# Солитон поля упругой деформации в структурно-неустойчивом кристалле

### © Е.Е. Слядников

Томский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук, 634021 Томск, Россия

E-mail: slyad@cc.tpu.edu.ru

#### (Поступила в Редакцию 24 июня 2004 г.)

Показано, что в структурно-неустойчивом кристалле может возникать и распространяться локализованное в пространстве коллективное возбуждение атомной решетки — солитон. С одной стороны, этот солитон является структурным дефектом, состоящим из двух межфазных границ, разделенных другой фазой, а с другой — импульсом поля упругой деформации с характерной длиной  $l \approx 10^{-8} - 10^{-4}$  ст и соответствующей длительностью  $\tau_p \approx 10^{-13} - 10^{-9}$  s.

Одним из постулатов континуальной механики является условие неизменности в процессе деформирования локальной топологии: ближайшая окрестность материальной частицы всегда состоит из одних и тех же частиц. Иными словами, структура и силовые связи не перестраиваются. Соответствующая модель континуума как гладкого многообразия позволила развить изящный, стройный аппарат феноменологической теории упругости сплошной среды [1]. Однако в настоящее время стало ясно, что многие явления в кристаллах, связанные со структурными фазовыми превращениями, возникновением дефектов, и, наконец, пластичность и разрушение обусловлены неупругостью и не могут быть основаны на модели среды с неизменной локальной топологией. Необходимо учитывать изменения структуры реальных тел.

В работе [2] было высказано предположение, что при наложении внешней механической силы в кристалле наряду со структурными состояниями исходной решетки в пространстве междоузлий появляются разрешенные структурные состояния другой решетки. Следовательно, под нагрузкой у атомов кристаллической решетки возникают новые степени свободы, кристалл переходит в состояние с низкой сдвиговой устойчивостью, поведение кристалла становится нелинейным.

В кристаллах, испытывающих мартенситное превращение при изменении внешнего воздействия, простейший учет низкой сдвиговой устойчивости, нелинейности кристаллической решетки можно произвести с помощью предположения о двухъямном характере кристаллического потенциала атома и представления псевдоспина [3]. Объединяя идеи [2,3], можно высказать предположение, что уже на стадии нелинейной упругости при описании нагруженного кристалла необходимо использовать предположение о его структурной неустойчивости и, следовательно, о двухъямном характере кристаллического потенциала атома.

Согласно экспериментальной диаграмме напряжение– деформация, поведение нагруженного кристалла последовательно проходит стадии линейной упругой деформации, а затем нелинейной упругой деформации [1]. Стадия нелинейной упругой деформации характеризуется различными аномальными эффектами, например возрастанием скорости звука, наблюдаемым экспериментально [4]. Очевидно, что на стадии нелинейной упругости возникают коллективные возбуждения кристаллической решетки, связанные с ее нелинейностью, которые и определяют нелинейное упругое поведение кристалла. Поэтому исследование локализованных коллективных возбуждений в кристалле разумно провести в рамках квантовой системы псевдоспинов [3], взаимодействующей с импульсом поля упругой деформации.

В последние годы появилось несколько экспериментальных и теоретических работ, посвященных взаимодействию поля упругой деформации с веществом [5–7]. Особый интерес представляет случай, когда импульсы поля упругой деформации содержат порядка одного периода колебаний. Такие импульсы названы ультракороткими (УКИ). В экспериментах, где в качестве генератора используются лазеры, получены наносекундные  $(10^{-9} \text{ s})$  и пикосекундные  $(10^{-12} \text{ s})$  импульсы [6,7]. В работах [8,9] найдены решения для УКИ в виде однополярных (полуволновых) солитонов и диссипативных структур. В структурно-неустойчивом кристалле два уровня, сильно вазимодействующих с полем упругой деформации, выделяются как четное и нечетное состояния атома в двухъямном кристаллическом потенциале. Данные состояния различаются по энергии благодаря квантовому туннелированию атома между минимумами двухъямного кристаллического рельефа. Для структурно-неустойчивых кристаллических систем типичные значения частотного интервала  $\omega_0$  между этими состояниями составляют  $10^9 - 10^{13} \text{ s}^{-1}$  [3], что на несколько порядков меньше частот, соответствующих электронным переходам. Поэтому при частотах, значительно меньших частот электронно-оптических переходов, взаимодействие импульса поля упругой деформации должно главным образом осуществляться с двумя уровнями атомной системы. Оптические переходы будут значительно ослаблены. Представляет интерес изучение взаимодействия УКИ поля упругой деформации со структурно-неустойчивым кристаллом, что и является целью настоящей работы.

# Гамильтониан и основные уравнения

Для построения гамильтониана системы используем полуклассический подход: структурно-неустойчивый кристалл будем описывать квантово-механически, а поле упругой деформации — классическим образом. Пространственные размеры УКИ могут находиться в пределах  $l = c \tau_p \approx 10^{-8} - 10^{-4}$  ст  $\gg a$ , где c — скорость звука,  $\tau_p \approx 10^{-13} - 10^{-9}$  s — длительность импульса,  $a \approx 10^{-9}$  ст — характерный пространственный размер двухъямного потенциального рельефа. В целях упрощения используем далее приближение молекулярного поля (ПМП) [10], согласно которому каждый атом "ощущает" присутствие остальных атомов через некоторое среднее поле, создаваемое ими. Данное приближение позволяет описать структурный переход исходная фаза– предпереходное состояние–конечная фаза при изменении внешнего воздействия [3].

Гамильтониан квантовой системы псевдоспинов, взаимодействующих с внутренним молекулярным полем, в ПМП можно записать в виде [3]

$$H_0 = \hbar \sum_{a} \left[ -\omega_0 S_a^x - J_0 \langle S_a^z \rangle S_a^z - I_0 \langle S_a^z \rangle^2 S_a^z \right], \quad (1)$$

где  $\hbar$  — постоянная Планка,  $\hbar\omega_0$  — расщепление энергий нечетного и четного состояний атома,  $\hbar J_0$ и  $\hbar J_0$  — соответственно константы двухчастичного и трехчастичного взаимодействий псевдоспинов, определяющие асимметрию двухъямного потенциала.  $\langle ... \rangle$  операция квантового усреднения,  $S^x$ ,  $S^y$ ,  $S^z$  — операторы Паули; суммирование по *а* идет по всем атомам кристаллической решетки.

Импульс поля упругой деформации, распространяясь для определенности в трехмерном структурно-неустойчивом кристалле, вызывает в простейшем случае изменение асимметрии двухъямного потенциала, которое можно описать гамильтонианом

$$H_{\rm int} = -\sum_{a} \sum_{p,q} F_{pq} \varepsilon_a^{pq} S_a^z, \qquad (2)$$

 $\varepsilon_a^{pq}$  — тензор упругих деформаций кристалла в месте расположения атома *a*, связанный с компонентами его смещений  $U_a = (U_a^x, U_a^y, Y_a^z)$  соотношением

$$\varepsilon_a^{pq} = (1/2) [\partial U_a^p / \partial x_q + \partial U_a^q / \partial x_p], \tag{3}$$

*F*<sub>*qp*</sub> — постоянные псевдоспин-фононной связи.

Гамильтонианы (1) и (2) следует дополнить гамильтонианом поля упругой деформации

$$H_{\rm ph} = \int \left[ (1/2\rho) \sum_{j} P_{j}^{2} + (1/2) \right] \times \sum_{j,k,l,m} \lambda_{jklm} (\partial U^{j} / \partial x_{k}) (\partial U^{l} / \partial x_{m}) d\mathbf{r}, \quad (4)$$

где  $\rho$  — средняя плотность кристалла,  $P_j(j = x, y, z)$  — компоненты плотности импульса поля упругой де-

формации, возникающие при динамических смещениях,  $\lambda_{jklm}$  — тензор модулей упругости кристалла [1]. Интегрирование в (4) ведется по всему объему кристалла. Здесь применяется полуклассический подход, при котором динамика псевдоспинов описывается квантово-механически, а импульс поля упругой деформации — классическим образом.

Тогда полный гамильтониан системы будет иметь вид

$$H = H_0 + H_{\text{int}} + H_{\text{ph}}.$$
 (5)

Согласно правилам полуклассического подхода, для описания эволюции оператора спина применяется уравнение Гейзенберга

$$i\hbar\partial S_a^k/\partial t = [S_a^k, H],\tag{6}$$

в то время как поле импульса упругой деформации подчиняется классическим уравнениям Гамильтониана для сплошной среды

$$\partial U^q / \partial t = \delta \langle H \rangle / \delta P_q, \quad \partial P_q / \partial t = -\delta \langle H \rangle / \delta U^q.$$
 (7)

Используя (7), классический гамильтониан взаимодействия  $\langle H_{int} \rangle$  удобно представить в виде

$$\langle H_{\rm int} \rangle = -\int \sum_{q,p} \hbar F_{pq} \varepsilon^{pq}(\mathbf{r}) \langle S^{z}(\mathbf{r}) \rangle n(\mathbf{r}) d\mathbf{r}.$$
 (8)

Здесь  $n(\mathbf{r}) = \sum_{a} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{a})$  — функция распределения плотности атомов,  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{a})$  — дельта-функция Дирака.

Пусть продольно-поперечный импульс поля упругой деформации распространяется в кубическом кристалле параллельно оси z и одной из осей симметрии четвертого порядка, совпадающей с осью z. Рассмотрим одномерный случай, когда все динамические переменные зависят только от z и t. Преобразованиями симметрии в этом случае являются поворот на 90° вокруг оси z ( $x \rightarrow y, y \rightarrow -x, z \rightarrow z$ ) и отражения  $x \rightarrow -x, y \rightarrow -y$ . Принимая во внимание аксиальный характер вектора **S** (при инверсии одной из координатных осей соответствующие компоненты **S** остаются неизменными, а две другие меняют знак на противоположный), перепишем выражение для  $H_{\text{int}}$  в виде

$$H_{\text{int}} = -\sum_{a} \hbar \left[ F_1 \varepsilon_a^{zz} S_a^z + F_2 (\varepsilon_a^{xz} S_a^x + \varepsilon_a^{yz} S_a^y) \right], \quad (9)$$

где  $F_1 = F_{zz}$ ,  $F_2/2 = F_{xz} = F_{zx} = F_{yz} = F_{zy}$ .

При указанных предположениях гамильтониан  $H_{\rm ph}$  принимает вид

$$H_{\rm ph} = (1/2) \int \{ [P_x^2 + P_y^2 + P_z^2/\rho] + \lambda_{11} (\partial U_z/\partial z)^2 + \lambda_{44} [(\partial U_x/\partial z)^2 + (\partial U_y/\partial z)^2] \} d\mathbf{r}.$$
 (10)

В (10) для индексов тензоров четвертого порядка приняты обозначения Фохта  $\lambda_{11} = \lambda_{zzzz}, \ \lambda_{44} = \lambda_{xzxz} = \lambda_{yzyz}.$  Из (7)-(10) получим

$$\partial^2 \varepsilon_{zz} / \partial t^2 - a_{\parallel}^2 \partial^2 \varepsilon_{zz} / \partial z^2 = -(F_1/\rho) \partial^2 R / \partial z^2,$$
 (11)

$$\partial^2 \varepsilon_{xz} / \partial t^2 - a_{\perp}^2 \partial^2 \varepsilon_{xz} / \partial z^2 = -(F_2/2\rho) \partial^2 R / \partial z^2, \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{yz}}{\partial t^2} - a_{\perp}^2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{yz}}{\partial z^2} = -(F_2/2\rho) \frac{\partial^2 R}{\partial z^2}, \quad (13)$$

где  $a_{\parallel} = \sqrt{\lambda_{11}/\rho}, \ a_{\perp} = \sqrt{\lambda_{44}/\rho}, \ U = \langle S_x \rangle, \ W = \langle S_y \rangle,$  $R = \langle S_z \rangle.$ 

Проводя квантове усреднение уравнений Гейзенберга (6), получим систему уравнений для U, W, R. Приравнивая к нулю производные в левой части (6), найдем соответствующие значения  $U_0, W_0 = 0, R_0$ . Полагая далее  $U = U_0 + u, W = w, R = R_0 + r$ , получим систему уравнений для отклонений компонент квантовых значений псевдоспина  $\mathbf{S} = (S_x, S_y, S_z)$  от равновесных значений для случая отличной от нуля сдвиговой компоненты импульса поля упругой деформации  $\Omega = F_2(\varepsilon_{xz} + \varepsilon_{yz}),$  $\varepsilon_{zz} = 0$ 

$$\partial u/\partial t = \omega_1 w + (\Omega + \tilde{J}r)w,$$
 (14)

$$\partial w/\partial t = \omega_2 r - \omega_1 u - U_0 \Omega - (\Omega + \tilde{J}r)u,$$
 (15)

$$\partial r/\partial t = -\omega_0 w.$$
 (16)

Здесь  $\omega_1 = J_0 R_0 + I_0 R_0^2$ ,  $\omega_2 = \omega_0 - U_0 \tilde{J}$ ,  $\tilde{J} = J_0 + 2I_0 R_0$ . Дополним систему (14)–(16) уравнением (13) для сдвиговой компоненты поля упругой деформации. В принятых обозначениях имеем

$$\partial^{2}\Omega/\partial t^{2} - c^{2}\partial^{2}\Omega/\partial z^{2} = -(F_{2}^{2}/\rho)\partial^{2}r/\partial z^{2}.$$
 (17)

Система (14)–(17) является замкнутой. Она определяет самосогласованную динамику структурно-неустойчивого кристалла и распространяющегося в нем импульса поля упругой деформации.

Исследование нелинейной системы (14)–(17) в общем случае представляется весьма сложным. Поэтому, следуя [8,9], рассмотрим случай, когда

$$\omega_{\pm}\tau_{p} \gg 1,$$

$$\omega_{+}^{2} = \omega_{0}(\omega_{0} - J_{0}U_{0}) = \omega_{0}\omega_{2},$$

$$\omega_{-}^{2} = (J_{0}R_{0} + I_{0}R_{0}^{2})^{2} + \omega_{0}(\omega_{0} - J_{0}U_{0} - 2I_{0}U_{0}R_{0})$$

$$= \omega_{1}^{2} + \omega_{0}\omega_{2},$$
(18)

где  $\omega_+, \omega_-$  — частоты мягкой псевдоспиновой волны в предпереходном состоянии, в исходной (конечной) фазе соответственно. Спектральная ширина УКИ составляет  $\Delta\omega \approx \tau_p^{-1} \approx 10^{12} - 10^9 \, {\rm s}^{-1}$ . Следовательно, условие низкочастотности можно записать в виде  $\omega_\pm \tau_p > 1$ . Для  $\omega_\pm \approx 10^{12} - 10^9 \, {\rm s}^{-1}$  находим, что  $\tau_p > 10^{-12} - 10^{-9} \, {\rm s}$ .

Неравенство (18) только усиливает условие низкочастотности процесса при котором ПМП не искажает реальной картины взаимодействия УКИ со структурно-неустойчивым кристаллом. При выполнении (18) динамические параметры импульса поля упругой деформации изменются достаточно медленно. Это свидетельствует о том, что импульс слабо взаимодействует со средой, лишь незначительно возбуждая ее. Поэтому изучаемый процесс можно рассматривать как слабонелинейный.

# 2. Солитон в предпереходном состоянии кристалла

В предпереходном состоянии [3] параметр порядка  $R_0 = 0$ , а  $U_0 = (1/2) \text{th}(\omega_0/2k_BT)$  и, следовательно,  $\omega_1 = 0, \omega_2 \neq 0$ . Дифференцируя (16) по времени, после использования (15) найдем

$$\partial^2 r / \partial t^2 = -\omega_0 \omega_2 r + \omega_0 U_0 + \omega_0 (\Omega + J_0 r) u.$$
(19)

Согласно (18), левая часть (19) и последнее слагаемое его правой части — члены более высокого порядка малости, чем первые два слагаемых правой части. Разрешая (19) относительно r методом последовательных приближений по малым слагаемым и учитывая связь между r и  $\Omega$ , получим из (17) замкнутое нелинейное уравнение относительно  $\Omega$ 

$$\partial^{2}\Omega/\partial t^{2} - \tilde{c}^{2}\partial^{2}\Omega/\partial z^{2} = (F_{1}^{2}U_{0}/\rho\omega_{0}\omega_{2}^{2})\partial^{2}/\partial z^{2}$$
$$\times \{(1 + \omega_{2}^{-1}J_{0}U_{0})^{2}\Omega^{3} + \partial^{2}\Omega/\partial t^{2}\}, \qquad (20)$$

где

$$\tilde{c}^2 = c^2 - (F_1^2 U_0 / \rho \omega_2).$$

Правая часть (20) содержит нелинейный и дисперсионный члены и является поэтому величиной более высокого порядка малости по отношению к левой части. В связи с этим используем приближение однонаправленного распространения вдоль оси туннелирования, параллельной оси *z*, подобно тому как это проделано в [8,9]. В результате найдем

$$2\tilde{c}\partial\Omega/\partial z = (F_1^2 U_0/\tilde{c}^2 \rho \omega_0 \omega_2^2)\partial/\partial\tau$$
$$\times \left\{ (1 + \omega_2^{-1} J_0 U_0)^2 \Omega^3 + \partial^2 \Omega/\partial\tau^2 \right\}, \quad (21)$$

где  $\tau = t - z/\tilde{c}$ . Очевидно, что (21) представляет собой модифицированное уравнение Кортевега де Фриза

$$\partial \Omega / \partial z - \alpha_+ \Omega^2 \partial \Omega / \partial \tau - \beta_+ \partial^3 \Omega / \partial \tau^3 = 0,$$
 (22)

где

$$\begin{aligned} \alpha_{+} &= (F_{1}^{2}U_{0}/2\tilde{c}^{3}\omega_{0}\omega_{2}^{2})[1+\omega_{2}^{-1}J_{0}U_{0}]^{2}\\ \beta_{+} &= F_{1}^{2}U_{0}/2\tilde{c}^{3}\omega_{0}\omega_{2}^{2}. \end{aligned}$$

Односолитонное решение уравнения (22) имеет вид

$$\Omega = \Omega_+ \sec h[(t - z/\tilde{c}_+)\tau_p], \qquad (23)$$

где

$$ilde{c}_{+}^{-1} = ilde{c}^{-1} - eta_{+}/ au_{p}^{2}, \quad \Omega_{+} = au_{p}^{-1}\sqrt{6eta_{+}/lpha_{+}}$$

Солитон (23) является однополярным (полуволновым) солитоном. В отличие от солитона огибающей этот солитон не содержит внутри себя высокочастотных колебаний. Если кристалл, находящийся в предпереходном состоянии, взаимодействует с импульсом поля упругой деформации, стимулирующим возникновение исходной фазы  $\varepsilon_{xz} + \varepsilon_{yz} > 0$  (конечной фазы  $\varepsilon_{xz} + \varepsilon_{yz} < 0$ ), то внутри солитона возникает исходная фаза r > 0 (конечная фаза r < 0).

Из (23) следует, что скорость данного солитона превышает фазовую скорость  $\tilde{c}$  низкочастотной плоской волны. По этому поводу, однако, следует сделать важное замечание. В материальных уравнениях (14)–(16) не учтены процессы релаксации. Такое приближение справедливо до тех пор, пока

$$\omega_{\pm} > \tau_p^{-1} \gg \gamma, \tag{24}$$

где  $\gamma$  — релаксационный параметр, приводящий к затормаживанию мягкой моды. Пусть для структурнонеустойчивой кристаллической системы в предпереходном состоянии параметр  $\gamma \approx 10^8 \,\mathrm{s^{-1}}$  и практически не зависит от температуры. Взяв, кроме того,  $\omega_0 \approx 10^{13} \,\mathrm{s^{-1}}, \, \omega_\pm \approx \omega_0 (T^\pm)^{-1/2} |T - T^\pm|^{1/2}, \, T^\pm \approx 10^2 \,\mathrm{K},$  найдем, что при  $|T - T^\pm| = 10 \,\mathrm{K}, \, |T - T^\pm|/T^\pm \approx 10^{-1}, \, \omega_\pm \approx 10^{-1/2} \omega_0 = 3 \cdot 10^{12} \,\mathrm{s^{-1}}$  неравенство (24) не выполняется для  $\tau_p^{-1} = 10^{13} \,\mathrm{s^{-1}}$ . Поэтому рассмотренные здесь солитоны длительностью  $10^{-13} - 10^{-9} \,\mathrm{s}$  нельзя возбуждать при температурах, близких к границе устойчивости  $T^\pm$ .

# 3. Солитон в исходной (конечной) структуре кристалла

Рассмотрим кристалл с исходной структурой  $R_0 > 0$  (конечной структурой  $R_0 < 0$ ), где параметр порядка  $R_0 \neq 0$  и, следовательно,  $\omega_1 \neq 0$ . Дифференцируя (16) по времени, после использования (15) найдем

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = -\omega_0 \omega_2 r + \omega_0 \omega_1 u + \omega_0 U_0 \Omega + \omega_0 (\Omega + \tilde{J}r) u.$$
(25)

Разрешая (25) относительно r методом последовательных приближений по малым слагаемым и учитывая связь между r и  $\Omega$ , получим из (17) замкнутое нелинейное уравнение относительно  $\Omega$ 

$$\partial \Omega / \partial t^{2} - \tilde{c}^{2} \partial^{2} \Omega / \partial z^{2} = \left(F_{1}^{2} U_{0} \omega_{0} / \rho [\omega_{0} \omega_{2} + \omega_{1}^{2}]^{2}\right) \partial^{2} / \partial z^{2}$$

$$\times \left\{\omega_{1} \left(2 + (3/2) \tilde{J} U_{0} \omega_{0} [\omega_{0} \omega_{2} + \omega_{1}^{2}]^{-1}\right) \Omega^{2} + \partial^{2} \Omega / \partial t^{2}\right\},$$
(26)

где

$$\tilde{c}^2 = c^2 - (F_1^2 U_0 \omega_0 / \rho [\omega_0 \omega_2 + \omega_1^2]).$$

Правая часть (26) содержит нелинейный и дисперсионный члены и является поэтому величиной более высокого порядка малости по отношению к левой части. В связи с этим используем приближение однонаправленного распространения вдоль оси туннелирования, параллельной оси z. В результате найдем

$$\begin{aligned} &2\tilde{c}\partial\Omega/\partial z = \left(F_1^2 U_0 \omega_0/\tilde{c}^2 \rho [\omega_0 \omega_2 + \omega_1^2]^2\right) \partial/\partial\tau \\ &\times \left\{\omega_1 \left(2 + (3/2)\tilde{J}U_0 \omega_0 [\omega_0 \omega_2 + \omega_1^2]^{-1}\right) \Omega^2 + \partial^2 \Omega/\partial\tau^2\right\}, \end{aligned} \tag{27}$$

где  $\tau = t - z/\tilde{c}$ . Очевидно, что (27) представляет собой уравнение Кортевега де Фриза

$$\partial \Omega / \partial z - \alpha_{-} \Omega \partial \Omega / \partial \tau - \beta_{-} \partial^{3} \Omega / \partial \tau^{3} = 0,$$
 (28)

2-2

где

$$\begin{aligned} \alpha_{-} &= (F_{1}^{2} U_{0} \omega_{0} / \tilde{c}^{3} \rho [\omega_{0} \omega_{2} + \omega_{1}^{2}]^{2}) \omega_{1} \\ &\times \left(2 + (3/2) \tilde{J} U_{0} \omega_{0} [\omega_{0} \omega_{2} + \omega_{1}^{2}]^{-1}\right), \\ \beta_{-} &= F_{1}^{2} U_{0} \omega_{0} / \tilde{c}^{3} \rho [\omega_{0} \omega_{2} + \omega_{1}^{2}]^{2}. \end{aligned}$$

Односолитонное решение (28) имеет вид

$$\Omega = \Omega_{-} \sec h^{2} [(t - z/\tilde{c}_{-})/2\tau_{p}], \qquad (29)$$

где

$$\tilde{c}_{-}^{-1} = \tilde{c}^{-1} - \beta_{-}/\tau_{p}^{2}, \quad \Omega_{-} = \tau_{p}^{-2}(3\beta_{-}/\alpha_{-}).$$

Как и в предпереходном состоянии, здесь скорость солитона превышает фазовую скорость  $\tilde{c}$  низкочастотной плоской волны. Если кристалл, находящийся в исходной (конечной) структуре, взаимодействует с импульсом поля упругой деформации, стимулирующим возникновение конечной фазы  $\varepsilon_{xz} + \varepsilon_{yz} < 0$  (исходной фазы  $\varepsilon_{xz} + \varepsilon_{yz} > 0$ ), то внутри солитона возникает конечная r < 0 (исходная r > 0) структура.

В малой окрестности границы устойчивости  $T^{\pm}$  формирование солитонов типа (29) невозможно по причине сильной заторможенности мягкой моды. Действительно, при температуре  $|T - T^{\pm}| = 1$  К,  $|T - T^{\pm}|/T^{\pm} \approx 10^{-2}$ , где частота критических колебаний  $\omega_{-} \approx J_0 (T^{\pm})^{-1/2} \times |T - T^{\pm}|^{1/2} \approx 10^{13} \, \text{s}^{-1}$ ,  $J_0 \approx 10^{14} \, \text{s}^{-1}$ ,  $T_c \approx 10^2$  К, нельзя возбуждать солитоны длительностью меньше  $\tau_p \approx 10^{-12}$  s. Поэтому рассмотренные здесь солитоны длительностью  $10^{-13} - 10^{-9}$  s нельзя возбуждать при температурах, достаточно близких к границе устойчивости  $T^{\pm}$ .

# 4. Обсуждение результатов

Из полученных результатов следует важный вывод, что в структурно-неустойчивом кристалле может возникать и распространяться локализованное в пространстве коллективное возбуждение атомной решетки — солитон. С одной стороны, этот солитон является структурным дефектом, состоящим из двух межфазных границ, разделенных другой фазой, а с другой — импульсом поля упругой деформации с характерной длиной  $l \approx 10^{-8} - 10^{-4}$  ст и соответствующей длительностью  $\tau_p \approx 10^{-13} - 10^{-9}$  s. Причем скорость солитона незначительно превышает скорость распространения плоской звуковой волны, что, возможно, приводит к эффекту возрастания скорости звука на стадии нелинейной упругой деформации, наблюдаемому экспериментально [4]. Разумно предположить, что теоретически обнаруженные в структурно-неустойчивом кристалле солитоны и являются теми коллективными нелинейными возбуждениями решетки, которые ответственны за ее поведение на стадии нелинейной упругой деформации.

Необходимым условием возбуждения солитонов поля упругой деформации в структурно-неустойчивых кристаллических системах является наличие в них незаторможенной мягкой моды. При приближении к границе устойчивости частота мягкой моды стремится к нулю, в то время как релаксационный параметр  $\gamma$  практически не изменяется. Поэтому в малой окрестности границы устойчивости  $T^{\pm}$  в структурно-неустойчивых кристаллах мягкие моды, как правило, "переторможены". Следовательно, здесь не представляется возможным наблюдение солитонов поля упругой деформации.

### Список литературы

- [1] Л.Д. Ландау. Теория упругости. Наука, М. (1987). 248 с.
- [2] В.Е. Панин, В.Е. Егорушкин, Ю.А. Хон, Т.Ф. Елсукова. Изв. вузов. Физика 12, 5 (1982).
- [3] Е.Е. Слядников. ФТТ 46, 6, 1065 (2004).
- [4] L.B. Zuev, B.S. Semukhin, K.I. Bushmelyova, N.V. Zarikovskay. Mater. Lett. 42, 97 (2000).
- [5] В.Е. Панин, В.А. Клименов, В.П. Безбородов, О.Б. Перевалова, В.П. Подковка, Н.П. Коломеец, П.А. Городищенский, Э.В. Козлов. ФХОМ 6, 77 (1993).
- [6] D.H. Auston, K.P. Cheung. Phys. Rev. Lett. 53, 16, 1555 (1984).
- [7] J.T. Darrow, B.B. Hu, X.C. Zhang, D.H. Auston. Opt. Lett. 15, 323 (1990).
- [8] Э.М. Беленов, А.В. Назаркин, В.А. Ущаповский. ЖЭТФ 100, 3, 762 (1991).
- [9] С.В. Сазонов. ФТТ 37, 6, 1612 (1995).
- [10] Л. Аллен, Дж. Эберли. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. Мир, М. (1978). 421 с.