Особенности распространения электромагнитных волн в слоистых магнитных фотонных кристаллах

© Ю.И. Беспятых, И.Е. Дикштейн, В.П. Мальцев, С.А. Никитов, В. Василевский

Институт радиотехники и электроники Российской академии наук, 141190 Фрязино, Московская обл., Россия

(Поступила в Редакцию 29 апреля 2003 г.)

Проанализированы общие закономерности спектра магнитостатических волн в периодической системе чередующихся ферромагнитных и немагнитных слоев. Вычислены спектр электромагнитных волн в бесконечной периодической системе и коэффициент отражения плоской электромагнитной волны от полупространства, заполненного периодически ферромагнитными и немагнитными слоями. Получено и проанализировано дисперсионное соотношение для поверхностных магнитостатических волн у границы раздела периодическая система слоев – вакуум.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект ты 02-02-16794, 02-02-17166), фонда МНТЦ (проект 1522) и Польского комитета научных исследований.

В последние годы существенно возрос интерес к исследованию свойств волн различной природы, распространяющихся в определенного типа периодических структурах. В первую очередь речь идет о фотонных кристаллах. Фотонные кристаллы — это искусственно созданные структуры, в которых периодически изменяется показатель преломления. Свойства электромагнитных волн в таких структурах сходны со свойствами электронов в кристаллах. В спектре электромагнитных волн возникают запрещенные зоны, подобные существующим в полупроводниках. В настоящее время фотонные кристаллы созданы и свойства их подробно исследованы (см., например, [1-4]). Наряду с фотонными кристаллами стали исследоваться и другие структуры, в которых аналогичными свойствами обладают волны другой природы, а именно фононы (акустические волны) и магноны (спиновые волны). Такие кристаллы стали называть фотонными [5-7] и магнонными [8-10]. Исследования свойств спиновых волн в магнонных кристаллах только начинаются. Спектр спин-волновых возбуждений в ферритах имеет ряд характерных особенностей (например, существование поверхностных волн, наличие углов отсечки и т.д.), поэтому зонная структура спектра магнонных кристаллов должна существенно отличаться от зонной структуры спектра фотонных и фононных кристаллов. Особенно важным в прикладном отношении представляется исследование распространения магнитостатических волн в магнонных кристаллах.

Областью магнитостатических волн принято называть область медленных спиновых волн со значениями волнового вектора $k_0 \ll k \ll \alpha^{-1/2}$ ($k_0 = \omega/c$, ω — частота волны, c — скорость света в вакууме, α — константа неоднородного обмена) [11]. Дисперсия магнитостатических волн в достаточно толстых ферромагнитных пленках слабо зависит от электромагнитного запаздывания и неоднородного обмена и определяется в основном толщиной пленок. Иными словами, дисперсия магнитостатических волн носит геометрический характер. В массивных образцах распространение магнитостатических

возбуждений при этом зависит только от направления волнового вектора, так что пространственный декремент затухания их оказывается большим. В отличие от изолированных ферромагнитных пленок в многослойных системах за счет магнитного дипольного взаимодействия между слоями может существовать перенос энергии магнитостатическими волнами как в плоскости, так и перпендикулярно поверхностям слоев.

Рассмотрим периодическую структуру, состоящую чередующихся ферромагнитных и немагнитных ИЗ пластин с различными материальными параметрами, содержащую в своем периоде 2*n* компонентов. Индексом і обозначим параметры і-пары слоев ферромагнетик-немагнетик, причем в каждой паре немагнитную пластину полагаем для определенности расположенной над ферромагнитной. Номер пары слоев растет с увеличением координат ее поверхностей. Пусть поверхности пластин параллельны плоскости уг декартовой системы координат. Структура помещена в постоянное внешнее магнитное поле Н_e, направленное вдоль оси **n**₇ в плоскости пластин. Ограничимся изучением ТЕ моды с поляризацией высокочастотного поля (h_x, h_y, e_z) и волновым вектором **k**, перпендикулярным внешнему полю $(k_z = 0)$.

Общее выражение для компоненты электрического поля e_{τ_i} в *i*-ферромагнитной пластине имеет вид

$$e_{z,i} = \left[a_{1,i} \exp(\gamma_i x_i) + a_{2,i} \exp(-\gamma_i x_i)\right] \\ \times \exp\left[i(\omega t - k_y y)\right], \tag{1}$$

где $x_i = x - \Delta_i$, Δ_i — координата верхней границы *i*-ферромагнитной пластины, $\gamma_i = (k_y^2 - k_0^2 \varepsilon_{fi} \mu_{\perp})^{1/2}$, $\mu_{\perp i} = (\mu_i^2 - v_i^2)/\mu_i$, $\mu_i = 1 + \omega_{Hi} \omega_{Mi}/(\omega_{Hi}^2 - \omega^2)$, $v_i = -\omega \omega_{Mi}/(\omega_{Hi}^2 - \omega^2)$, $\omega_{Hi} = |g_i|(H_e + j\Delta H_i)$, $\omega_{Mi} = 4\pi |g_i| M_{0i}$, ε_{fi} — диэлектрическая проницаемость решетки, ΔH_i — полуширина резонансной линии, g_i — гиромагнитное отношение, d_i — толщина магнитного слоя. Обозначим через \mathbf{a}_i вектор с компонентами (a_{1i}, a_{2i}) . Тогда из уравнений Максвелла, материальных уравнений и условий на поверхностях раздела сред получаем уравнение, связывающее компоненты векторов \mathbf{a}_{i+1} и \mathbf{a}_i ,

$$\mathbf{a}_{i+1} = \hat{\rho}_i \mathbf{a}_i. \tag{2}$$

Элементы матрицы $\hat{\rho}_i = \rho_{0i} \hat{\rho}'_i$ таковы

$$\begin{split} \rho_{11i}' &= -\exp(\gamma_{i+1}d_{i+1}) \Big[\exp(-\beta_{i}b_{i})(1-p_{i+1}/\beta_{i}) \\ &\times (1-q_{i}/\beta_{i}) - \exp(\beta_{i}b_{i})(1+p_{i+1}/\beta_{i})(1+q_{i}/\beta_{i}) \Big], \\ \rho_{22i}' &= \exp(-\gamma_{i+1}d_{i+1}) \Big[\exp(-\beta_{i}b_{i})(1+q_{i+1}/\beta_{i}) \\ &\times (1+p_{i}/\beta_{i}) - \exp(\beta_{i}b_{i})(1-q_{i+1}/\beta_{i})(1-p_{i}/\beta_{i}) \Big], \\ \rho_{12i}' &= -\exp(\gamma_{i+1}d_{i+1}) \Big[\exp(-\beta_{i}b_{i})(1-p_{i+1}/\beta_{i}) \\ &\times (1+p_{i}/\beta_{i}) - \exp(\beta_{i}b_{i})(1+p_{i+1}/\beta_{i})(1-p_{i}/\beta_{i}) \Big], \\ \rho_{21i}' &= \exp(-\gamma_{i+1}d_{i+1}) \Big[\exp(-\beta_{i}b_{i})(1+q_{i+1}/\beta_{i}) \\ &\times (1-q_{i}/\beta_{i}) - \exp(\beta_{i}b_{i})(1-q_{i+1}/\beta_{i})(1+q_{i}/\beta_{i}) \Big], \end{split}$$

где $\rho_{0i} = \mu_{\perp i+1} \beta_i / (4\gamma_{i+1}), \quad p_i = (\mu_i \gamma_i - \nu_i k_y) / (\mu_i \mu_{\perp i}),$ $q_i = (\mu_i \gamma_i + \nu_i k_y) / (\mu_i \mu_{\perp i}), \quad \gamma_i = (k_y^2 - k_0^2 \varepsilon_{fi} \, \mu_{\perp i})^{1/2}, \quad \beta_i = (k_y^2 - k_0^2 \varepsilon_{si})^{1/2}, \quad \varepsilon_{si} - \mu_{ij}$ диэлектрическая проницаемость решетки и b_i — толщина немагнитного слоя. Если немагнитные прослойки в структуре отсутствуют, то значения величин b_i нужно положить равными нулю.

Согласно теореме Блоха [12] и уравнению (2), векторы \mathbf{a}_{i+n} и \mathbf{a}_i связаны соотношениями

$$\mathbf{a}_{i+n} = \mathbf{a}_i \exp(-ik_x D) = \hat{\lambda}_{ni} \mathbf{a}_i, \qquad (4)$$

где $\hat{\lambda}_{ni} = \hat{\rho}_{n+i-1} \cdot \ldots \cdot \hat{\rho}_i$, $D = \sum_{l=1}^n (b_l + d_l)$ — период структуры, k_x — компонента волнового вектора вдоль оси $x \ (-\pi/D \le k_x \le \pi/D)$. Уравнение (4) представляет собой систему двух однородных линейных уравнений. Из условия существования нетривиального решения этой системы и равенства

$$\det \hat{\lambda}_{ni} = 1 \tag{5}$$

следует дисперсионное соотношение для электромагнитных волн в структуре

$$2\cos k_x D - \operatorname{Sp}\hat{\lambda}_{ni} = 0.$$
 (6)

Поскольку Sp $\hat{\lambda}_{ni}$ = Sp $(\hat{\rho}_{n+i-1} \cdot \ldots \cdot \hat{\rho}_i)$ инвариантен относительно циклической перестановки сомножителей, уравнение (6) от индекса *i* не зависит. Решение уравнения (6) имеет вид

$$k_x = \frac{i}{D} \ln \frac{\operatorname{Sp} \hat{\lambda}_{ni} \pm \sqrt{(\operatorname{Sp} \hat{\lambda}_{ni})^2 - 4}}{2}.$$
 (7)

Выбор ветви логарифма в выражении (7) не играет роли, так как величина k_x появляется только через $\exp(-ik_xD)$, а два разных знака в (7) соответствуют двум направлениям распространения электромагнитной волны. В отсутствие затухания в системе значения k_x вещественны, если $|\text{Sp} \hat{\lambda}_{ni}| \leq 4$. В общем же случае они комплексны.

Поляризация волны, т. е. связь между величинами $a_{i1,2}$ определяется любым из двух уравнений системы (4)

$$a_{i2} = a_{i1} \Big\{ \lambda_{ni21} / \big[\exp(-ik_x D) - \lambda_{ni22} \big] \Big\} = \Gamma_i a_{i1}, \quad (8)$$

где

$$\Gamma = \frac{\mathrm{Sp}\,\hat{\lambda}_{ni} - 2\lambda_{ni11} \pm \sqrt{(\mathrm{Sp}\,\hat{\lambda}_{ni})^2 - 4}}{2\lambda_{ni12}}$$

Второе слагаемое в соотношении (6) является функцией частоты ω и компоненты волнового вектора k_y . Из структуры соотношения (6) видно, что в каждом из интервалов $-\pi/D \leq k_x \leq 0$ и $0 \leq k_x \leq \pi/D$ функция $k_x(\omega)$ является функцией однозначной.

Спектр магнитостатических волн с распределением поля по толщине ферромагнитных слоев, описываемым гиперболическими функциями, можно получить из уравнения (6), осуществляя переход к магнитостатике $(\beta_i = \gamma_i = |k_y|)$. В отсутствие затухания при фиксированных k_x и k_y уравнение (6) имеет *n* корней, так что число ветвей магнитостатических волн $\omega(k_y)$ при фиксированном k_x совпадает с числом ферромагнитных слоев в периоде структуры.

Если все ферромагнитные пластины изготовлены из одинакового материала, то спектр магнитостатических волн в периодической структуре обладает двумя общими закономерностями. Во-первых, используя имеющие место в рамках магнитостатики свойства симметрии матрицы $\hat{\rho}_i$

$$\rho_{rli}(k_y) = \rho_{rli}(-k_y), \qquad r = l,$$

$$\rho_{rli}(k_y)\rho_{rlj}(k_y) = \rho_{rli}(-k_y)\rho_{rlj}(-k_y), \quad r \neq l, \qquad (9)$$

нетрудно показать, что дисперсионное соотношение не меняется при замене k_y на $-k_y$. Отсюда вытекает симметрия спектра относительно изменения знака любой из компонент волнового вектора магнитостатических волн в слоистых структурах ферромагнетик—немагнетик, в том числе и в непериодических. Во-вторых, спектр магнитостатических волн инвариантен относительно замены $b_i \leftrightarrow d_i$, т.е. замены ферромагнитного материала на немагнитный и наоборот. Очевидно, это свойство спектра магнитостатических волн тоже имеет место как для периодических, так и для непериодических структур, однако, только при условии $k_z = 0$.

Симметрия спектра магнитостатических волн относительно замены $k_y \rightarrow -k_y$ имеет место и для структур, содержащих магнитные слои с различающимися магнит-

ными параметрами, если структура обладает плоскостью симметрии, параллельной поверхностям слоев. В общем же случае подобная симметрия спектра отсутствует.

Проанализируем более детально простейший вариант периодической структуры, когда все ферромагнитные и все немагнитные пластины соответственно одинаковы $(b_i \equiv b, d_i \equiv d, \beta_i \equiv \beta, \gamma_i \equiv \gamma, \mu_i \equiv \mu, \nu_i \equiv \nu, \mu_{\perp i} \equiv \mu_{\perp}).$ В этом случае уравнение (6) принимает вид

$$\cos k_x D - \operatorname{ch} \gamma d \operatorname{ch} \beta b$$
$$- \frac{\mu_{\perp}}{2\beta\gamma} \left(\beta^2 + \frac{\gamma^2}{\mu\mu_{\perp}}\right) \operatorname{sh} \beta b \operatorname{sh} \gamma d = 0.$$
(10)

Отметим, что выражение в левой части уравнения (10) не имеет точек ветвления. Это справедливо и относительно общего соотношения (6).

Согласно соотношению (10) дисперсия магнитостатической волны описывается выражением

$$\omega^2 = \omega_H(\omega_H + \omega_M) + \frac{\omega_M^2}{2} \frac{\operatorname{sh} k_y b \operatorname{sh} k_y d}{\operatorname{ch} k_y D - \cos k_x D}.$$
 (11)

Спектр магнитостатических волн в периодической структуре, как и спектр поверхностных магнитостатических волн в изолированной ферромагнитной пластине, заключен в диапазоне частот $[\omega_H(\omega_H + \omega_M)]^{1/2} \le$ $\omega \le \omega_H + \omega_M/2$. При фиксированной величине компоненты волнового вектора k_v частота волны тем ниже, чем меньше значение $\cos k_x D$, т. е. чем значение k_x ближе к границам зоны Бриллюэна $k_x = \pm \pi/D$. Случай $k_x = 0$, когда частота максимальна, соответствует синфазным возмущениям намагниченности во всех ферромагнитных пластинах, а случаи $k_x = \pm \pi/D$, когда частота минимальна, соответствуют противофазным возмущениям намагниченности в соседних пластинах. Компонента групповой скорости в направлении нормали к поверхностям раздела сред в центре и на границах зоны Бриллюэна обращается в нуль. Перенос энергии в поперечном направлении исчезает также в предельных случаях $|k_{y}| \rightarrow 0$ и $|k_{y}| \rightarrow \infty$. Магнитостатические моды с распределением магнитного поля по толщине ферромагнитных слоев, описываемым тригонометрическими функциями, как и в случае изолированной ферромагнитной пластины, для рассматриваемого направления волнового вектора отсутствуют.

В диапазоне СВЧ длина электромагнитной волны в вакууме обычно значительно превышает период структуры, поэтому вдали от частоты однородного ферромагнитного резонанса $\omega = [\omega_H(\omega_H + \omega_M)]^{1/2}$ $(\mu_{\perp} \to \infty)$ выполняются условия

$$|\beta b| \ll 1, \qquad |\gamma d| \ll 1. \tag{12}$$

Учитывая в разложении тригонометрических и гиперболических функций члены до второго порядка по малым параметрам βb и γd включительно, получаем следующий закон дисперсии электромагнитной волны в структуре:

$$k^{2} = k_{0}^{2} \left[\varepsilon_{zz} \mu b^{2} + \varepsilon_{f} \mu_{\perp} \mu d^{2} + \mu_{\perp} (\varepsilon_{zz} \mu + \varepsilon_{f}) b d \right]$$
$$\times \left\{ \mu D^{2} + \left[(\mu - 1)^{2} - \nu^{2} \right] b d \sin^{2} \varphi \right\}^{-1}, \tag{13}$$

где $k = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$, $\varphi = \operatorname{arctg}(k_y/k_x)$. Условие обращения волнового вектора электромагнитной волны в нуль (k = 0) сводится к условию $\omega = 0$ и биквадратному уравнению для определения еще двух точек пересечения дисперсионной поверхности с осью ω . Корни последнего $\omega_{1,2}$ при d = b, $\varepsilon_f = \varepsilon_s$ равны

$$\omega_{1,2}^2 = \left[8\omega_H^2 + 10\omega_H\omega_M + 3\omega_M^2 \\ \pm \omega_M \sqrt{\left(20\omega_H^2 + 28\omega_H\omega_M + 9\omega_M^2\right)} \right] / 8.$$
(14)

Отметим, что толстый ферромагнитный слой с диэлектрической проницаемостью ε_f и поперечной магнитной проницаемостью μ_{\perp} не пропускает электромагнитные волны в диапазоне частот $\sqrt{\omega_H(\omega_H + \omega_M)} \le \omega \le \omega_H + \omega_M$, поскольку величина μ_{\perp} принимает в этом диапазоне отрицательные значения. Для периодической структуры прохождение высокочастотного сигнала в этом диапазоне частот оказывается возможным.

Для удобства численного анализа были введены безразмерные частоты $\Omega_H = \omega_H/\omega_M$, $\Omega = \omega/\omega_M$. Характер дисперсии элетромагнитных волн в периодической системе чередующихся слоев железоиттриевого граната с $4\pi M_0 = 1750$ G, $g = 2.8 \cdot 10^6$ Hz/Oe и галлийгадолиниевого граната представлен на рис. 1–5. В соотношение (6) входит квадрат компоненты волнового вектора k_x , поэтому приводим лишь решения (6) с Re $[k_x(\Omega, k_y)] > 0$. При расчетах предполагалось, что $\Omega_H = 1/2$, а толщины и диэлектрические проницаемости магнитных и немагнитных слоев одинаковы: $d = b = 5 \cdot 10^{-4}$ ст, $\varepsilon_f = \varepsilon_s = 16$.

На рис. 1, 2 показаны дисперсионные поверхности магнитостатических волн в широкой области длин волн и электромагнитных волн в длинноволновой области соответственно. Из рис. 2 видно, что в частотной области существования магнитостатических волн отсутствует пропускание электромагнитных волн с волновым вектором k < 16. Отсюда и из численных оценок следует, что для системы с указанными выше параметрами магнитостатическое приближение становится применимым только начиная со значений $k \propto 10^2 \text{ cm}^{-1}$. Дисперсия длинных электромагнитных волн хорошо описывается формулой (13) во всем СВЧ диапазоне, за исключением узкой области частот, близких к частоте однородного ферромагнитного резонанса $\Omega = [\Omega_H(\Omega_H + 1)]^{1/2}$.

На рис. З изображена зависимость Re $[k_x(\Omega, k_y)]$ в полосе частот $0 \le \Omega \le [\Omega_H(\Omega_H + 1)]^{1/2}$. Волновой вектор электромагнитной волны обращается в нуль



Рис. 1. Спектр магнитостатических волн в периодической системе чередующихся ферромагнитных и немагнитных слоев.



Рис. 2. Общий вид дисперсионной поверхности $\operatorname{Re}[k_x(\Omega, k_y)]$ в области длинных электромагнитных волн.

при частотах $\Omega = 0$ и $\Omega = \Omega_1 = \omega_1 / \omega_M$ (см. формулу (14)). В области непропускания $\operatorname{Re}[k_x(\Omega, k_y)] = 0$, $\operatorname{Im}[k_x(\Omega, k_y)] \neq 0$.

Зависимость Re $[k_x(\Omega, k_y)]$ в широкой области длин волн для интервала частот $[\Omega_H(\Omega_H + 1)]^{1/2} \leq \Omega$ $\leq \Omega_H + 1/2$ приведена на рис. 4. Из сравнения рис. 1 и 4 видно, что влияние электромагнитного запаздывания на спектр коротких электромагнитных волн пренебрежимо мало. В области непропускания Re $[k_x(\Omega, k_y)] = \pi/D$, a Im $[k_x(\Omega, k_y)] \neq 0$.

Вид дисперсионной поверхности $\operatorname{Re}[k_x(\Omega, k_y)]$ в области частот $\Omega \ge \Omega_H + 1/2$ представлен на рис. 5. Волновой вектор электромагнитной волны обращается

в нуль при $\Omega = \Omega_2 = \omega_2/\omega_M$, где величина ω_2 описывается выражением (14). В области непропускания $\operatorname{Re}[k_x(\Omega, k_y)] = 0$ и $\operatorname{Im}[k_x(\Omega, k_y)] \neq 0$.

Пусть теперь полупространство x > 0 представляет собой однородную изотропную среду с диэлектрической проницаемостью ε_0 и магнитной проницаемостью $\mu_0 = 1$, а полупространство x < 0 — рассмотренную выше среду с чередующимися ферромагнитными и немагнитными слоями, период которой содержит два слоя. Параметры всех магнитных и всех немагнитных слоев одинаковы. Предположим для определенности, что верхний слой периодической структуры ферромагнитный и верхняя поверхность его есть плоскость x = 0.



Рис. 3. Зависимость $\operatorname{Re}[k_x(\Omega, k_y)]$ в полосе частот $0 \leq \Omega \leq [\Omega_H(\Omega_H + 1)]^{1/2}$.



Рис. 4. Зависимость $\operatorname{Re}[k_x(\Omega, k_y)]$ в интервале частот $[\Omega_H(\Omega_H + 1)]^{1/2} \leq \Omega \leq \Omega_H + 1/2.$



Рис. 5. Зависимость $\operatorname{Re}\left[k_x(\Omega, k_y)\right]$ в области частот $\Omega \geq \Omega_H + 1/2.$

Вычислим коэффициент отражения плоской электромагнитной волны с поляризацией (h_x, h_y, e_z) , падающей на периодическую систему. Выражение для единственной отличной от нуля компоненты электрического поля в полупространстве x > 0 удобно представить в виде

$$e_{z,0} = \left[\exp(ik_x x) + R\exp(-ik_x x)\right] \exp\left[i(\omega t - k_y y)\right], \quad (15)$$

где

$$k_x = k_{x0} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_0 - k_y^2}, \quad k_y^2 \le k_0^2 \varepsilon_0,$$

R — коэффициент отражения электромагнитной волны по амплитуде. Электрическое поле и его поляризация в верхней ферромагнитной пластине описываются соотношениями (1), (8). Из граничных условий на поверхности x = 0 получаем выражение для коэффициента отражения R

$$R = \frac{(i\mu\mu_{\perp}k_{x0} + \nu k_{y})(1+\Gamma) - \mu\gamma(1-\Gamma)}{(i\mu\mu_{\perp}k_{x0} - \nu k_{y})(1+\Gamma) + \mu\gamma(1-\Gamma)}.$$
 (16)

Легко показать, что значения коэффициента отражения (16) не зависят от выбора ветвей β и γ .

Условие непропускания электромагнитной волны |R| = 1 в отсутствие затухания при $\text{Im } k_{x0} = 0$ выполняется при $\gamma^2 > 0$, если

$$\mu(\mu^2 - \nu^2)k_{x0}\gamma \operatorname{Im} \Gamma = 0.$$
 (17)

Первый и второй сомножители в (17) обращаются в нуль на частотах $\omega = [\omega_H(\omega_H + \omega_M)]^{1/2}$ и $\omega = \omega_H + \omega_M$ соответственно, а равенство $k_{x0} = 0$ есть условие распространения электромагнитной волны параллельно плоскости *yz*. Из вида матрицы (3) и выражения (7) вытекает, что для выщественности Г достаточным является выполнение неравенства $(Sp \hat{\lambda})^2 > 4$. При Im $k_{x0} = 0$, $\gamma^2 < 0$ условием полного отражения электромагнитной волны от границы с периодической средой является равенство

$$\mu(\mu^2 - \nu^2)k_{x0}(1 - |\Gamma|^2)\operatorname{Im} \gamma = 0.$$
(18)

В общем случае в системе без затухания непропускание электромагнитной волны имеет место, если отсутствуют вещественные корни $k_x(\omega, k_y)$ дисперсионного соотношения (6), т.е. если $(\text{Sp} \hat{\lambda})^2 > 4$.

В системе однородное полупространство-периодическая структура могут существовать также поверхностные электромагнитные волны, амплитуда поля которых максимальна на границе верхнего ферромагнитного слоя x = 0 и экспоненциально убывает в глубь периодической системы. Дисперсионное соотношение для них есть условие обращения в нуль знаменателя в выражении (16)

$$(i\mu\mu_{\perp}k_{x0} - \nu k_{y})(1+\Gamma) + \mu\gamma(1-\Gamma) = 0.$$
(19)

Дополнительно к этому должно отсутствовать излучение электромагнитных волн в полупространства x > 0 и x < 0, т. е. должны быть выполнены условия

$$k_y^2 > k_0^2 \varepsilon_0$$
, Im $k_{x0} < 0$, $(\text{Sp}\,\hat{\lambda})^2 > 4$. (20)

Если $\gamma^2 > 0$, то в отсутствие затухания величина Г вещественна и уравнение (19) не содержит мнимой части. Если же $\gamma^2 < 0$, то левая часть (19) комплексна и уравнение (19) не имеет решений.

Для поверхностных магнитостатических волн дисперсионное соотношение (19) приобретает следующий вид:

$$\frac{\mu}{\nu^2 - \mu^2 + \xi\nu} = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma},$$
(21)

где $k_y \equiv k$, $\xi = k/\sqrt{k^2}$. Напомним, что в полуограниченном ферромагнетике поверхностные магнитостатические волны отсутствуют, поскольку частота магнитостатических возбуждений при этом не зависит от величины волнового вектора. В случае же поверхностных магнитостатических волн, описываемых соотношением (19), дисперсия имеется, так как в системе имеется два пространственных масштаба — толщины ферромагнитного и немагнитного слоев. Результаты анализа уравнений (19), (21) и вид зависимостей Im $[k_x(\Omega, k_y)]$ из-за недостатка места здесь не приводятся.

Итак, было показано, что магнитное взаимодействие парциальных поверхностных магнитостатических волн в ферромагнитных слоях приводит к образованию зоны магнитостатических волн и к возможности переноса энергии высокочастотного магнитного поля в направлении, перпендикулярном границам раздела слоев. Групповая скорость этих волн в центре и на границе зоны Бриллюэна обращается в нуль. Рассмотренная здесь ситуация не имеет аналогии с явлениями, наблюдающимися в негиротропных кристаллах. В последних, напротив, наличие периодической неоднородности ведет к появлению запрещенных зон энергии.

Стандартную зонную структуру спектра электромагнитных волн мы здесь не обсуждаем. Поскольку толщина ферромагнитных слоев обычно составляет $10-100\,\mu$ m, запрещенные зоны имеют место в области высоких частот $\omega \propto 10^{13}-10^{14}\,{
m s}^{-1}$.

Список литературы

- John D. Joannopoulos, Robert D. Meade, Joshua N. Winn. Photonic Crystals: Molding the Flow of Light. Princeton University Press, Princeton (1995).
- [2] Photonic Band Gap Materials / Ed. by Costas M. Soukoulis. Proceedings of the NATO ASI on Photonic Band Gap Materials. Elounda, Crete, Greece (1995). NATO ASI Series. Kluwer Academic Publishers, The Netherlands (1996).
- [3] K. Sakoda. Optical Properties of Photonic Crystals. Springer Series in Optical Sciences. Vol. 80. Springer Verlag (2001).
- [4] Steven G. Johnson, J.D. Joannopoulos. Photonic Crystals: The Road from Theory to Practice. Kluwer, Boston (2002).
- [5] M. Sigalas, E.N. Economou. Europhys. Lett. 36, 2, 241 (1996).
- [6] J.O. Vasseur, P.A. Deymer, G. Ftziskonis, G. Hong, B. Dijafari-Rouhani, L. Dobrzynski. J. Phys.: Condens. Matter 10, 27, 6051 (1998).
- [7] A.M. Steinberg, P.G. Kwist, R.Y. Chiao. Phys. Rev. Lett. 71, 5, 708 (1993).
- [8] J.O. Vasseur, L. Dobrzynski, B. Dijafari-Rouhani, H. Puszkarski. Phys. Rev. B 54, 2, 1043 (1996).
- [9] A. Figotin, I. Vitebsky. Phys. Rev. E 63, 066 609 (2001).
- [10] S.A. Nikitov, Ph. Tailhades, C.S. Tsai. J. Magn. Magn. Mater. 236, 1, 320 (2001).
- [11] Б. Лакс, К. Баттон. Сверхвысокочастотные ферриты и ферримагнетики. Мир, М. (1965). 675 с.
- [12] Ч. Киттель. Введение в физику твердого тела. Физматгиз, М. (1962). 696 с.