

# Влияние процессов фононного распада на формирование сигнала фононной неравновесности в кристаллах с двумя подсистемами ДУС

© Е.И. Саламатов

Физико-технический институт Уральского отделения Российской академии наук,  
426000 Ижевск, Россия

E-mail: salam@otf.fti.udmurtia.su

(Поступила в Редакцию 10 июля 2002 г.)

Теоретически изучен вопрос о влиянии процессов фононного распада на характерное время распространения и форму сигнала фононной неравновесности в неупорядоченных кристаллах, в том числе в кристаллах, содержащих неупругие центры рассеяния фононов. Особое внимание уделено „медленным“ процессам, характерным для твердых растворов иттрий-алюминиевых гранатов и алюминатов с примесью эрбия. Показано, что в этих системах температурная зависимость времени прихода сигнала фононной неравновесности может в значительной мере определяться фонон-фононными взаимодействиями. Результаты теоретических исследований сравниваются с экспериментальными данными по распространению слабонеравновесных тепловых фононов в твердых растворах редкоземельных иттрий-алюминиевых гранатов и алюминатов.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 00-02-17426, 01-02-96463).

Процесс распространения слабонеравновесных фононов, инжектируемых „теплым“ генератором  $S/T \ll 1$  ( $S$  — превышение температуры генератора над температурой термостата  $T$ ) в неупорядоченный кристалл, в общем случае определяется многими факторами, обусловленными схемой проведения эксперимента, дефектной структурой исследуемого объекта, а также свойствами его фононной подсистемы [1–4]. Исследованию роли фонон-фононного взаимодействия в процессах распространения фононов в неупорядоченных кристаллах посвящено немало теоретических и экспериментальных работ [5–9]. Сейчас хорошо известно, что в случае сильного ангармонизма режим распространения неравновесных фононов не является чисто диффузионным, т. е. не характеризуется квадратичной зависимостью времени прихода максимума сигнала фононной неравновесности на болометр от длины образца ( $t_m \sim L^2$ ). В работах [5–7] показано, что, если в ангармонических системах преобладают процессы распада фононов, т. е. числа заполнения неравновесных фононов  $n(\omega) \ll 1$ , в них реализуется режим квазидиффузии, при котором  $t_m \sim L^{10/9}$  [5]. Если же наряду с процессами распада существенны и процессы слияния фононов ( $n(\omega) \gg 1$ ), возможно установление режима нелокальной фононной теплопроводности, для которого  $t_m \sim L^{8/5}$  [7].

Эти зависимости получены в предположении, что дефекты в кристаллах являются центрами упругого рассеяния фононов. Цель данной работы — проведение аналогичного исследования в таких системах, в которых наряду с этим возможны неупругие процессы, связанные с центрами захвата неравновесных фононов. В предыдущей работе [10] предложена теоретическая модель для описания процесса распространения тепловых импульсов в твердых растворах  $Y_{3-x}Er_xAl_5O_{12}$ , центрами захвата фононов в которых являются парамагнитные атомы эрбия. В рамках этой модели удалось

объяснить сильное (до двух порядков) замедление процесса диффузионного распространения фононов в этих системах и описать основные аномалии в температурной и концентрационной зависимостях времени прихода сигнала на болометр. Эффекты фонон-фононного взаимодействия в [10] не учитывались, хотя отмечалось, что при „медленном“ распространении теплового импульса роль фонон-фононного взаимодействия должна быть более значительна, чем в случае только упругого рассеяния фононов, поскольку время прохождения теплового импульса становится сравнимо по величине с характерным временем жизни фононов, обусловленным их ангармонизмом. В данной работе в рамках предложенной в [10] модели исследуется роль фонон-фононного взаимодействия в формировании формы сигнала, времени его прихода на болометр в зависимости от длины образца, температуры и концентрации дефектов в системах с центрами захвата неравновесных фононов. Теоретические зависимости сравниваются с экспериментальными, полученными в твердых растворах иттриевых алюмогранатов и алюминатов.

## 1. Основные уравнения

Решение кинетического уравнения, описывающего процесс распространения импульса фононов с учетом фонон-фононного взаимодействия в общем виде, даже при весьма упрощающих предположениях получить невозможно. Для того чтобы описать этот эффект в рамках простой модели работы [10], нам придется сделать два основных приближения. Во-первых, будут рассмотрены только процессы распада тепловых фононов. Это оправдано тем, что в экспериментах, которые будут обсуждаться, всегда выполняется условие  $n(\omega) \ll 1$  ( $n(\omega)$  — число заполнения инжектируемых фононов).

Во-вторых, будем считать, что длинноволновые фононы, образующиеся в процессе распада тепловых фононов, распространяются баллистически и не вносят вклада в формирование диффузионного сигнала на болометре. Конечно, это приближение значительно грубее тех, которые сделаны в работах [5–7], но оно позволяет получить достаточно простые аналитические выражения для экспериментально наблюдаемых величин и проанализировать их зависимость от параметров задачи. Кроме того, далее будет показано, что сделанные приближения позволяют получить и количественное согласие с экспериментальными результатами.

После сделанных упрощений система кинетических уравнений для описания процессов распространения теплового импульса принимает вид

$$\begin{aligned} \partial n_q / \partial t + (\Gamma_a + \Gamma_{1,tq} + \Gamma_{2,tq} + \Gamma_L) n_q \\ = \Gamma_L n_{q0} + \Gamma_a n_{q0} + \Gamma_{1,tq} n_{q0} + \Gamma_{2,tq} n_{q0}, \\ \partial E_1 / \partial t = (1/2\pi)^3 \int \omega_q \Gamma_{1,tq} (n_q - n_{1,t0}) d^3 q, \\ \partial E_2 / \partial t = (1/2\pi)^3 \int \omega_q \Gamma_{2,tq} (n_q - n_{2,t0}) d^3 q. \end{aligned} \quad (1)$$

В отличие от [10] в настоящей работе рассматриваются кристаллы с двумя различными независимыми подсистемами ДУС, что характерно для твердых растворов  $Y_{3-x}Er_xAl_5O_{12}$  при промежуточных концентрациях атомов эрбия. В уравнениях (1)  $n_{q0}$ ,  $n_{i,t0}$  — равновесные числа заполнения фононов при температуре термостата и эффективной температуре ДУС  $i$ -подсистемы соответственно,  $E_i$  — энергия ДУС,  $\Gamma_{i,tq}$  — скорость рассеяния фононов на ДУС,  $\Gamma_L = -D_0 \partial^2 / \partial z^2$ ,  $D_0$  — коэффициент диффузии фононов, определяемый только упругим рассеянием фононов на дефектах,  $\Gamma_a$  — скорость распада тепловых фононов. Поскольку мы полагаем, что полученные в результате распада длинноволновые фононы сразу же уходят в гелиевую ванну, соответствующий член описывает просто убыль тепловых фононов за счет процессов распада.

После линеаризации уравнений (1) и Лаплас-Фурье-преобразования по схеме работы [10] схема кинетических уравнений принимает вид

$$\begin{aligned} (p + N_1 \Gamma_1 + N_2 \Gamma_2 + k^2 D_0 + \Gamma_a) S_q(p, k) \\ - N_1 \Gamma_1 S_{1t}(p, k) - N_2 \Gamma_2 S_{2t}(p, k) = S(0), \\ p + (c_p / c_{1t} \Gamma_1) S_{1t}(p, k) - (c_p / c_{1t} \Gamma_1) S_q(p, k) = 0, \\ p + (c_p / c_{2t} \Gamma_1) S_{2t}(p, k) - (c_p / c_{2t} \Gamma_2) S_q(p, k) = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $S_i$  — отклонение температуры подсистем ( $i = q, 1t, 2t$ ) от температуры термостата,  $N_i$  — концентрация ДУС  $i$ -сорта,  $\Gamma_i$  — скорость рассеяния фононов в расчете на один дефект сорта  $i$ ;  $c_p = 4\pi^4 (T/T_D)^3 / 5$  и  $c_{i,t} = (\Delta_i/T)^2 \exp(-\Delta_i/T) / (1 + \exp(-\Delta_i/T))^2$  — теплоемкости фононов и ДУС соответственно;  $\Delta_i$  — параметр

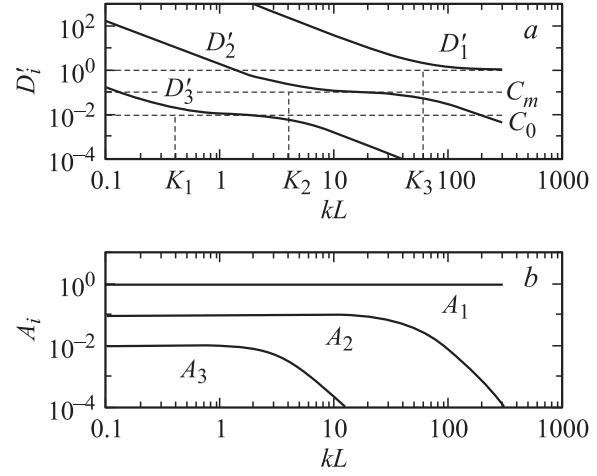


Рис. 1. Пространственная дисперсия эффективных коэффициентов диффузии (а) и весовых множителей (б).

ДУС,  $T_D$  — температура Дебая. При получении выражений (2) мы, как и в [10], пренебрегли зависимостью  $\Gamma_{iq}$  от  $q$  и ограничились линейным по концентрации дефектов  $N_i$  приближением.

Для фурье-образа решения системы (2) нетрудно получить

$$\begin{aligned} S_q(t, k) = A_1(k) e^{-D_2(k)k^2 t} + A_2(k) e^{-D_2(k)k^2 t} \\ + A_3(k) e^{-D_3(k)k^2 t}. \end{aligned}$$

Пространственная дисперсия эффективных коэффициентов диффузии и весовых множителей, полученных из численного решения характеристического уравнения системы (2), показана на рис. 1. В общем случае параметры  $A_i(k)$  и безразмерные коэффициенты диффузии ( $D'_i = D_i/D_0$ ) зависят от пяти параметров, аналогичных введенным в [10]:  $k_i^2 L^2 = 2t_0 \tau_i$ , где  $\tau_i$  — время релаксации фононов по отношению к распадам ( $i = a$ ) и к захвату подсистемами ДУС ( $i = 1, 2$ );  $C_i = c_p / (c_p + c_{it} N_i)$ . Особые точки, указанные на рисунке, выражаются через эти параметры следующим образом:

$$\begin{aligned} K_1 = k_a L, \quad K_2 = \sqrt{(k_a L)^2 + (k_2 L)^2}, \\ K_3 = \sqrt{(k_a L)^2 + (k_1 L)^2 + (k_2 L)^2}, \\ C_m = C_1 k_1^2 / (k_a^2 + k_1^2 + k_2^2), \\ C_0 = c_p / (c_p + c_{1t} N_1 + c_{2t} N_2) \\ = C_1 C_2 / (C_1 + C_2 - C_1 C_2). \end{aligned}$$

Далее для определенности будем полагать, что  $C_1 > C_2$ ,  $k_1 > k_2$ .

Для анализа результатов, получаемых в предлагаемой модели, сначала рассмотрим влияние процессов распада фононов на распространение теплового импульса в кристаллах, не содержащих центров захвата.

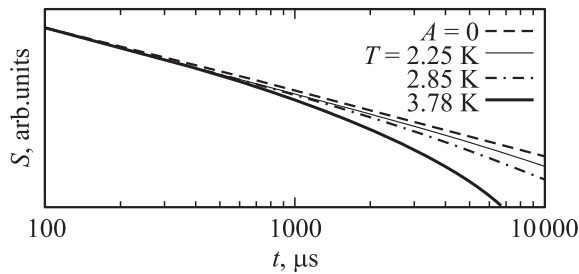


Рис. 2. Влияние слабого ангармонизма на кривизну заднего фронта сигнала фоновонной неравновесности.

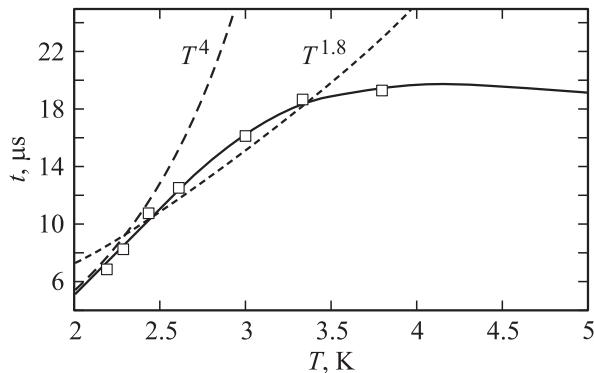


Рис. 3. Температурная зависимость времени прихода максимума сигнала в случае сильного ангармонизма. (Квадраты — экспериментальные точки из работы [12]).

## 2. Системы без центров захвата неравновесных фононов

Для этого случая надо положить  $k_1 = k_2 = 0$ . Тогда из (2) имеем

$$D'_1(k) = (k^2 + k_a^2)/k^2, \quad A_1(k) = 1,$$

что дает

$$S_q(t) \simeq e^{-t/\tau_a} e^{-L^2/4D_0 t} \sqrt{\pi/4D_0 t}. \quad (3)$$

Формально полученное выражение совпадает с выражением, описывающим форму первого пика в системах с центрами захвата неравновесных фононов из работы [10], поскольку то и другое описывает убыль фононов, формирующих сигнал фоновонной неравновесности. В случае слабого ангармонизма появление дополнительной экспоненты приводит к „зарезанию“ сигнала только при больших временах и соответственно к увеличению кривизны заднего фронта сигнала. На рис. 2 представлены задние фронты сигналов, рассчитанные в предположении, что коэффициент диффузии определяется рэлеевским рассеянием на точечных дефектах:  $D_0 = v^2 \tau_R / 3 = v^2 3BT^4$ , где  $v$  — групповая скорость длинноволновых фононов, а скорость распада фононов может быть представлена в виде  $\Gamma_a = AT^5$  ( $k_a^2 = ABL^2 T^9 / 3v^2$ ). Параметры для расчета

кривых на рис. 2 взяты из работ [9,11]:  $B = 195 \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-4}$ ,  $A = 2.07 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-5}$  и  $L = 0.5 \text{ cm}$ . Во всех расчетах положено, что  $v = 7 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1} \text{ cm}$ . При этих значениях параметров теоретические кривые вполне удовлетворительно описывают экспериментальные данные (ср. с рис. 1 из работы [9]).

При больших значениях параметра  $k_a$ , когда начинает выполняться условие  $\tau_a \leq t_0$ , форма сигнала фоновонной неравновесности меняется достаточно сильно для того, чтобы изменилось время прихода максимума сигнала

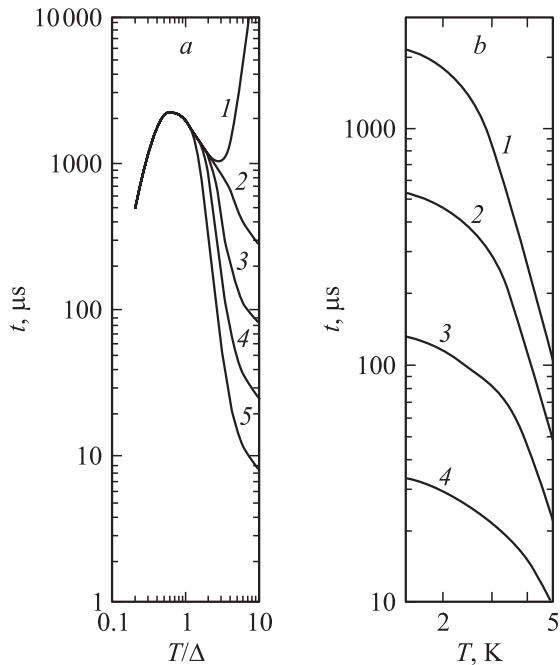
$$t_{\max}(T) = \frac{\sqrt{1 + 4k_a^2(T)} - 1}{2k_a^2(T)} t_0(T). \quad (4)$$

Полученная зависимость немонотонная — при малых значениях  $T$  она возрастает как  $T^4$ , а при больших убывает по закону  $T^{-1/2}$ . Максимум на кривой  $t_{\max}(T)$  достигается при температуре  $T_{\max} = (20v^2/3BAL^2)^{1/9}$ . На рис. 3 представлена эта зависимость, полученная при  $B = 1200 \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-4}$ ,  $A = 800 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-5}$  и  $L = 0.6 \text{ cm}$  в сравнении с  $t_0(T) \sim T^4$  и зависимостью  $t_{\max} \sim T^{1.8}$ , использованной в работе [12] для обработки экспериментальных результатов (квадраты). Экспериментальные данные были получены для твердого раствора  $\text{Y}_{1-x}\text{Er}_x\text{Al}_2\text{O}_3$ , в котором эффекты ангармонизма значительны. Представляется, что зависимость (4) лучше описывает эксперимент, и, по нашему мнению, „завал“ последней экспериментальной точки является проявлением немонотонности в зависимости  $t_{\max}(T)$ .

Таким образом, полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что предлагаемая модель вполне удовлетворительно описывает известные экспериментальные данные. Чтобы сделать окончательные выводы, необходимо провести сравнение теоретических кривых с результатами аналогичного эксперимента с образцами различной длины, поскольку, согласно предлагаемой модели, время прихода максимума сигнала имеет нетривиальную зависимость от длины образца. При низких температурах она обычна для диффузионного распространения фононов  $t_{\max} \sim L^2$ , но с ростом температуры ослабевает и становится линейной (в отличие от результатов строгого подхода [5], в котором  $t_{\max} \sim L^{10/9}$ ) при больших  $T$ . К сожалению, исследований влияния процессов распада фононов в образцах различной длины (и концентрации) в этих системах не проводилось. Такие измерения проводились в системах  $\text{Y}_{3-x}\text{Er}_x\text{Al}_2\text{O}_5$ , в которых необходимо учитывать центры захвата фононов.

## 3. Кристаллы с центрами захвата неравновесных фононов

Рассмотрим кристалл с одной подсистемой ДУС ( $k_1 = 0$ ,  $C_1 = 1$ ). Такая ситуация соответствует, в частности, твердым растворам  $\text{Y}_{3-x}\text{Er}_x\text{Al}_2\text{O}_5$  при больших значениях концентрации атомов эрбия. Как отмечалось в [10], в этом случае вклад в  $C_0$  от низкоэнергетических



**Рис. 4.** Температурная зависимость времени прихода максимума сигнала в системах с центрами захвата неравновесных фононов. При  $L = 0.22$  см и различных значениях параметра  $A$ : 1 — 0; 2 —  $10^{-4}$ ; 3 —  $10^{-3}$ ; 4 —  $10^{-2}$ ; 5 —  $10^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-5}$  (a). При  $A = 10^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-5}$  и различных значениях параметра  $L$ : 1 — 0.22; 2 — 0.11; 3 — 0.055; 4 — 0.0275 см (b).

ДУС преобладает в рассматриваемой области температур и высокоэнергетическими ДУС можно пренебречь. Ограничиваясь анализом только медленных процессов, будем считать, согласно [10], что  $k_2 \gg 1$  и  $C_0 = C_2 \ll 1$ . Тогда имеем

$$S_a(t) \sim \frac{1}{\sqrt{C_0 D_0 t}} \exp(-t/\tau_a) \exp(-L^2/4C_0 D_0 t),$$

$$t_{\max}(T) = \frac{\sqrt{1 + 4k_a^2(T)} - 1}{2k_a^2(T)} t_0(T)/C_0. \quad (5)$$

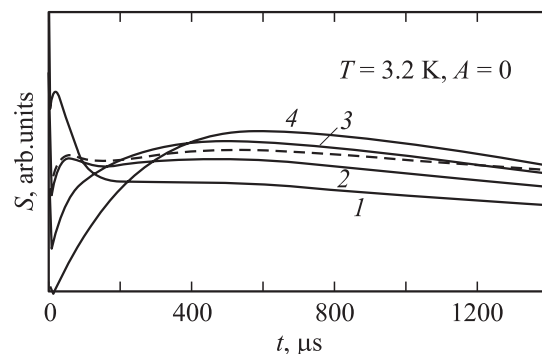
Как было показано в [10], зависимость  $t_{\max}(T)$  при  $A = 0$  имеет немонотонный характер: сначала экспоненциально растет (при  $T \leq \Delta$ ), а при больших температурах падает по закону  $1/T$  ( $\Delta \ll T_D$ ). Распадные процессы могут приводить к более сильной степенной зависимости высокотемпературного участка кривой  $t_{\max}(T)$ , и при больших значениях константы ангармонизма  $t_{\max}(T) \sim 1/T^{5.5}$ . На рис. 4 представлены рассчитанные кривые для различных значений параметра  $A$  (рис. 4, a) и длины образца  $L$  (рис. 4, b). При расчете кривых на рис. 4 взяты следующие значения параметров:  $\Delta = 1.8$  К,  $T_D = 600$  К,  $B = 6500 \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-4}$ . Концентрация низкоэнергетических ДУС, которая не совпадает с концентрацией примесных атомов эрбия [10], в пересчете на формульные единицы  $\text{Y}_{3-x}\text{Er}_x\text{Al}_5\text{O}_{12}$   $x = 0.5$ .

Кривые на рис. 4, b качественно совпадают с экспериментальными результатами для  $\text{Er}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$  из ра-

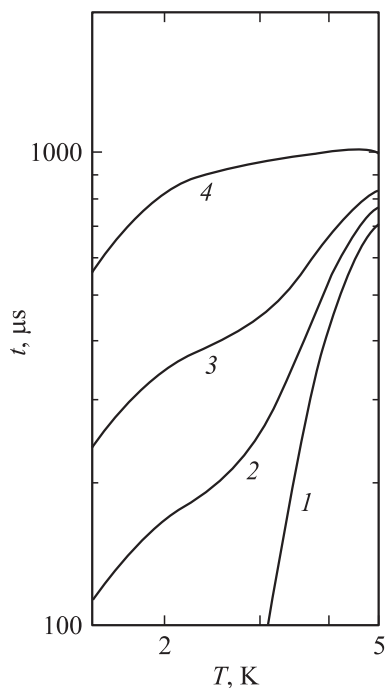
боты [13] и демонстрируют переход от квадратичной зависимости  $t_2(L)$  к линейной. Заметим, что в работе [10] рассматривалась другая возможная причина сильной температурной зависимости  $t_{\max}(T)$  с отрицательной производной — нерэлеевский тип упругого рассеяния. К сожалению, в эксперименте невозможно определить характер упругого рассеяния.

При промежуточных концентрациях атомов эрбия ( $x = 0.5-1.5$ ) в твердых растворах  $\text{Y}_{3-x}\text{Er}_x\text{Al}_5\text{O}_{12}$  вклады от низкоэнергетических и высокоэнергетических ДУС становятся существенны, что проявляется в появлении двух пиков, соответствующих „медленным“ процессам на сигнале фононной неравновесности [13]. Эксперименты по спин-решеточной релаксации указывают на то, что их энергетические параметры равны  $\Delta_1 = 4.5$  и  $\Delta_2 = 28.8$  К [14]. На рис. 5 показаны результаты численного решения системы уравнений (2) с учетом процессов распада. Расчеты проводились при  $B = 1200 \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-4}$ ,  $A = 10^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-5}$ ,  $\Delta_1 = 4.5$  К,  $x_1 = 0.06$ ,  $\Delta_2 = 29$  К,  $x_2 = 0.6$ ,  $T_D = 630$  К,  $L = 0.5$  см. Здесь, как и в [1], полагалось, что скорость энергообмена между фононами и ДУС экспоненциально зависит от температуры ( $\Gamma_i \sim \exp(-\Delta_i/T)$ ). Полученные теоретические зависимости соответствуют экспериментальным результатам (ср. с рис. 5 работы [13]), что еще раз подтверждает разумность предложенной модели. Для сравнения штриховой кривой изображена зависимость  $S(t)$ , рассчитанная без учета процессов распада ( $A = 0$ ) при  $T = 3.2$  К. Как и следовало ожидать, ангармонические эффекты наиболее сильно влияют на самые медленные процессы с характерным временем распространения  $t_m \sim t_0/C_0 \gg t_0$ .

В общем случае приближенные аналитические выражения для температурной зависимости времени прихода максимумов сигнала фононной неравновесности на болометр при наличии двух систем ДУС получить не удастся, и мы ограничимся только пределом очень быстрого энергообмена между фононами и ДУС. При этом  $k_1, k_2 \rightarrow \infty$ , и для самого медленного процесса нетрудно получить выражение, формально совпадающее с (4), в котором параметр  $C_0$  уже определяется обоими



**Рис. 5.** Форма сигнала фононной неравновесности в кристаллах  $\text{Y}_{3-x}\text{Er}_x\text{Al}_5\text{O}_{12}$  с двумя подсистемами ДУС при различных температурах  $T$ , К: 1 — 3.0, 2 — 3.2, 3 — 3.4, 4 — 3.8.



**Рис. 6.** Температурная зависимость времени прихода максимума сигнала в системах с центрами захвата неравновесных фононов, рассчитанная для различных значений концентрации низкоэнергетических ДУС,  $x$ : 1 — 0, 2 — 0.03, 3 — 0.06, 4 — 0.15.

подсистемами ДУС и имеет более сложную температурную зависимость. На рис. 6 показаны соответствующие кривые, рассчитанные по формуле (4) при различных соотношениях между концентрациями ДУС. На рисунке приведены кривые, рассчитанные при тех же параметрах, что и для рис. 5. Как следует из рисунка, при достаточно большой концентрации низкоэнергетических ДУС на зависимости  $t_m(T)$  появляется точка перегиба, что соответствует неопубликованным экспериментальным данным, полученным группой С.Н. Иванова для твердых растворов алюмината  $Y_{1-x}Er_xAl_2O_3$  при  $x = 0.1$  и  $0.15$ . Общее же изменение температурной зависимости  $t_m$  с ростом концентрации, наблюдаемое в этой системе, может быть интерпретировано как переход от одной системы ДУС к другой.

Таким образом, учет распадных процессов в рамках предложенной ранее модели позволил описать большую совокупность явлений, экспериментально обнаруженных при исследовании процессов распространения тепловых импульсов в неупорядоченных системах с центрами захвата неравновесных фононов. Простота модели и универсальность ее параметров позволяет надеяться, что она будет полезна и при описании кинетических процессов в более сложных системах, например в керметах. В самом деле, при температурах эксперимента электронная теплоемкость небольшого числа металлических включений в диэлектрической матрице таких двухфазных керамик может быть гораздо больше, чем

фононная теплоемкость самой матрицы, что должно приводить к малым значениям параметра  $C$ , который, согласно предлагаемой модели, и определяет время распространения теплового импульса в случае быстрого энергообмена между подсистемами. Благодаря разной температурной зависимости теплоемкостей электронной и фононной подсистем вклад металлической фазы в формирование сигнала фононной неравновесности может быть экспериментально наблюдаемым.

Автор выражает признательность С.Н. Иванову за плодотворные дискуссии и ценные замечания, а также Е.Н. Хазанову за представленную возможность ознакомиться с неопубликованными экспериментальными результатами.

## Список литературы

- [1] R.J. Gutfeld, A.H. Nethercot, jr. Phys. Rev. Lett. **12**, 23, 641 (1964).
- [2] С.Н. Иванов, Е.Н. Хазанов, А.В. Таранов. Письма в ЖЭТФ **40**, 1, 20 (1984).
- [3] С.Н. Иванов, Е.Н. Хазанов. ЖЭТФ **88**, 1, 294 (1985).
- [4] В.И. Козуб. ФТТ **37**, 5, 1429 (1992).
- [5] Д.В. Казаковцев, И.Б. Левинсон. Письма в ЖЭТФ **27**, 3, 194 (1978).
- [6] D.V. Kazakovtsev, Y.B. Levinson. Phys. Stat. Sol. (b) **96**, 1, 117 (1979).
- [7] И.Б. Левинсон. ЖЭТФ **79**, 4, 1294 (1980).
- [8] С.Н. Иванов, Е.Н. Хазанов, А.В. Таранов. ФТТ **27**, 9, 2791 (1985).
- [9] С.Н. Иванов, А.В. Таранов, Е.Н. Хазанов. ЖЭТФ **99**, 4, 1311 (1991).
- [10] Е.И. Саламатов. ФТТ **44**, 5, 935 (2002).
- [11] S.N. Ivanov, E.N. Khazanov, T. Paszkiewicz, A.V. Taranov, M. Wilczynski. S. Phys. B **99**, 4, 535 (1996).
- [12] Б.А. Данильченко, С.Н. Иванов, Д.В. Поплавский, А.В. Таранов, Е.Н. Хазанов. ЖЭТФ **112**, 1, 325 (1997).
- [13] С.Н. Иванов, А.Г. Козорезов, А.В. Таранов, Е.Н. Хазанов. ЖЭТФ **100**, 5, 1591 (1991).
- [14] С.Н. Иванов, А.В. Таранов, Е.Н. Хазанов, В.А. Ацаркин, В.В. Демидов. ЖЭТФ **94**, 274 (1989).