

Экситонные поляритоны и их одномерная локализация в неупорядоченных структурах с квантовыми ямами

© В.А. Кособукин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: Vladimir.Kosobukin@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 24 сентября 2002 г.)

Представлена теория андерсоновской локализации света случайно расположенными ультратонкими слоями (квантовыми ямами), которые однородны в латеральных направлениях и обладают собственными оптическими резонансами. Для решения задачи многократного рассеяния предложена модель слоев с дельта-функциональной резонансной диэлектрической поляризацией, являющаяся электромагнитным аналогом электронной модели „потенциалов нулевого радиуса“. При учете межслоевого беспорядка в приближении малой средней концентрации одинаковых слоев вычислены в аналитической форме одно- и двухфотонные характеристики электромагнитного переноса, в частности, средняя плотность энергии и длина андерсоновской локализации света. Анализ проведен применительно к структуре со случайно расположенными квантовыми ямами, в которой квазидвумерные экситоны разных ям находятся в резонансе, но их волновые функции не перекрываются. Показано, что в неупорядоченной структуре среднее электромагнитное поле распространяется в форме поляритонов, которые образуются вследствие переизлучения экситонов между квантовыми ямами. Длина локализации света в поляритонной области спектра существенно уменьшается вследствие того, что вблизи экситонного резонанса рассеяние (отражение) света отдельными квантовыми ямами увеличивается.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 02-02-17601).

В оптике неупорядоченных систем большой интерес вызывают явления переноса энергии и локализации света, а также связанные с ними спектроскопические эффекты [1]. Особое значение имеют свойства диэлектрических сред, неоднородных в одном измерении: в них возмущение однородности может привести к возникновению либо андерсоновской локализации света, если возмущение случайно [1], либо запрещенной фотонной зоны в спектре, если возмущение строго периодически [1,2]. В обоих случаях электромагнитные волны с определенными частотами не могут распространяться (экспоненциально затухают) в системе, что выражается в сильном отражении света от образца (исчезновении пропускания) [1,2]. Сходство спектроскопических проявлений двух указанных явлений делает актуальным как индивидуальное, так и сравнительное изучение локализации фотонов в одномерно разупорядоченных системах [3] и фотонных зон в периодических структурах (брэгговские полупроводниковые [4] и диэлектрические [5] наноструктуры, фотонные кристаллы [2,3]). Эффекты андерсоновской локализации фотонов важны и с практической точки зрения: на их основе создаются многослойные широкополосные оптические отражатели, фильтры и т.д. [6].

Одномерная локализация света теоретически изучалась преимущественно для непоглощающих многослойных систем со случайными толщинами однородных слоев или/и расстояниями между ними [7–12]. Эти исследования относились к одномерно неупорядоченным системам, которые в среднем однородны [7–10] или

периодичны [5,12]. В отличие от электронных [13,14], звуковых [15] и других скалярных волн электромагнитные волны имеют поляризацию, и их характер существенно меняется из-за взаимодействия с резонансными состояниями среды. Оба эффекта могут существенно влиять на локализацию фотонов, что важно для управления процессом локализации. При наличии принципиально неоднородного беспорядка резонансная локализация света изучалась в области спектра экситонов [16], объемных экситон-поляритонов [17] и поверхностных плазмон-поляритонов [18]. Эффекты резонансной локализации света в одномерно неупорядоченных системах, по-видимому, не изучались систематически (см. [11]).

Цель данной работы — теоретическое исследование спектральных особенностей оптической локализации в системах случайно расположенных слоев (квантовых ям), которые латерально однородны и обладают квазидвумерными оптическими возбуждениями. Основные результаты получены в модели дельта-функциональной экситонной поляризации слоев. Они заключаются в предсказании поляритонной структуры электромагнитного поля в неупорядоченной структуре с квантовыми ямами и в вычислении длины резонансной андерсоновской локализации поляритонов. Модель дельта-функциональной экситонной поляризации одномерно неупорядоченных структур с квантовыми ямами вводится в разд. 1. Для этой модели в разд. 2 формулируются уравнения теории многократного рассеяния света, в разд. 3 обсуждаются характеристики распространения поляритонов, соответствующих среднему полю. В разд. 4 строится общая те-

ория распространения и одномерной локализации экситонных поляритонов, в разд. 5 обсуждаются резонансные особенности локализации.

1. Модель резонансной поляризации квантовых ям

Для электронов одной из наиболее содержательных считается модель, в которой потенциал представлен дельта-функционными рассеивателями [13]. В этом разделе формулируется аналогичная модель электромагнитных рассеивателей (квантовых ям), представляя их диэлектрическую поляризацию дельта-функционными вкладами. Введение такой модели для структур с квантовыми ямами аргументируется следующим: 1) ширина потенциальных ям в условиях размерного квантования носителей заряда мала по сравнению с длиной волны света, 2) поля индуцированной поляризации разных квантовых ям не перекрываются, 3) в теории [4,19–22] оптические наблюдаемые величины (коэффициенты отражения, пропускания и т.д.) выражаются через параметры, полученные в результате пространственного усреднения характеристик низкоразмерного экситона. Эти параметры слабо зависят от деталей распределения экситонной поляризации, поэтому при обработке данных опыта они обычно считаются феноменологическими величинами.

Далее изучим распространение световых волн в среде с фоновой диэлектрической проницаемостью ε_b , где расположена неупорядоченная структура с квантовыми ямами. Ямы перпендикулярны оси z , а их положения вдоль этой оси случайны. Будем рассматривать волны с линейной поляризацией s , которые имеют только одну компоненту электрического поля $\mathbf{E} = E \cdot \mathbf{e}_y$, где \mathbf{e}_y — орт декартовой оси y . В соответствии с [19–21] введем для фурье-компонент индуцированной диэлектрической поляризации $\mathbf{P} = P \cdot \mathbf{e}_y$ латерально однородных квантовых ям материальное уравнение

$$4\pi k_0^2 P(z; \kappa, \omega) = 2k \sum_{n=1}^N \chi_n^{(0)}(\omega) \delta(z - z_n) E(z; \kappa, \omega), \quad (1)$$

где $\chi_n^{(0)}(\omega)$ — компонента тензора восприимчивости n -й квантовой ямы, $k_0 = \omega/c$, ω — частота, c — скорость света в вакууме, $z = z_n$ — средняя плоскость ямы, N — число ям. В (1) $\kappa = \sqrt{\varepsilon_b} k_0 \sin \theta$ — величина тангенциальной составляющей волнового вектора монохроматической волны вида $E(\mathbf{r}, t) = E(z; \kappa, \omega) \exp(i\kappa x - i\omega t)$, θ — угол падения.

В случае s -поляризованной волны при учете соотношения (1) уравнения Максвелла для электрического поля $E(z)$ и функции Грина $G(z, z')$ принимают вид

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} + k^2 + 2k \sum_{n=1}^N \chi_n^{(0)}(\omega) \delta(z - z_n) \right] \times \{E(z; \kappa, \omega), G(z, z'; \kappa, \omega)\} = \{0, -\delta(z - z')\}, \quad (2)$$

где $k = \sqrt{\varepsilon_b k_0^2 - \kappa^2}$. При $z = z_n$ используются граничные условия

$$E(z_n^+) = E(z_n^-), \quad \left. \frac{dE}{dz} \right|_{z_n^+} - \left. \frac{dE}{dz} \right|_{z_n^-} = -2k \chi_n^{(0)} E(z_n) \quad (3)$$

для поля $E(z)$ и такие же граничные условия по z для функции Грина $G(z, z')$, где $z_n^\pm = z_n \pm 0$ (здесь и далее параметр κ явно не указывается).

В отсутствие ям ($\chi_n^{(0)} = 0$) из (2) следуют уравнения

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} + k^2 \right) \{E^{(0)}(z), G^{(0)}(z - z')\} = \{0, -\delta(z - z')\}. \quad (4)$$

Решением второго из уравнений (4) является однофотонная функция Грина $G^{(0)}(z - z') = i/(2k) \exp(ik|z - z'|)$ для однородной среды. С учетом (4) уравнение (2) представляется в следующих эквивалентных формах:

$$\begin{aligned} E(z) - E^{(0)}(z) &= 2k \sum_{n=1}^N G^{(0)}(z - z_n) \chi_n^{(0)} E(z_n) \\ &= 2k \sum_{n=1}^N G^{(0)}(z - z_n) \chi_n E^{(0)}(z_n), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\chi_n = \chi_n^{(0)}/(1 - i\chi_n^{(0)})$. Как следует из (2) или (5), поле между n -й и $(n + 1)$ -й ямами ($z_n < z < z_{n+1}$) представляется в виде

$$E(z) = A_n \exp[ik(z - \tilde{z}_n)] + B_n \exp[-ik(z - \tilde{z}_n)] \quad (6)$$

(соответствующие амплитуды слева от ямы с $n = 1$ равны A_0 и B_0). Координата $\tilde{z}_n = (z_{n+1} + z_n)/2$ внутри структуры определяет правую границу области, в которую при разупорядочении сверхрешетки переходит ее n -я ячейка Вигнера–Зейтца.

Амплитуды поля (6) справа и слева от n -й ямы связаны матрицей переноса $\hat{\Lambda}(n)$, которая определяется соотношением

$$\begin{pmatrix} A_n \\ B_n \end{pmatrix} = \hat{\Lambda}(n) \begin{pmatrix} A_{n-1} \\ B_{n-1} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Из уравнений (5) и (6) находим, что

$$\hat{\Lambda}(n) = \frac{1}{t_n} \begin{pmatrix} (t_n^2 - r_n^2) \exp(i\Theta_n) & r_n \exp(i\Psi_n) \\ -r_n \exp(-i\Psi_n) & \exp(-i\Theta_n) \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где $\Theta_n = k(z_{n+1} - z_{n-1})/2$, $\Psi_n = k(z_{n+1} - 2z_n + z_{n-1})/2$. Коэффициенты отражения $r_n = i\chi_n$ и пропускания $t_n = 1 + r_n = 1 + i\chi_n$ получаются из уравнений (2) и (3) для одиночной n -ямы, централизованной в плоскости $z = 0$.

Чтобы придать определенный смысл модели, введенной с помощью феноменологического выражения (1), используем результаты микроскопической теории [19–21]. Для квазидвумерного экситона n -й кванто-

вой ямы, имеющего частоту возбуждения $\bar{\omega}_n$, в уравнениях (1) и (5) введем компоненту экситонной восприимчивости

$$\chi_n^{(0)}(\omega) = \frac{\Gamma_n / \cos \theta}{\bar{\omega}_n - \omega - i\gamma},$$

которая проявляется в s -поляризованном свете. При переходе ко второму равенству в (5) получаем

$$\chi_n(\omega) = \frac{\Gamma_n / \cos \theta}{\omega_n - \omega - i(\gamma + \Gamma_n / \cos \theta)}. \quad (9)$$

Частота $\bar{\omega}_n$ учитывает размерное квантование носителей и их кулоновское взаимодействие, а ω_n включает также и радиационный сдвиг, γ и $\Gamma_n / \cos \theta$ — скорости нерадиационного и радиационного затухания экситона, причем Γ_n не зависит от θ [20,21]. При учете (9) в матрице переноса (8) стоят следующие выражения для коэффициентов отражения и пропускания света:

$$r_n(\omega) = \frac{i\Gamma_n / \cos \theta}{\omega_n - \omega - i(\gamma + \Gamma_n / \cos \theta)},$$

$$t_n(\omega) = \frac{\omega_n - \omega - i\gamma}{\omega_n - \omega - i(\gamma + \Gamma_n / \cos \theta)}. \quad (10)$$

В случае одинаковых квантовых ям используются формулы (9) и (10) с обозначениями

$$\chi_n = \chi, \quad r_n = r, \quad t_n = t, \quad \omega_n = \omega_0, \quad \Gamma_n = \Gamma_0. \quad (11)$$

Если такие ямы образуют сверхрешетку с периодом d , то $z_n = dn$, и матрица (8) для отдельной ямы принимает вид

$$\hat{\Lambda} = \frac{1}{t} \begin{pmatrix} (t^2 - r^2) e^{ikd} & r \\ -r & e^{-ikd} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Величины (10) и (12), полученные на основе уравнений (1), (9), определяют наблюдаемые характеристики электромагнитного переноса. Указанные величины по буквенно совпадают с результатами микроскопической теории [21,22], полученными для квазидвумерных экситонов при использовании вместо (1) нелокального соотношения материальной связи [19,20]. Это означает, что в описании распространения света в структурах с квантованными ямами сформулированная выше феноменологическая модель эквивалентна микроскопическим моделям [19–22]. К аналогичным выводам приходим и в случае p -поляризованных волн, рассматривая уравнения типа (1)–(3) с двухкомпонентной восприимчивостью и иными граничными условиями, чем (3); полученные величины χ , r и t отличаются от (9) и (10) наличием двух экситонных резонансов [21].

Электромагнитное уравнение (2), (3) формально совпадает с уравнением Шредингера для электронов в одномерной модели дельта-функционных потенциалов [13]. Однако свойства оптических рассеивателей значительно сложнее, чем электронных: восприимчивости (9) зависят от частоты и всегда комплексны, так как параметр радиационного затухания Γ_n , являющийся мерой

экситон-фотонного взаимодействия, принципиально не может быть сделан сколь угодно малым. Отсутствие электронных аналогов этим свойствам ограничивает применимость для решения оптической задачи сравнительно простых методов теории одномерного рассеяния электронов [13,14], в частности тех, которые используют симметрию относительно обращения времени. Далее для построения аналитической теории локализации используем самосогласованный диаграммный метод [23], применявшийся к одномерным системам в ряде работ [10,11,15].

2. Задача многократного рассеяния

Основой для построения теории многократного рассеяния служит однофотонная функция Грина $G(z, z')$, которая является решением второго из уравнений (2). Для неупорядоченной структуры с квантовыми ямами интегральное уравнение, эквивалентное указанному дифференциальному уравнению, сформулируем в терминах функций Грина

$$G(q, q') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dz dz' G(z, z') \exp(-iqz + iq'z') \quad (13)$$

в представлении волновых чисел q и q' .

Следуя [10,11,15], из уравнения (4) (уравнения (2) с $\chi_n^{(0)} = 0$) для однофотонной функции Грина однородной среды находим

$$G^{(0)}(q, q') = 2\pi\delta(q - q') G^{(0)}(q),$$

$$G^{(0)}(q) = (q^2 - k^2 - i0)^{-1}, \quad (14)$$

где $k = k(\omega)$. При наличии одиночной n -й квантовой ямы в положении $z_n = 0$ получаем однофотонную функцию Грина

$$G^{(n)}(q, q') = G^{(0)}(q) [2\pi\delta(q - q') - 2ikr_n G^{(0)}(q')]. \quad (15)$$

Для элементов T -матрицы, которые определяются интегральным соотношением [11,15]

$$G^{(n)}(q, q') = 2\pi\delta(q - q') G^{(0)}(q) + G^{(0)}(q) T_n(q, q') G^{(0)}(q'), \quad (16)$$

из (15) следует выражение

$$T_n(q, q') = -2ikr_n = 2k\chi_n. \quad (17)$$

Существенно, что величины (17) не зависят от q и q' , так как вклад каждой ямы в поляризацию (1) является дельта-функционным.

Заметим, что при условии (17) оптическая теорема для рассеяния на n -й квантовой яме может быть выражена в формально таком же виде

$$\text{Im } T_n(k, k) = \frac{1}{4k} (|T_n(k, k)|^2 + |T_n(-k, k)|^2) + kA_n, \quad (18)$$

как для модели толстых рассеивающих слоев [10,11]. В (18) величина

$$A_n = 1 - |r_n|^2 - |t_n|^2 = -2(\operatorname{Re} r_n + |r_n|^2) \quad (19)$$

обозначает поглощательную способность квантовой ямы.

В рамках теории многократного рассеяния [24] для однофотонной функции Грина в структуре с квантовыми ямами получаем интегральное уравнение

$$G(q, q') = G^{(0)}(q) \left[2\pi\delta(q - q') + \sum_{n=1}^N \int \frac{dq''}{2\pi} T_n(q, q'') e^{-i(q-q'')z_n} G(q'', q') \right]. \quad (20)$$

Оно справедливо для структур с произвольной одномерной (линейной) концентрацией числа квантовых ям $\nu = N/L$ ($N \gg 1$, L — толщина образца), причем в общем случае случайными могут быть как восприимчивости $\{\chi_n\}$, так и положения ям $\{z_n\}$. Далее ограничимся рассмотрением „разреженных“ структур с $\nu/k \ll 1$ ($2\pi/k$ — длина волны света), которые предшествуют формированию фотонных кристаллов и короткопериодных сверхрешеток при увеличении ν .

3. Поляритонная структура среднего поля

Чтобы решать на основе уравнения (20) задачу о распространении света, упростим модель: будем считать квантовые ямы одинаковыми, при этом в соответствии с (11) величины T_n в (17)–(20) не зависят от номера ямы n . Координаты квантовых ям $\{z_n\}$ — случайные величины, распределенные вдоль оси z структуры некоррелированно и в среднем однородно с концентрацией ν (среднее расстояние между ямами равно $1/\nu$). В неограниченной среде ($N \rightarrow \infty$) усредненная однофотонная функция Грина $\langle G(z - z') \rangle$ трансляционно-инвариантна (скобки $\langle \dots \rangle$ обозначают усреднение по положениям ям $\{z_n\}$). Фурье-преобразование функции $\langle G(z - z') \rangle$ удовлетворяет условию

$$\langle G(q, q') \rangle = 2\pi\delta(q - q') \langle G(q) \rangle. \quad (21)$$

В низшем приближении по концентрации $\nu \ll k$ из (20) получаем

$$\langle G(q) \rangle = 1/(q^2 - k^2 - \Sigma(q)), \quad \Sigma(q) = \nu T(q, q) = -2ik\nu r. \quad (22)$$

Обратное преобразование Фурье усредненной однофотонной функции (21) с учетом (22) дает выражение

$$\langle G(z - z') \rangle = \frac{i}{2\bar{k}} \exp(i\bar{k}|z - z'|) \quad (23)$$

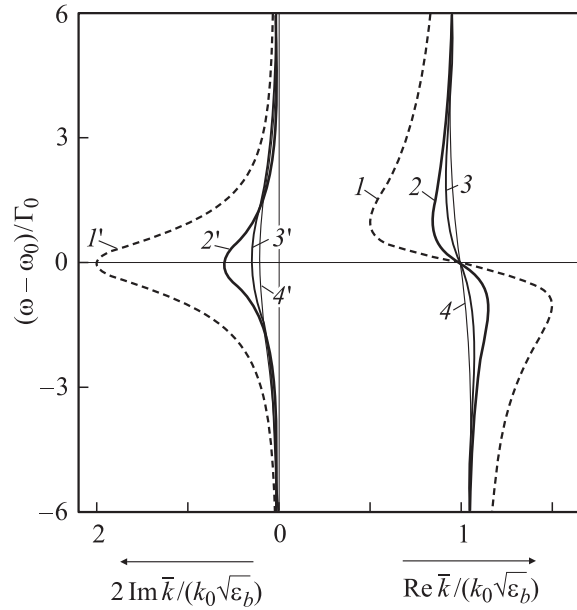


Рис. 1. Безразмерные закон дисперсии $\operatorname{Re} \bar{k}(\omega)/(k_0\sqrt{\epsilon_b})$ (кривые 1–4) и параметр затухания $2 \operatorname{Im} \bar{k}(\omega)/(k_0\sqrt{\epsilon_b})$ (кривые 1'–4') электромагнитных волн в зависимости от $(\omega - \omega_0)/\Gamma_0$ при $\theta = 0$. Вычислено по формулам (25) и (26) при следующих значениях параметров $\{\nu/(k_0\sqrt{\epsilon_b}); \gamma/\Gamma_0\}$: 1, 1' — {1; 0}, 2, 2' — {0.3; 0}, 3, 3' — {0.3; 1}, 4, 4' — {0.3; 2}.

по форме такое же, как решение уравнения (4) для однородной среды. В (23)

$$\bar{k}(\omega) = \sqrt{k^2 - 2ik\nu r} \approx k - i\nu r \quad (24)$$

имеет смысл комплексной характеристики распространения среднего поля (23), возбужденного внешней поляризацией в плоскости $z = z'$. Подставив $r(\omega)$ вида (10) в (24), находим

$$\operatorname{Re} \bar{k}(\omega) = k \left(1 + \frac{\nu}{k} \frac{(\omega_0 - \omega)\Gamma_0/\cos\theta}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma + \Gamma_0/\cos\theta)^2} \right), \quad (25)$$

$$\operatorname{Im} \bar{k}(\omega) = \nu \frac{(\gamma + \Gamma_0/\cos\theta)\Gamma_0/\cos\theta}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma + \Gamma_0/\cos\theta)^2}. \quad (26)$$

Формула (25) выражает закон дисперсии усредненного поля s -поляризованной электромагнитной волны, а (26) — ее эффективный коэффициент затухания в неупорядоченной структуре с квантовыми ямами. Существенно, что волна (23) затухает в пространстве ($\operatorname{Im} \bar{k}(\omega) \neq 0$) даже в отсутствие диссипативного затухания экситонов, т. е. при $\gamma \rightarrow 0$. Это — проявление ослабления (экстинкции) среднего светового потока $|\langle G(z) \rangle|^2$ на характерной длине $\sim 1/(2 \operatorname{Im} \bar{k}(\omega))$, которое обусловлено рассеянием света на случайно расположенных слоях. Из-за малой концентрации рассеивателей ($\nu \ll k$) величины (25) и (26) удовлетворяют условию слабого затухания $\operatorname{Im} \bar{k}(\omega)/|\operatorname{Re} \bar{k}(\omega)| \sim \nu/k \ll 1$.

На рис. 1 представлены результаты расчета величин $\text{Re } \bar{k}(\omega)$ из (25) и $2\text{Im } \bar{k}(\omega)$ из (26). Дисперсионные кривые вблизи экситонной частоты ω_0 имеют вид, типичный для поляритонов. Как в сверхрешетках [22], поляритонный эффект в нашей разупорядоченной структуре, однородной в среднем, обусловлен взаимодействием электромагнитной волны с квазидвумерными экситонами разных ям, которые имеют одинаковую частоту ω_0 . Согласно (25) и (26), этот эффект при $\theta = 0$ определяется параметром экситон-фотонного взаимодействия $(v/k)\Gamma_0/(\gamma + \Gamma_0)$, где $\Gamma_0/(\gamma + \Gamma_0) < 1$ и $v/k \ll 1$. Максимальная величина поляритонного эффекта $\max_{\omega} [\text{Re } \bar{k}(\omega)/k(\omega) - 1] = (v/k)\Gamma_0/[2(\gamma + \Gamma_0)] \leq (1/2)(v/k)$ достигается при $\omega = \omega_0 \pm (\gamma + \Gamma_0)$.

4. Вычисление длины андерсоновской локализации света

Рассмотрим процесс многократного рассеяния электромагнитных волн в описанной выше неупорядоченной структуре с квантовыми ямами и вычислим длину андерсоновской локализации, следуя [10,11,23]. Пусть электромагнитное поле возбуждается в момент времени $t = 0^+$ источником тока (поляризации) вида $\sim \mathbf{e}_y \delta(z) \delta(t - 0^+)$. После этого каждая монохроматическая компонента поля с частотой ω испытывает одномерное многократное упругое рассеяние на разупорядоченной цепочке квантовых ям (частота ω лежит в области непрерывного электромагнитного спектра при отсутствии рассеивателей). Далее рассмотрим распространение волн вдоль оси z , т.е. под углом $\theta = 0$, при котором нет разницы между поляризациями s и p . Пространственно-временное распределение энергии возбуждения

$$W(t, z) = \int \frac{d\omega}{2\pi} W_{\omega}(t, z) = \int \frac{d\omega}{2\pi} \int \frac{d\Omega dQ}{(2\pi)^2} \exp(-i\Omega t + iQz) w_{\omega}(\Omega, Q) \quad (27)$$

определяется спектральной плотностью

$$w_{\omega}(\Omega, Q) = \int \frac{dq dq'}{(2\pi)^2} K_{\omega}(q, q') = \iint \frac{dq dq'}{(2\pi)^2} \frac{1}{L} \langle G_{\omega_+}(q_+, q'_+) G_{\omega_-}^*(q_-, q'_-) \rangle. \quad (28)$$

Здесь $G_{\omega}(q, q')$ — однофотонная функция Грина (20), $K_{\omega}(q, q')$ — двухфотонная функция Грина, усредненная по положениям ям $\{z_n\}$,

$$\omega_{\pm} = \omega \pm \Omega/2, \quad q_{\pm} = q \pm Q/2. \quad (29)$$

Андерсоновская локализация является результатом конструктивной интерференции волн, проходящих в противоположных направлениях одну и ту же совокупность

случайно расположенных рассеивателей [1]. При локализации возбуждения с частотой ω входящая в (27) плотность энергии удовлетворяет условию

$$\lim_{t \rightarrow \infty} W_{\omega}(t, z) \sim \exp\{-|z|/\xi(\omega)\}, \quad (30)$$

где $\xi(\omega)$ — длина локализации. Отсюда следует один из критериев андерсоновской локализации [13]: при $t \rightarrow \infty$ должна быть конечной величина $W_{\omega}(t, z = 0)$ из (30), чему эквивалентно условие конечности фурье-образа $-i\Omega w_{\omega}(\Omega, z = 0)$ в пределе $\Omega \rightarrow 0$ [25].

Вычислим длину андерсоновской локализации фотонов в структуре с квантовыми ямами самосогласованным диаграммным методом [23]. Как и выше, исходим из уравнения (20); считаем, что концентрация ям мала ($v/k \ll 1$); и предполагаем, что система трансляционно инвариантна в среднем. Общее решение аналогичной задачи для слоистых сред было дано в [10,11], поэтому ограничимся краткой формулировкой необходимых результатов.

Входящая в выражение (28) усредненная двухфотонная функция Грина $K_{\omega}(q, q')$ удовлетворяет уравнению Бете–Солпитера

$$K_{\omega}(q, q') = \langle G_{\omega_+}(q_+) \rangle \langle G_{\omega_-}^*(q_-) \rangle \times \left[2\pi \delta(q - q') + \int \frac{dq''}{2\pi} U_{\omega}(q, q'') K_{\omega}(q'', q') \right], \quad (31)$$

где $U_{\omega}(q, q')$ — неприводимая вершинная часть. При записи (31) учтены представления (21) и (22). Определим величины

$$F_m(\omega; \Omega, Q) = \int \frac{dq dq'}{(2\pi)^2} q^m K_{\omega}(q, q') \quad (32)$$

с $m = 0$ и 1 , из которых первая $F_0(\omega; \Omega, Q) = w_{\omega}(\Omega, Q)$ имеет смысл фурье-преобразования плотности энергии, а вторая $F_1(\omega; \Omega, Q)$ — потока энергии. В низших порядках по пространственной Q и временной Ω спектральным переменным на основе (29), (31) и (32) находим систему уравнений

$$\Omega F_0 - Q \frac{c^2}{\varepsilon_b \omega} F_1 = \frac{i}{2\bar{k}'} \frac{c^2}{\varepsilon_b \omega}, \quad (33)$$

$$Q F_0 - \frac{i}{2(\bar{k}')^3} (J[U] - I[\Sigma]) F_1 = 0. \quad (34)$$

Здесь явно указана переменная $\bar{k}' \equiv \text{Re } \bar{k}(\omega)$ с $\theta = 0$ из (25), чтобы подчеркнуть поляритонный характер распространения, и введены следующие обозначения:

$$I[\Sigma] = \int \frac{dq}{2\pi} q^2 \Delta \Sigma_{\omega}(q) \Delta \langle G_{\omega}(q) \rangle \approx -2v\bar{k}' \text{Im } T_{\omega}(\bar{k}', \bar{k}'), \quad (35)$$

$$J[U] = \int \frac{dq}{2\pi} \int \frac{dq'}{2\pi} q \Delta \langle G_{\omega}(q) \rangle U_{\omega}(q, q') \Delta \langle G_{\omega}(q') \rangle q', \quad (36)$$

где

$$\Delta\langle G_\omega(q) \rangle = \langle G_{\omega_+}(q_+) \rangle - \langle G_{\omega_-}^*(q_-) \rangle, \quad (37)$$

$$\Delta\Sigma(q) = \Sigma_{\omega_+}(q_+) - \Sigma_{\omega_-}^*(q_-) \approx 2i \operatorname{Im} \Sigma_\omega(q). \quad (38)$$

При выводе (34) использовано также тождество

$$\int \frac{dq}{2\pi} \Delta\langle G_\omega(q) \rangle \left[\Delta\Sigma_\omega(q) - \int \frac{dq'}{2\pi} U_\omega(q, q') \Delta\langle G_\omega(q') \rangle \right] = 0.$$

Из системы уравнений (33) и (34) для функции F_0 находим выражение

$$w_\omega(\Omega, Q) = \frac{1}{2\bar{k}'} \frac{c^2}{\varepsilon_b \omega} \left(\frac{1}{-i\Omega + DQ^2} \right), \quad (39)$$

которое является (Ω, Q) -представлением Фурье для решения уравнения диффузии. Коэффициент диффузии

$$D = 2(\bar{k}')^3 \frac{c^2}{\varepsilon_b \omega} \frac{1}{J[U] - I[\Sigma]} \quad (40)$$

определяется функциями Σ и U , первая из которых определяется формулой (22).

В случае одинаковых квантовых ям для неприводимой вершинной части в низшем приближении по $v/k \ll 1$ получаем

$$U_\omega^B(q, q') = v T_{\omega_+}(q_+, q'_+) T_{\omega_-}^*(q_-, q'_-), \quad (41)$$

причем величина $T_\omega(q, q')$ определяется формулой (17) с коэффициентом отражения $r_n = r(\omega)$. Результат (41) получен путем суммирования „лестничных“ диаграмм, т.е. в приближении Больцмана, которое учитывает процессы некогерентного рассеяния [11,15,23]. При учете (35)–(38) и (41) выражение (40) приводится к виду

$$D^B = \frac{1}{2v} \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_b}} \frac{1}{|\operatorname{Re} r|} \quad (42)$$

(здесь и далее учитывается, что $\bar{k}' \approx k$). Функция (39), где в качестве D стоит (42), обладает свойством $-i\Omega w_\omega(\Omega, Q) \rightarrow 0$ при $\Omega \rightarrow 0$. Согласно введенному выше критерию локализации, в больцмановском приближении локализация отсутствует, а электромагнитное возбуждение испытывает диффузионное расплывание по оси z структуры, определяемое коэффициентом (42).

При андерсоновской локализации характер распространения волн отличен от диффузионного вследствие конструктивной интерференции, которая описывается максимально пересекающимися („верными“) диаграммами [11,15,23]. При слабом поглощении (в идеале при наличии инвариантности относительно обращения времени) суммирование этих диаграмм дает поправку

$$\Delta U_\omega(q, q') = 8 \frac{k^3 c^2}{\omega \varepsilon_b} \frac{v^2 (\operatorname{Re} r)^2}{-i\Omega + D^B (q + q')^2} \quad (43)$$

к величине U^B . Функция (43) сингулярна при $\Omega \rightarrow 0$, если $q \approx -q'$, что свидетельствует о выделенности процесса рассеяния назад. При этом условии подстановка $U^B + \Delta U$ в (40) в качестве U приводит к соотношению

$$\frac{1}{D} = \frac{1}{D^B} + \frac{1}{2\omega^2} \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_b}} J[\Delta U]. \quad (44)$$

Как в [11,15,23], проведем самосогласование задачи, для чего заменим в выражении (43) (в интеграле $J[\Delta U]$ из (44)) коэффициент диффузии D^B точным значением D . Задав предел P_m интегрирования по $P = q + q'$ в $J[\Delta U]$, для определения коэффициента диффузии D получаем уравнение

$$D + \frac{2}{\pi} \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_b}} \sqrt{\frac{iD}{\Omega}} \operatorname{arctg} \left(P_m \sqrt{\frac{iD}{\Omega}} \right) = D^B. \quad (45)$$

В низшем приближении по Ω это уравнение имеет решение

$$D(\omega) = -i\Omega \xi^2(\omega). \quad (46)$$

При условии (46) фурье-преобразование $w_\omega(\Omega, z) \sim (-i\Omega \xi)^{-1} \exp(-|z|/\xi)$ по Q выражения (39) обеспечивает конечность величины $-i\Omega w_\omega(\Omega, z = 0)$ в пределе $\Omega \rightarrow 0$. Следовательно, критерий локализации выполнен, а величина $\xi(\omega)$ является длиной андерсоновской локализации фотонов. Безразмерная длина локализации $X = \xi P_m$ удовлетворяет уравнению

$$X \operatorname{arctg}(X) = \frac{\pi}{2} \frac{\sqrt{\varepsilon_b} D^B}{c} P_m, \quad (47)$$

которое следует из (45) при учете (46). Естественно считать, что по порядку величины P_m равно обратной гидродинамической длине, т.е. $P_m = 1/l_D$, где

$$l_D = \frac{\sqrt{\varepsilon_b} D^B}{c} = \frac{1}{2v|\operatorname{Re} r|}. \quad (48)$$

При этом решение уравнения (47) принимает вид

$$\xi \approx 1.567 l_D \approx \frac{0.78}{v|\operatorname{Re} r|}. \quad (49)$$

В следующем разделе обсудим частотный спектр длин локализации (49).

5. Особенности резонансной локализации света

Правая часть выражения (49) может резонансным образом зависеть от частоты через коэффициент отражения $r(\omega) = i\chi(\omega)$. Наличие резонанса у случайных рассеивателей — важная особенность электромагнитной модели (1): одноэлектронные дельта-функциональные потенциалы не зависят от энергии. Другая важная черта фотонной модели — это наличие конечной скорости спонтанного распада оптических возбуждений, вследствие чего функция отклика $\chi(\omega)$ комплексна и ограничена по величине. Резонансные эффекты локализации фотонов обсудим для моделей $\chi(\omega)$, соответствующих квазидвумерным экситонам и лоренцевым осцилляторам.

5.1. Экситонные поляритоны. При учете экситонной функции отклика (9) выражение (49) для длины

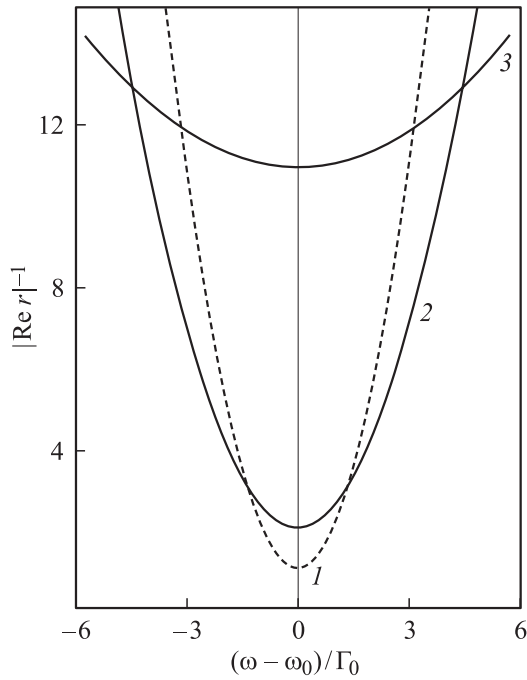


Рис. 2. Величина $|\text{Re } r|^{-1}$ (безразмерная длина локализации $\xi v/0.78$) как функция $x = (\omega - \omega_0)/\Gamma_0$ для структур со случайно расположенными квантовыми ямами, обладающими квазидвумерным экситоном с частотой ω_0 . Вычислено по формуле (51) при следующих значениях параметра $g = \gamma/\Gamma_0$: 0 (1), 1 (2) и 10 (3).

одномерной локализации фотонов в неупорядоченной последовательности квантовых ям принимает вид

$$\xi(\omega) = \frac{0.78}{v} \frac{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma + \Gamma_0)^2}{\Gamma_0(\gamma + \Gamma_0)}. \quad (50)$$

Длина локализации (50) сравнима с длиной экстинкции $1/(2\text{Im } \tilde{k}(\omega)) = 1/(2v|\text{Re } r|)$ из (26) и гидродинамической длиной l_D из (48), причем все три длины имеют одинаковую частотную зависимость (50).

Примем величину входящей в (9) скорости радиационного распада Γ_0 за масштаб энергии (обращение этого параметра в нуль лишнего физического смысла, так как при этом исчезают оптические эффекты). Для управления шириной экситонного резонанса в структурах с квантовыми ямами удобен параметр нерадиационного затухания экситонов γ , который в отличие от Γ_0 меняется в широких пределах при варьировании температуры образца. На рис. 2 для квантовой ямы показан общий вид функции $1/|\text{Re } r(\omega)|$, выраженной в безразмерной форме

$$|\text{Re } r|^{-1} = (1 + g)^{-1} [x^2 + (1 + g)^2], \quad (51)$$

где $x = (\omega - \omega_0)/\Gamma_0$ и $g = \gamma/\Gamma_0$. Согласно (50), вдали от резонанса ($|\omega - \omega_0|/\Gamma_0 \gg 1$) длина локализации $\xi(\omega) \approx (1/v)(\omega - \omega_0)^2/[\Gamma_0(\gamma + \Gamma_0)]$ существенно превышает среднее расстояние между рассеивателями $1/v$.

Своего минимального значения $\xi(\omega)$ достигает в поляритонной области, причем в резонансе ($\omega = \omega_0$) она уменьшается до $\xi(\omega_0) \approx (1/v)(1 + \gamma/\Gamma_0)$. Из выражений (50), (51) и рис. 2 следует, что характер резонансного уменьшения длины локализации в зависимости от $x = (\omega - \omega_0)/\Gamma_0$ существенно зависит от отношения $g = \gamma/\Gamma_0$. Наиболее глубокий минимум достигается на штриховой кривой (рис. 2), которая соответствует отсутствию диссипативного затухания ($\gamma \rightarrow 0$). При увеличении параметров γ и/или Γ_0 резонансный провал в зависимости $\xi(\omega)$ расширяется, а длина локализации в минимуме возрастает.

5.2. Модель лоренцевых осцилляторов. Для сравнения рассмотрим модель одинаковых слоев толщиной a , которые случайно распределены вдоль оси z с концентрацией $v \ll k$. Диэлектрическая проницаемость вне слоев равна ϵ_1 , а внутри слоев имеет вид

$$\epsilon_2(\omega) = \epsilon_b + \frac{\Omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}. \quad (52)$$

Эта функция относится к модели лоренцевых осцилляторов, для которых ω_0 — частота, γ^{-1} — время релаксации, а величина Ω^2 , пропорциональная силе осциллятора, является мерой его взаимодействия со светом. Функция отклика (52) может описывать объемные экситоны со слабой пространственной дисперсией или полярные оптические фононы (в случае $\theta = 0$ интерфейсные фононы несущественны).

Для тонкого ($a \ll c/\omega_0 \lesssim c/\Omega$) слоя получаем коэффициент отражения света

$$\tilde{r} = \frac{i\sqrt{\epsilon_1}\omega a}{2c} \left(\frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_1} \right), \quad (53)$$

при этом выполнено соотношение $\tilde{r} = 1 + \tilde{r}$. Используя результаты работы [11], с учетом (52) и (53) при $\epsilon_1 = \epsilon_b$ получаем для длины локализации выражение

$$\tilde{\xi}(\omega) = \frac{\sqrt{\pi}}{v} \left(\frac{c}{\omega a} \right)^{3/2} \frac{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (\omega\gamma)^2}{\Omega^3 \sqrt{\omega\gamma}}. \quad (54)$$

В резонансе $\omega = \omega_0$ эта величина принимает свое минимальное значение $\tilde{\xi}(\omega_0) = (\sqrt{\pi}/v)(\Omega a/c)^{-3/2}(\gamma/\Omega)^{3/2}$, где $\gamma/\Omega \ll 1$ и $\Omega \lesssim \omega_0$. Вдали от резонанса ($\gamma \ll |\omega - \omega_0| < \omega_0$) длина локализации (54) имеет такую же зависимость от частоты $\tilde{\xi}(\omega) \approx (4\sqrt{\pi}/v) \times (\Omega a/c)^{-3/2}(\gamma/\Omega)^{-1/2}(\omega - \omega_0)^2/\Omega^2$, как (50), но существенно большую величину из-за условий $\Omega a/c \ll 1$ и $\gamma/\Omega \ll 1$.

В заключение отметим, что представленная выше теория частотно-зависимой локализации в принципе допускает обобщение и на двумерные плазмоны в случайно расположенных полупроводниковых квантовых ямах или атомарно тонких металлических слоях. Для плазмонов восприимчивость, входящая в соотношение (1), пропорциональна скорости их спонтанного излучения (квадрату плазменной частоты двумерного электронного

газа $\omega_p^2 \sim \sin\theta$). Как следствие, при $\theta = 0$ свет не взаимодействует с двумерными плазмонами. Поэтому для исследования индуцированной плазмонами локализации света требуется обобщение теории, изложенной в разд. 4, на произвольные углы падения света.

Представленные результаты показывают, что распространение света в низкоразмерных структурах с квантовыми ямами адекватно описывается в рамках модели слоев с дельта-функциональной диэлектрической поляризацией. Несмотря на формальную аналогию с моделями электронных „потенциалов нулевого радиуса“, электромагнитная модель имеет принципиальные физические отличия, а именно: экситонная восприимчивость (аналог электронного потенциала) зависит от частоты и включает в себя параметры излучательного и безызлучательного распада экситона. Как следствие резонансная восприимчивость экситонов, ответственная за возникновение индуцированной поляризации и рассеяние световых волн, является комплексной функцией частоты, ограниченной по величине.

На примере структур со случайно расположенными одинаковыми квантовыми ямами, обладающими квазидвумерными экситонами, показано, что вблизи частоты резонанса среднее поле имеет поляритонный характер. Рассеяние поляритонов определяет обусловленные беспорядком спектрально-зависимые эффекты экстинкции, многократного рассеяния и андерсоновской локализации световых волн в структуре. Длина локализации света в поляритонной области спектра значительно уменьшается вследствие резонансного увеличения рассеяния (отражения) света отдельными квантовыми ямами. Выше рассматривалась локализация при нормальном падении света, но можно надеяться, что основные выводы будут справедливы и при наклонном падении. Для структур с квантовыми ямами, как для других слоистых систем [5–11], поляризационные эффекты в одномерной локализации света представляют значительный интерес, так как в них возможно проявление существенно различных свойств *s*- и *p*-поляризованных волн. В частности, *p*-поляризованный свет взаимодействует с двумя экситонными резонансами (а не с одним, как *s*-поляризованный свет), что должно приводить к резонансному уменьшению длины локализации в двух указанных спектральных областях. Наконец, сильная зависимость скорости радиационного распада квазидвумерных оптических возбуждений от угла падения света должна выражаться в угловой зависимости длины локализации в области резонанса.

Список литературы

- [1] E. Burstein, C. Weisbuch / Ed. by Confined Electrons and Photons. New Physics and Applications. Plenum Press, N.Y. (1995).
- [2] J.D. Joannopoulos, R.D. Meade, J.N. Winn. Photonic crystals. Princeton Univ. Press, (1995).
- [3] Yu.A. Vlasov, M.A. Kaliteevski, V.V. Nikolaev. Phys. Rev. B **60**, 3, 1555 (1999).
- [4] Е.Л. Ивченко, А.И. Несвижский, С. Йорда. ФТТ **36**, 7, 2118 (1994).
- [5] X. Du, D. Zhang, X. Zhang, B. Feng, D. Zhang. Phys. Rev. B **56**, 1, 28 (1997).
- [6] D. Zhang, Z. Li, W. Hu, B. Cheng. Appl. Phys. Lett. **67**, 17, 2431 (1995).
- [7] J.E. Sipe, P. Cheng, B.S. White, M.H. Cohen. Phys. Rev. Lett. **60**, 2, 108 (1988).
- [8] K.M. Yoo, R.R. Alfano. Phys. Rev. B **39**, 9, 5806 (1989).
- [9] A.G. Aronov, V.M. Gasparian. Solid State Commun. **73**, 1, 61 (1990).
- [10] В.А. Кособукин. ФТТ **32**, 1, 227 (1990); **32**, 4, 1248 (1990).
- [11] V.A. Kosobukin. Phys. Stat. Sol. (b) **161**, 2, 405 (1990).
- [12] A.R. McGurn, K.T. Christensen, F.M. Mueller, A.A. Maradudin. Phys. Rev. B **47**, 20, 13120 (1993).
- [13] И.М. Лифшиц, С.А. Гредескул, Л.А. Пастур. Введение в теорию неупорядоченных систем. Наука, М. (1982).
- [14] Ю.Н. Демков, В.Н. Островский. Метод потенциалов нулевого радиуса в атомной физике. Изд-во ЛГУ, Л. (1975).
- [15] C.A. Condat, T.R. Kirkpatrick. Phys. Rev. B **33**, 5, 3102 (1986).
- [16] V.M. Agranovich, V.E. Kravtsov, I.V. Lerner. Phys. Lett. A **125**, 8, 435 (1987).
- [17] Z. Cheng, S.-W. Gu. Phys. Rev. B **41**, 5, 3128 (1990).
- [18] K. Arya, Z.B. Su, J.L. Birman. Phys. Rev. Lett. **54**, 14, 1559 (1985).
- [19] L.C. Andreani, F. Bassani. Phys. Rev. B **41**, 11, 7536 (1990).
- [20] Е.Л. Ивченко. ФТТ **33**, 8, 2388 (1991).
- [21] V.A. Kosobukin. Phys. Stat. Sol. (b) **208**, 1, 271 (1998).
- [22] В.А. Кособукин. ФТТ **34**, 10, 3107 (1992).
- [23] D. Vollhardt, P. Wolfle. Phys. Rev. B **22**, 10, 4666 (1980).
- [24] М. Гольдбергер, К. Ватсон. Теория столкновений. Мир, М. (1967).
- [25] М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. Наука, М. (1987). С. 486.