. Бакшеев и др. ЖЭТФ 88, 4, 1481 (1985).
- [5] В.И. Цифринович, А.М. Ахалкаци, И.Г. Килиптари. ФТТ 32, 5, 1426 (1990).
- [6] В.П. Чекмарев, М.И. Куркин, С.И. Голощапов. ЖЭТФ 76, 5, 1675 (1979).
- [7] И.Г. Килиптари. ФТТ 34, 8, 2512 (1992).
- [8] L.N. Shakmuratova, D.K. Fowler, D.H. Chaplin. Phys. Rev. A 98, 4, 2955 (1997).
- [9] В.С. Кузьмин, И.З. Рутковский, А.П. Сайко, А.Д. Тарасевич, Г.Г. Федорук. ЖЭТФ 97, 3, 880 (1990).
- [10] А. Найфе. Введение в методы возмущений. Мир, М. (1984).
- [11] В.С. Кузьмин, Г.Г. Федорук. Нестационарные когерентные явления в парамагнитных спиновых системах. БГУ, Минск (2001).