## Коэффициент отражения электромагнитных волн от поверхности пластины феррита кубической симметрии

© В.Д. Бучельников, А.В. Бабушкин, И.В. Бычков

Челябинский государственный университет, 454021 Челябинск, Россия E-mail: buche@csu.ru

(Поступила в Редакцию 15 апреля 2002 г. В окончательной редакции 16 июля 2002 г.)

> Аналитически и численно исследован коэффициент отражения (КО) электромагнитных волн от поверхности пластины непроводящего ферромагнетика (феррита) кубической симметрии при учете затухания спиновых волн. Получены частотные и полевые зависимости КО при различных толщинах пластины вблизи и в точке ориентированного фазового перехода. Показано, что КО имеет особенности при совпадении динамической магнитной проницаемости с диэлектрической проницаемостью, на размерных резонансах электромагнитных и упругих волн, а также при ферромагнитном резонансе. В области частот, меньших магнитоупругой щели в спектре квазиспиновых волн, КО может принимать аномально малые (вплоть до нуля) и аномально большие (вплоть до единицы) значения. Эти частоты могут лежать в СВЧ-диапазоне.

> Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 01-02-96445).

В работах [1,2] впервые теоретически показана возможность управления коэффициентом отражения (КО) электромагнитных волн (ЭМВ) от поверхности полубесконечного непроводящего ферромагнетика (феррита) кубической симметрии в широком интервале частот вплоть до гигагерцовых (СВЧ-диапазон) — от единицы (полное отражение волн) до нуля (полное поглощение волн) при изменении внешних параметров: температуры, магнитного поля и давления. Такое поведение КО ЭМВ обусловлено эффектов аномального изменения динамической магнитной проницаемости в области ориентационного фазового перехода (ОФП) и различных резонансов. В работе [3] исследован КО ЭМВ от поверхности полубесконечного непроводящего антиферромагнетика типа легкая плоскость. Было показано, что вблизи ОФП диапазон частот, в области которого имеет место аномальное уменьшение КО, увеличивается изза эффекта обменного усиления магнитоупругой щели в спектре квазиспиновых волн. В работе [4] теоретически исследован КО ЭМВ гигагерцового диапазона от полубесконечного проводящего ферромагнетика кубической симметрии и системы непроводящий антиферромагнетик типа легкая плоскость — немагнитный металл. Здесь же в диапазоне частот 8-12 GHz были представлены экспериментальные результаты по отражению ЭМВ от поверхности кобальтового феррита и антиферромагнетика FeBO3. Оказалось, что в случае хорошо проводящего феррита в области ферромагнитного резонанса удается понизить КО на 50%. Для системы антиферродиэлектрик-немагнитный металл также имеются резонансные провалы КО в области квазиферромагнитного резонанса. При соответствующем подборе величин размагничивающих факторов и коэффициента затухания спиновых волн удалось достигнуть хорошего согласия между теоретическими и экспериментальными результатами.

В данной работе приведены результаты аналитического и численного исследования КО ЭМВ от поверхности пластины непроводящего ферромагнетика кубической симметрии вдали и вблизи ОФП при учете затухания спиновых волн.

Рассмотрим пластину феррита кубической симметрии, занимающую область пространства 0 < z < d, в основном состоянии которой намагниченность **M** || **z** || **H**<sub>0</sub>, где **H**<sub>0</sub> — внешнее постоянное магнитное поле. Из вакуума на пластину нормально к ее поверхности z = 0 падает линейно поляризованная монохроматическая волна **h**:  $h_x = h_0 \exp(ikz - i\omega t), e_y = -h_0 \exp(ikz - i\omega t)$ . Теоретическое изучение поведения КО ЭМВ, падающей на поверхность магнетика, предполагает решение связанной системы уравнений, описывающей распространение и взаимодействие в нем электромагнитных, спиновых и упругих колебаний. Эта система включает в себя уравнения упругости, уравнения Максвелла и уравнение Ландау–Лифшица для намагниченности [5,6].

$$\rho, U_i = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}, \quad \text{rot } \mathbf{H} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$
$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = 0,$$
$$\dot{\mathbf{M}} = g[\mathbf{M}, \mathbf{H}_{\text{eff}}] + \frac{1}{\tau_2} \mathbf{H}_{\text{eff}} - \frac{1}{\tau_1 \mathbf{M}^2} [\mathbf{M}(\mathbf{M}, \mathbf{H}_{\text{eff}})],$$

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = -\frac{\partial F}{\partial \mathbf{M}} + \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial F}{\partial (\partial \mathbf{M}/\partial x_i)},\tag{1}$$

где  $\rho$  — плотность вещества; **U** — вектор смещения;  $\sigma_{ik} = \partial F / \partial U_{ik}$  — тензор напряжений; F — плотность свободной энергии;  $U_{ik}$  — тензор деформаций; **H**, **E** —

напряженности магнитного и электрического полей соответственно;  $\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}$  — индукция магнитного поля; c — скорость света в вакууме;  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость магнетика;  $\mathbf{M}$  — намагниченность; g гиромагнитное отношение;  $\tau_{1,2}$  — времена поперечной и продольной релаксации.

Плотность свободной энергии *F* магнетика имеет вид [7]

$$F = F_m + F_{me} + F_e - \frac{1}{2} \mathbf{H}_d \mathbf{M} - (\mathbf{H}_0 + \mathbf{h}) \mathbf{M},$$

$$F_m = \frac{1}{2} \lambda \left( \mathbf{M}^2 - M_0^2 \right) + \frac{\alpha}{2} \left( \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \right)^2$$

$$+ K_1 (m_x^2 m_y^2 + m_y^2 m_z^2 + m_x^2 m_z^2),$$

$$F_{me} = B_1 \left( m_x^2 U_{xx} + m_y^2 U_{yy} + m_z^2 U_{zz} \right)$$

$$+ 2B_2 (m_x m_y U_{xy} + m_y m_z U_{yz} + m_x m_z U_{yz}),$$

$$F_e = \frac{1}{2} C_{11} \left( U_{xx}^2 + U_{yy}^2 + U_{zz}^2 \right)$$

$$+ C_{12} \left( U_x U_{yy} + U_{yy} U_{zz} + U_{xx} U_{zz} \right)$$

$$+ 2C_{44} (U_{xz}^2 + U_{yz}^2 + U_{xy}^2),$$
(2)

где  $F_m$ ,  $F_{me}$ ,  $F_e$  — плотности магнитной, магнитоупругой и упругой энергий;  $\mathbf{H}_d$  — размагничивающее поле;  $\lambda$  — множитель Лагранжа, учитывающий постоянство модуля вектора намагниченности  $\mathbf{M}$ ;  $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_0$ ;  $M_0$  — намагниченность насыщения;  $\alpha$  — обменная константа;  $K_1$  — первая константа анизотропии;  $B_i$  — постоянные магнитострикции;  $C_{ik}$  — модули упругости.

Решение системы уравнений (1) находим методом малых колебаний, полагая, что все параметры системы изменяются как

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \mathbf{a} \exp(-i\omega t + ikz), \tag{3}$$

где  $A_0$  — равновесные значения, **а** — малые отклонения от равновесных величин.

Используя (3), получим из (1) после линеаризации следующую систему уравнений, описывающую распространение малых возбуждений в ферромагнетике:

$$(c^{2}k^{2}/\varepsilon\omega^{2}-\mu_{\pm})h_{\pm}=0, \quad e_{\pm}=\mp ickh_{\pm}/\varepsilon\omega,$$
  
$$m_{\pm}=\chi_{\pm}h_{\pm}/M_{0}, \quad u_{\pm}=-ikB_{2}\chi_{\pm}h_{\pm}/\rho(\omega^{2}-\omega_{t}^{2}), \quad (4)$$

где  $a_{\pm} = a_x \pm i a_y$  — циркулярные компоненты,  $\mu_{\pm} = 1 + 4\pi \chi_{\pm}$  — динамическая магнитная проницаемость,  $\omega_t^2 = C_{44}k^2/\rho$  — частота невзаимодействующей упругой волны. Динамическая магнитная восприимчивость имеет вид

$$\chi_{\pm} = g M_0 (\omega^2 - \omega_t^2) / \left[ (\omega^2 - \omega_t^2) \times (\omega_{sk} \mp \omega / (1 \mp i\gamma)) + \omega_{me} \omega_t^2 \right], \qquad (5)$$

где  $\omega_{sk} = \omega_0 + \omega_{me} + g\alpha M_0 k^2$ ,  $\omega_0 = \omega_A + \omega_H = g(2K/M_0 + H)$  — активация в спектре невзаимодействующих спиновых волн,  $H = H_0 - 4\pi M_0$  — внутреннее магнитное поле,  $K = K_1 + B_1^2/(C_{11} - C_{12}) - B_2^2/(2C_{44})$  — постоянная анизотропии, перенормированная магнитострикцией [7],  $\omega_{me} = gB_2^2/M_0C_{44}$  — частота магнитоупругой щели,  $\gamma = 1/g\tau M_0$  — безразмерный параметр затухания спиновых волн,  $1/\tau = 1/\tau_1 + 1/\tau_2$ .

Дисперсионное уравнение системы (4), связывающее волновые вектора распространяющихся в феррите волн с их частотой, имеет вид

$$(k^{2} - k_{s}^{2})(k^{2} - k_{a}^{2})(k^{2} - k_{e}^{2}) - \frac{\xi_{sa}}{\alpha}k_{a}^{2}(k^{2} - k_{e}^{2}) - \frac{\xi_{es}}{\alpha}k_{e}^{2}(k^{2} - k_{a}^{2}) = 0, \quad (6)$$

где

$$k_s^2 = \left[\pm\omega - \omega_0(1 \mp i\gamma)\right] / \left[g\alpha M_0(1 \mp i\gamma)\right],$$
  

$$k_a = \omega/S_t, \quad k_e = \sqrt{\varepsilon}\omega/c, \quad S_t^2 = C_{44}/\rho,$$

 $\xi_{sa} = B_2^2 / \rho S_t^2 M_0^2$ ,  $\xi_{es} = 4\pi$  — соответственно волновые числа невзаимодействующих спиновых, упругих и электромагнитных волн, скорость поперечного звука и безразмерные параметры магнитоупругого и электромагнитно-спинового взаимодействий.

Решением дисперсионного уравнения (6) являются шесть значений волновых чисел, соответствующих шести связанным волнам, которые могут распространяться внутри феррита. Значения амплитуд волн и их связь с амплитудой падающей ЭМВ находятся из решения системы граничных условий при учете решений уравнения (6).

Система граничных условий для пластины феррита включают в себя условия непрерывности нормальных компонент индукций магнитного и электрического полей, тангенциальных компонент напряженностей электрического и магнитного полей, отсутствия напряжений и равенства нулю производной намагниченности на границах магнетика [5,6]. Пусть в области z < 0распространяется отраженная волна  $\mathbf{h}_R$ ,  $\mathbf{e}_R$ , а в области пространства z > d — прошедшая волна  $\mathbf{h}_d$ ,  $\mathbf{e}_d$ . Обозначим волны, распространяющиеся в пластине вдоль нормали к поверхности z = 0 через  $h_{i\pm}$ , а волны, распространяющиеся в противоположном направлении, через  $h'_{i\pm}$ . Тогда систему граничных условий на каждой границе пластины можно записать следующим образом. При z = 0

$$\sum_{i=1}^{3} (h_{i\pm} + h'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d)) = h_{0\pm} + h_{R\pm},$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} (h_{i\pm} - h'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d)) = \sqrt{\varepsilon}k_e (h_{0\pm} - h_{R\pm}),$$

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{k_{i\pm}^2 - k_2^2}{k_{i\pm}^2 - k_a^2} (h_{i\pm} + h'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d)) = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} (k_{i\pm}^2 - k_e^2) (h_{i\pm} - h'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d)) = 0. \quad (7)$$

Физика твердого тела, 2003, том 45, вып. 4

$$\sum_{i=1}^{3} (h_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) + h'_{i\pm}) = h_{d\pm},$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} (h_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) - h'_{i\pm}) = \sqrt{\varepsilon}k_e h_{d\pm},$$

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{k_{i\pm}^2 - k_e^2}{k_{i\pm}^2 - k_a^2} (h_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) + h'_{i\pm}) = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} (k_{i\pm}^2 - k_e^2) (h_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) - h'_{i\pm}) = 0.$$
(8)

При z = d

При записи (7), (8) использовалась система уравнений (4), с помощью которой компоненты намагниченности, вектора смещений и напряженности электрического поля были выражены через компоненты напряженности магнитного поля.

Система граничных условий (7), (8) совместно с дисперсионным уравнением (6) позволяет определить КО ЭМВ от поверхности пластины феррита

$$R = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{h_{R+}}{h_{0+}} \right|^2 + \left| \frac{h_{R-}}{h_{0-}} \right| \right)^2 = (R_+ + R_-)/2, \quad (9)$$

где  $R_+$  и  $R_-$  — КО от пластины феррита в случае, когда на ее поверхность падает право- или левополяризованная ЭМВ соответственно.

В общем виде аналитическое выражение для КО (9), полученное из (6)–(8), громоздко и трудно для анализа. В связи с этим исследование КО проводилось численно.

При численном расчете КО ЭМВ от поверхности пластины феррита сначала определялись из дисперсионного уравнения (6) волновые числа  $k_{i\pm}$  возбуждаемых в магнетике волн правой и левой поляризации. Полученные в результате расчета значения волновых чисел  $k_{i\pm}$  подставлялись в систему линейных уравнений (7), (8). Затем данная система решалась относительно амплитуд отраженных волн правой и левой поляризации. Полученные значения амплитуд отраженных волн подставлялись в формулу (9), тем самым определялось значение КО ЭМВ от поверхности пластины феррита.

При численных расчетах использовались следующие значения постоянных, типичных для ферритов кубической симметрии:

$$g = 2 \cdot 10^7 \,\mathrm{s}^{-1} \mathrm{Oe}^{-1}, \quad \alpha = 10^{-12} \,\mathrm{cm}^2, \quad M_0 = 500 \,\mathrm{Oe},$$
  
 $\varepsilon = 10, \quad \rho = 5 \,\mathrm{g/cm}^3, \quad S_t = 3 \cdot 10^5 \,\mathrm{cm/s}.$  (10)

Результаты численного расчета КО право- и левополяризованных ЭМВ представлены на рис. 1–7. Из них с помощью формулы (9) легко получить КО линейно поляризованной ЭМВ.

Прежде чем перейти к анализу полученных результатов отметим, что при распространении ЭМВ в пластине феррита в ней возникают стоячие волны. Поскольку ЭМВ за счет электромагнитно-спиновой и магнитоупругой связи возбуждает спиновые и упругие волны, кроме стоячих ЭМВ в пластине могут возникать также стоячие спиновые и упругие волны. Условия установления стоячих электромагнитных, спиновых и упругих волн можно определить исходя, например, из результатов работы [8] (рис. 1 в [8]). Как известно, условие минимальной частоты стоячих волн определяется формулой

$$k_{i\pm}(\omega)d = \pi,\tag{11}$$

где  $k_{i\pm}(\omega)$  — корни дисперсионного уравнения (6). На частотной зависимости КО при выполнении условий (11) могут проявляться размерные резонансы. Графический анализ решений дисперсионного уравнения (6) [8] приводит к следующим результатам.

В области  $\omega \gg \omega_M + \omega_{s0}$  ( $\omega_M = 4\pi g M_0$ ,  $\omega_{s0} = \omega_{sk}(k=0)$ ) первыые резонансы возможны при частотах

$$\omega \approx \pi c / \sqrt{\epsilon \mu_{\pm}(\omega)} d, \quad \omega \approx \pi S_{\pm}(\omega) / d,$$
  
 $\omega \approx g \alpha M_0 \pi^2 / d^2.$  (12)

В данной области можно приближенно считать, что  $S_{\pm}(\omega) \approx S_t$ , а  $\mu_{\pm}(\omega) \approx 1$ . Первое условие отвечает установлению в пластине стоячих ЭМВ волн правой и левой поляризации, второе — стоячих упругих волн таких же поляризаций, а третье — стоячих спиновых волн.

При  $\omega_M + \omega_{s0} \gg \omega \gg \omega_{s0}$  условия размерных резонансов имеют вид

$$\omega \approx \pi c / \sqrt{\epsilon \mu_{-}(\omega)} d, \quad \omega \approx \pi S_{\pm}(\omega) / d,$$
  
 $\omega \approx g \alpha M_0 \pi^2 / d^2.$  (13)

Здесь также можно считать, что  $S_{\pm}(\omega) \approx S_t$ . Правополяризованные ЭМВ в данном интервале частот являются нераспространяющимися, а магнитная проницаемость  $\mu_{-}(\omega)$  существенно зависит от частоты (см. далее формулу (15)). Приближенно магнитную проницаемость  $\mu_{-}\omega$  можно оценить по формуле  $\mu_{-}(\omega) \approx (\omega_M + 2\omega_{s0})/\omega$ . Первое условие в (13) соответствует установлению на толщине пластины левополяризованных стоячих ЭМВ, второе — право- и левополяризованных стоячих упругих волн, а третье — стоячих спиновых волн. Таким образом, в данной области частот для правополяризованных ЭМВ отсутствуют размерные резонансы.

Наконец, в области  $\omega \ll \omega_{s0}$  частоты первых размерных резонансов имеют вид

$$\omega \approx \pi c / \sqrt{\epsilon \mu_{\pm}(\omega)} d, \quad \omega \approx \pi S_{\pm}(\omega) / d.$$
 (14)

В этой области магнитная проницаемость практически не зависит от частоты:  $\mu_{\pm}(\omega) \approx (\omega_{s0} + \omega_M)/\omega_{s0}$ , а скорости право- и левополяризованных упругих волн  $S_{\pm}(\omega)$ , наоборот, могут существенно зависеть от частоты. Вблизи и вдали от точки ОФП можно полагать, что  $S_{\pm}(\omega) \approx S_t$ , а в точке ОФП для оценки скоростей квазиупругих волн можно приближенно использовать следующие формулы [8]:  $S_{+} \approx \sqrt{g \alpha M_0 \omega}$ ,  $S_{-} \approx S_t \sqrt{\omega / \omega_{me}}$ . В этом случае последние два условия в (14) запишутся как

$$\omega \approx g \alpha M_0 \pi^2 / d^2, \quad \omega \approx S_t^2 \pi^2 / \omega_{me} d^2.$$
 (14a)

Первое условие в (14) обусловливает появление в пластине стоячих право- и левополяризованных ЭМВ, а вторые условия в (14) и условия (14а) — стоячих право- и левополяризованных упругих волн, которые в точке ОФП следует рассматривать как квазиупругие [8]. При характерных значениях постоянных феррита (10), а также, например, при  $K = -10^6 \text{ erg/cm}^3$ ,  $H \approx 4050 \text{ Ое магнитная проницае-мость } \mu_{\pm}(\omega) \approx 1.2 \cdot 10^2$ , а при H = 4000 Ое (точка ОФП  $\omega_0 = \omega_A + \omega_H = g(2K/M_0 + H) = 0$ )  $\mu_{\pm}(\omega) \approx 1.3 \cdot 10^4$ .

В областях частот  $\omega \approx \omega_M + \omega_{s0}$ ,  $\omega \approx \omega_{s0}$  из-за сильного взаимодействия между волнами различных типов и искажения законов дисперсии связанных волн условия размерных резонансов значительно усложняются. В особенности это относится к правополяризованным волнам (рис. 1 в [8]). В этих областях, а также в области  $\omega \approx 0$  (в точке ОФП) волны следует рассматривать как связанные электромагнитные и магнитоупругие волны, не разделяя их в отдельности на электромагнитные, спиновые и упругие.

Анализ проведенных численных расчетов, показывает, что при больших частотах (для значений постоянных феррита (10) при частотах  $\omega > 10^7 - 10^9 \,\mathrm{s}^{-1}$ ) в выражении для магнитной восприимчивости (5) можно пренебречь слагаемым  $\omega_{me}\omega_t^2$  в знаменателе, а в выражении для частоты  $\omega_{sk}$  — пренебречь пространственной дисперсией. Такие приближения эквивалентны отказу от граничных условий на намагниченность и упругие напряжения. В этом случае вместо сложной задачи исследования связанной системы уравнений (1) можно ограничиться решением обычной электродинамической задачи с эффективной магнитной проницаемостью  $\mu_{\pm}$ . Согласно (5), эта проницаемость может быть записана в виде

где

$$\mu_{\pm} = \mu'_{\pm} + i\mu''_{\pm},\tag{15}$$

$$\mu'_{\pm} = \frac{(1+\gamma^2)[\omega_{s0}(\omega_{s0}+\omega_M)(1+\gamma^2)\mp\omega(2\omega_{s0}+\omega_m)+\omega^2]}{[\omega_{s0}(1+\gamma^2)\mp\omega]^2+\gamma^2\omega^2},$$
$$\mu''_{\pm} = \frac{\gamma\omega\omega_M(1+\gamma^2)}{[\omega_{s0}(1+\gamma^2)\mp\omega]^2+\gamma^2\omega^2}.$$

Отсюда следует, что в области частот

$$\omega_1 < \omega < \omega_2, \tag{16}$$

где  $\omega_{1,2} = [2\omega_{s0} + \omega_M \mp \sqrt{\omega_M^2 - 4\gamma^2 \omega_{s0}(\omega_{s0} + \omega_M)}]/2$ , действительная часть проницаемости правополяризованных

волн является отрицательной. В данной области частот распространение в ферромагнетике правополяризованных ЭМВ невозможно.

В результате решения электродинамической задачи с учетом (15) для отношения амплитуд отраженных волн к амплитудам падающих волн получается следующее выражение:

$$\frac{h_{R_{\pm}}}{h_{0\pm}} = \frac{(\varepsilon - \mu_{\pm})\sin(k_{\pm}d)}{(\varepsilon + \mu_{\pm})\sin(k_{\pm}d) - 2i\sqrt{\varepsilon\mu_{\pm}}\cos(k_{\pm}d)},$$
 (17)

где  $k_{\pm} = \omega \sqrt{\epsilon \mu_{\pm}}/c$ . С помощью формул (15), (17) может быть легко получено аналитическое выражение для КО ЭМВ (9)

$$R_{\pm} = \left[ (\varepsilon - \mu_{\pm}')^2 + \mu_{\pm}''^2 \right] \left[ 4e^{-2k_{\pm}''d} \sin^2 k_{\pm}'d + (1 - e^{-2k_{\pm}''d})^2 \right] / \left\{ \left[ (\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\mu_{\pm}})^2 + \mu_{2\pm} \right]^2 + \left[ (\sqrt{\varepsilon} - \sqrt{\mu_{1\pm}})^2 + \mu_{2\pm} \right]^2 e^{-4k_{\pm}''d} - 2e^{-2k_{\pm}''d} \cos 2k_{\pm}'d \left[ (\sqrt{\varepsilon} - \sqrt{\mu_{1\pm}})^2 - 6\varepsilon\mu_{2\pm} + \mu_{2\pm}(\mu_{2\pm} + 2\mu_{1\pm}) \right] - 8\sqrt{\mu_{2\pm}\varepsilon}e^{-2k_{\pm}''d} \sin k_{\pm}'d(\varepsilon - \mu_{2\pm}) \right\},$$
(18)

где  $\mu_{1\pm} = (\sqrt{\mu_{\pm}^{\prime 2} + \mu_{\pm}^{\prime \prime 2}} + \mu_{\pm}^{\prime})/2, \ \mu_{2\pm} = (\sqrt{\mu^{\prime 2}}_{\pm} + \mu_{\pm}^{\prime \prime 2})/2, \ k_{\pm}^{\prime} = \omega \sqrt{\varepsilon \mu_{1\pm}}/c, \ k_{\pm}^{\prime \prime} = \omega \sqrt{\varepsilon \mu_{2\pm}}/c.$  Данное выражение использовалось для тестирования программы, с помощью которой производился численный расчет КО ЭМВ.

На рис. 1–4 приведены частотные зависимости КО для двух значений толщины пластины. Рис. 1, 2 соответствуют случаю, когда феррит находится вблизи точки ОФП, а рис. 3,4 — случаю, когда феррит находится в точке ОФП.

Из рис. 1, а и 2, а следует, что вблизи точки ОФП на частотной зависимости КО правополяризованных волн имеются три характерные области. В области высоких частот ( $\omega > 10^{11} \, {
m s}^{-1}$ ) наблюдается обычное поведение КО, характерное при наличии в пластине размерных резонансов ЭМВ — "гребенка" чередующихся максимумов и минимумов. Частоту первого размерного резонанса можно оценить по формуле (12). При характерных значениях постоянных феррита (10), а также при  $K = -10^6 \text{ erg/cm}^3$ , H = 4050 Oe(для таких значений константы анизотропии и магнитного поля построены графики на рис. 1-2) частота  $\omega_M + \omega_{s0} \approx 1.2 \cdot 10^{11} \, {
m s}^{-1}$ , а частота  $\omega_{s0} \approx 1 \cdot 10^9 \, {
m s}^{-1}$ . Для пластины толщиной d = 0.1 ст условия (12) выполняются при  $\omega \approx 3 \cdot 10^{11} \, {
m s}^{-1}$ , а для пластины толщиной d = 1 cm — при  $\omega \approx 3 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$ . Поскольку в последнем случае частота первого резонанса приходится на область (16), где невозможно распространение правополяризованных волн, размерные резонансы должны начинаться с частоты, совпадающей с верхней границей в (16). Эти оценки хорошо согласуются с рис 1, а

и 2, *а*. При больших толщинах пластины размерные резонансы при высоких частотах отсутствуют — для ЭМВ такой частоты "толстые" пластины становятся "полубесконечными". Более точный анализ показывает, что и в толстых пластинах при высоких частотах КО осциллирует, однако амплитуда осцилляций является очень малой.

В области частот (16) ( $\omega \sim 10^9 - 10^{11} \text{ s}^{-1}$ ) КО сильно зависит от толщины пластины. При малых толщинах пластины в числителе (18) можно разложить в ряд синус и экспоненту и ограничиться первыми числами. В этом случае КО становится пропорционален квадрату толщины пластины. Зависимость КО от толщины пластины в области частот (16) хорошо прослеживается на рис. 1, *a* и 2, *a*. Из (13) следует, что в области частот (16) для правополяризованных волн размерные резонансы отсутствуют. Это подтверждается численными расчетами (рис. 2, *a*). При малом затухании спиновых волн и больших толщинах пластины КО правополяризованных волн в области (16) близок к единице и практически не зависит от частоты (рис. 2, *a*).

При приближении к краям области (16) слева и справа КО правополяризованных волн резко возрастает. Это можно объяснить следующим образом. В области



**Рис.** 1. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины феррита вблизи ОФП при H = 4050 Ое,  $K = -1 \cdot 10^6$  erg/cm<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  erg/cm<sup>3</sup>,  $\gamma = 0.01$ . Толщина пластины d = 0.1 сm. На вставках — размерные резонансы КО на упругих волнах.



**Рис. 2.** То же, что на рис. 1, при толщине пластины d = 1 ст.

частот (16) действительная часть магнитной проницаемости правополяризованных волн отрицательна. Левее нижней границы данной области действительная и мнимая части магнитной проницаемости правополяризованных волн положительны и сильно возрастают при приближении к частоте  $\omega_{s0} = \omega_0 + \omega_{me}$ . Согласно (18), в этом случае КО правополяризованных волн резко увеличивается — вплоть до единицы при малом затухании спиновых волн. Наоборот, при подходе к правой границе (16) действительная и мнимая части магнитной проницаемости правополяризованных волн значительно уменьшаются. Из (8) следует, что это также приводит к резкому возрастанию КО правополяризованных волн.

На еще более низких частотах ( $\omega < 10^9 \, \text{s}^{-1}$ ) пластина является "прозрачной" для ЭМВ, поскольку длина волны  $\lambda \sim c/\omega$  на этих частотах превосходит толщину пластины (рис. 1, 2). С возрастанием толщины пластины область "прозрачности" смещается в сторону все более низких частот (ср. рис. 1 и 2).

При увеличении толщины пластины левее области (16) могут выполняться условия размерного резонанса правополяризованных ЭМВ. Для пластины толщиной d = 1 ст из (14) следует, что первый размерный резонанс правополяризованных волн должен иметь место при  $\omega \approx 1 \cdot 10^9 \, \text{s}^{-1}$ . Это действительно согласуется с численными результатами на рис. 2, *a*.

Из (15) видно, что магнитная проницаемость левополяризованных волн всегда положительна и вблизи точки ОФП намного превосходит единицу. Она уменьшается при увеличении частоты. При некоторой частоте магнитная проницаемость левополяризованных волн сравнивается по величине с диэлектрической проницаемостью. Это приводит к уменьшению КО левополяризованных волн на данной частоте (18). Такой ситуации отвечает первый широкий минимум (после первого максимума) на рис. 1, b и 2, b. Дальнейшие минимумы на КО левополяризованных волн (рис. 1, b и 2, b) отвечают размерным резонансам ЭМВ. Частота первого резонанса согласуется с оценкой по формуле (14): для пластины толщиной  $d = 0.1 \,\mathrm{cm}$  условия (14) выполняются при  $\omega \approx 3 \cdot 10^{11} \, \mathrm{s}^{-1}$ , а для пластины толщиной  $d = 1 \, \mathrm{cm}$  при  $\omega \approx 3 \cdot 10^{10} \, {
m s}^{-1}$ . При бо́льших толщинах пластины размерные резонансы левополяризованных ЭМВ проявляются на все меньших частотах, исчезая при высоких частотах. Величина первого максимума КО левополяризованных волн растет с увеличением толщины пластины (ср. рис. 1, b и 2, b). С увеличением толщины пластины уменьшается также интервал частот, при которых пластина является прозрачной для левополяризованных ЭМВ.

В КО линейно поляризованной волны в области частот (16) на особенности, обусловленные вкладом от КО правополяризованных волн, накладываются особенности от КО левополяризованных волн. Из-за несовпадения частот размерных резонансов для право- и левополяризованных волн КО линейно поляризованной волны осциллирует с существенно меньшей амплитудой, чем КО право- и левополяризованных волн.

При увеличении магнитного поля (при отходе от точки ОФП) увеличивается частота спиновых волн  $\omega_0$ . Это приводит к сужению области (16) и сглаживанию описанных выше особенностей в поведении КО. Увеличение коэффициента затухания спиновых волн приводит к уменьшению величины пиков КО отражения право-, лево- и линейно поляризованных волн.

Как следует из вставок на рис. 1 и 2, на частотной зависимости КО при низких частотах имеется еще целый ряд очень узких пиков. Согласно приведенным выше оценкам частоты первого размерного резонанса по формуле (14), эти пики обусловлены резонансным поведением магнитной восприимчивости на упругих волнах. Действительно, в случаях толщины пластины d = 0.1, 1 ст условия первых размерных резонансов упругих волн при низких частотах вблизи точки ОФП  $(K = -10^6 \text{ erg/cm}^3, H = 4050 \text{ Oe})$  будут выполняться при  $\omega \approx 9 \cdot 10^6$ ,  $9 \cdot 10^5 \, \text{s}^{-1}$  соответственно. Из рис. 1,2 следует, что данные пики проявляются именно при низких частотах (в области пересечения невзаимодействующих ветвей колебаний), где взаимодействие между электромагнитными, спиновыми и упругими колебаниями максимально [8]. Справа и слева от этой частотной области величина пиков размерных акустических резонансов резко уменьшается и практически равна нулю вдали от нее. Поскольку взаимодействие левополяризованных электромагнитных и упругих волн со спиновыми волнами вблизи ОФП слабее, чем правополяризованных электромагнитных и упругих волн со спиновыми волнами, величина размерных акустических резонансов на КО левополяризованных волн меньше, чем на КО правополяризованных волн. Величина акустических резонансов также сильно зависит от коэффициента затухания спиновых волн: при увеличении коэффициента затухания амплитуда пиков уменьшается. При отходе от точки ОФП уменьшается динамический параметр магнитоупругой связи, что приводит практически к исчезновению размерных резонансов на акустических волнах.

В точке ОФП частотная зависимость КО несколько иная (рис. 3, 4). В области высоких частот изменение в поведении КО практически незаметно. В области же низких частот это изменение является значительным. Во-первых, феррит становится непрозрачным в широкой области низких частот ( $\omega < 10^9 \, {\rm s}^{-1}$ ), при которых он был прозрачным вблизи и вдали от точки ОФП. Это объясняется тем, что в точке ОФП существенно уменьшаются скорости упругих и электромагнитных волн, а значит, и длина этих волн [8]. Во-вторых, в области низких частот имеется ряд острых пиков, которые обусловлены размерными акустическими резонансами (рис. 3, 4). Положение этих резонансов зависит от толщины пластины: при уменьшении толщины пластины частота первых резонансов увеличивается (ср. рис. 3 и 4). Оценки по формулам (13)-(14) приводят к следующим значениям частот первых размерных акустических резонансов. При значениях параметров феррита (10) и  $K = -10^6 \text{ erg/cm}^3$ ,  $H = 4000 \,\mathrm{Oe}$  в случаях пластин толщиной d = 0.1, 1 ст в области частот  $\omega_M + \omega_{s0} \gg \omega \gg \omega_{s0}$  (в точке ОФП частота  $\omega_{s0} \approx 8.9 \cdot 10^6 \,\mathrm{s}^{-1})$  условия размерных акустических резонансов будут выполняться начиная с частот  $\omega \approx 1 \cdot 10^7 \, {
m s}^{-1}$ , а в области частот  $\omega \ll \omega_{s0}$  с частот  $\omega \approx 10, 10^7$  и  $10^{-1}, 10^5 \,\mathrm{s}^{-1}$  для право- и левополяризованных акустических волн соответственно. Данные оценки хорошо подтверждаются результатами численных расчетов (рис. 3, 4). Отсутствие акустических резонансов на КО правополяризованных волн в области сверхнизких частот  $\omega \ll \omega_{s0}$ , по-видимому, можно объяснить тем, что условия их установления выполняются для аномально низких частот, и в масштабах рис. 3,4 они не проявляются. Отметим также, что правополяризованные акустические волны в точке ОФП становятся сильнозатухающими, что также может привести к отсутствию резонансов акустических волн при сверхнизких частотах [9].

Размерные резонансы право- и левополяризованных ЭМВ в точке ОФП также проявляются на частотных зависимостях КО. В области высоких частот условия первых размерных резонансов ЭМВ практически совпадают с аналогичными условиями размерных резонансов для случая вблизи точки ОФП, определенных выше по формулам (12)–(13). При более низких частотах формула (14), примененная к точке ОФП, для пластин



**Рис. 3.** Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины феррита в точке ОФП при H = 4000 Ое,  $K = -1 \cdot 10^6$  erg/cm<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  erg/cm<sup>3</sup>,  $\gamma = 0.01$ . Толщина пластины d = 0.1 cm.

толщиной d = 0.1 и 1 ст приводит к отсутствию данных резонансов. Эти оценки совпадают с результатами численных расчетов, представленных на рис. 3, 4.

Согласно (10), особенности восприимчивости для право- и левополяризованных волн имеют место на разных частотах. В связи с этим пики акустических резонансов для этих волн на кривых зависимости КО разнесены по частоте (рис. 3). Амплитуда первых акустических резонансов максимальна, амплитуда же следующих резонансов резко убывает с увеличением номера резонанса. Расстояние между резонансами уменьшается с увеличением частоты. В интервале частот между акустическими резонансами право- и левополяризованных волн КО линейно поляризованных волн может принимать аномально малые значения.

Из рис. 3,4 следует, что перед первым размерным резонансом на КО правополяризованных волн и после первого максимума на КО левополяризованных волн имеется широкий минимум. Его положение зависит от толщины пластины: при увеличении толщины пластины он смещается в область низких частот. Такое поведение КО право- и левополяризованных волн может быть объяснено формулой (5). Из (5) следует, что в области низких частот в точке ОФП восприимчивость феррита намного превосходит единицу. В числителе (5) имеется множитель  $\omega^2 - \omega_t^2$ , который может при некоторой частоте привести к существенному уменьшению динамической магнитной проницаемости вплоть до нуля. При этом может выполниться условие равенства магнитной и диэлектрических проницаемостей феррита. В этом случае КО существенно уменьшается (в идеальном случае до нуля). Поскольку из рис. 3,4 следует, что указанный минимум имеет место на частотах вблизи размерных резонансов, для оценки частоты этого минимума можно воспользоваться приближенной формулой  $\omega = \omega_t = S_t k \approx S_t \pi/d$ . При толщинах пластины d = 0.1, 1 ст и учете (10) получается, что рассматриваемый минимум КО должен наблюдаться на частотах  $\omega \approx 10^7$ , 10<sup>6</sup> s<sup>-1</sup>. Эти оценки хорошо согласуются с положением первых широких минимумов на КО право- и левополяризованных волн на рис. 3, 4. Из-за большей ширины минимума КО правополяризованных волн в нем имеют место несколько резонансов КО левополяризованных волн (ср., например, рис. 4).

При увеличении толщины пластины возрастает величина КО в области сверхнизких частот — феррит для таких частот становится все более непрозрачным. Согласно (14), размерные резонансы на квазиупругих волнах при больших толщинах пластины могут проявиться и на сверхнизких частотах. Увеличение коэффициента затухания приводит к уменьшению величины пиков, в то



**Рис. 4.** То же, что на рис. 3, при толщине пластины d = 1 cm.



Рис. 5. Полевая зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины феррита при  $K = 1 \cdot 10^5$  erg/cm<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  erg/cm<sup>3</sup>,  $\gamma = 0.01$ . Толщина пластины d = 0.1 сm. Частота ЭМВ  $\omega$  в  $s^{-1}$ :  $I - 1 \cdot 10^9$ ,  $2 - 1 \cdot 10^{10}$ ,  $3 - 1 \cdot 10^{11}$ ,  $4 - 1 \cdot 10^{12}$ .

время как в области между пиками это увеличение не приводит к существенному изменению КО.

Полевые зависимости КО ЭМВ приведены на рис. 5-7.

Анализ представленных полевых зависимостей показывает, что все особенности на них также обусловлены аномальным поведением динамической магнитной восприимчивости (5) и размерными резонансами.

Как отмечалось выше, в области высоких частот при анализе поведения КО можно пользоваться выражениями (15) и (18). Из (15) следует, что магнитная проницаемость правополяризованных ЭМВ резонансно возрастает при значении магнитного поля, определяемом формулой

$$H_r = \frac{\omega - (1 + \gamma^2)(\omega_A + \omega_{me})}{g(1 + \gamma^2)}.$$
 (19)

Отсюда следует, что резонанс КО правополяризованных ЭМВ возможен только при частотах

$$\omega \ge \omega_3 = (1 + \gamma^2)(\omega_A + \omega_{me}). \tag{20}$$

Из (15) также следует, что в области магнитных полей

$$H_2 < H < H_1, \tag{21}$$

где

действительная часть магнитной проницаемости правополяризованных ЭМВ отрицательна. В данном интервале магнитных полей правополяризованные ЭМВ являются нераспространяющимися.

Значения магнитных полей, при которых возникают размерные резонансы ЭМВ, следуют из формулы (11), которую можно записать в виде

$$\mu_n(H) = \frac{\pi^2 c^2 n^2}{\omega^2 \varepsilon d^2},\tag{22}$$

Формулы (19)–(22) позволяют объяснить численно рассчитанные полевые зависимости КО ЭМВ (рис. 5–7).

На рис. 5–6 представлены полевые зависимости КО ЭМВ при  $K = 1 \cdot 10^5 \text{ erg/cm}^3$ ,  $B_2 = 1 \cdot 10^7 \text{ erg/cm}^3$  для нескольких значений частоты. Из (20) с учетом (10) следует, что при низких частотах ( $\omega < 1 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$ ) при любых магнитных полях не выполяется условие резонанса магнитной проницаемости правополяризованных волн (19). Из (15) и (21) также следует, что при низких частотах действительная часть магнитной проницаемости правополяризованных волн монотонна и все-



**Рис. 6.** То же, что на рис. 5, при толщине пластины d = 1 cm.



**Рис. 7.** Полевая зависимость КО ЭМВ  $R_+$  от поверхности пластины феррита при  $K = -1 \cdot 10^5 \text{ erg/cm}^3$ ,  $B_2 = 1 \cdot 10^7 \text{ erg/cm}^3$ ,  $\gamma = 0.01$ . Толщина пластины d = 0.1 cm. Частота ЭМВ  $\omega$  в  $s^{-1}$ :  $I - 1 \cdot 10^9$ ,  $2 - 1 \cdot 10^{10}$ ,  $3 - 1 \cdot 10^{11}$ ,  $4 - 1 \cdot 10^{12}$  (a);  $1.79 \cdot 10^7$  (b).

гда положительна. Магнитная проницаемость левополяризованных волн при любых частотах положительна, не имеет резонансных особенностей и монотонна. При низких частотах значения магнитной проницаемости  $\mu_{\pm}$  могут превосходить значения диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$ . Таким образом, при низких частотах на полевой зависимости КО не должно наблюдаться резких особенностей. В этом случае единственный минимум на зависимостях  $R_{\pm}(H)$  должен отвечать выполнению условия  $\varepsilon = \mu_{\pm}$ . При выполнении последнего условия КО практически обращается в нуль. Этому соответствует одиночный минимум на рис. 5 и 6 при низких частотах  $\omega < \omega_3 \approx 8 \cdot 10^9 \, \mathrm{s}^{-1}$  КО ЭМВ аномально мал для всех значений магнитного поля.

При высоких частотах ( $\omega > 1 \cdot 10^9 \,\mathrm{s}^{-1}$ ) условие (19) выполняется. Резонансное возрастание магнитной проницаемости правополяризованных волн при  $H = H_r$  (19) проявляется на полевой зависимости КО правополяризованных волн в виде либо неглубокого минимума при  $\omega = 1 \cdot 10^{10} \,\mathrm{s}^{-1}$  и  $d = 0.1 \,\mathrm{cm}$  (рис. 5, *a*), либо в виде резкого уменьшения КО в остальных случаях (рис. 5, *a*) и 6, a). Широкий и глубокий минимум на кривой  $R_+(H)$ по-прежнему отвечает равенству  $\varepsilon = \mu_+$ . Для левополяризованных ЭМВ магнитная проницаемость на высоких частотах близка к единице. В связи с этим для них не может выполняться условие равенства магнитной и диэлектрической проницаемостей. При больших частотах выполняются условия размерных резонансов (22). Это проявляется на кривых КО правополяризованных волн в виде нескольких узких минимумов (рис. 5, а и 7, а), а на кривых КО левополяризованных волн в виде нескольких широких минимумов (рис. 6, b). Резкое возрастание КО правополяризованных волн при  $\omega = 1 \cdot 10^{10}$  и  $1 \cdot 10^{11}$  s<sup>-1</sup> (кривые 2 и 3 на рис. 5, a) в области малых полей обусловлено отрицательностью действительной части магнитной проницаемости (22). При высоких частотах ( $\omega = 1 \cdot 10^{12} \, {
m s}^{-1}$ ) увеличение КО вне разонансных значений обусловлено уменьшением длины волны ЭМВ — пластина становится все менее прозрачной для таких волн.

При отрицательной константе анизотропии условие (19) может выполняться и при низких частотах. В этом случае на кривых  $R_+(H)$  вблизи точки ОФП при низких частотах появляются резонансные особенности в виде резких пиков (рис. 7, *b*).

При низких частотах на полевых зависимостях КО могут проявиться особенности, обусловленные размерными резонансами магнитной проницаемости (5) на звуковых волнах. Этим резонансам отвечают пики КО на рис. 7, *b*.

Проведенное исследование КО ЭМВ от пластины непроводящего ферромагнетика позволяет сделать следующие выводы.

Из анализа частотных зависимостей КО ЭМВ следует, что при учете магнитоупругого взаимодействия КО ЭМВ имеет особенности не только на размерных резонансах ЭМВ, но и на размерных резонансах упругих волн. Последние резонансы особенно отчетливо проявляются в точке ОФП.

КО правополяризованных ЭМВ может принимать аномально большие значения (вплоть до единицы) в области частот, в которой магнитная проницаемость этих волн отрицательна.

КО ЭМВ принимает аномально малые значения (вплоть до нуля) при совпадении динамической магнитной проницаемости с диэлектрической проницаемостью.

В точке ОФП КО ЭМВ может принимать аномально большие значения в области низких частот.

Из анализа полевых зависимостей КО ЭМВ следует, что в области низких частот КО ЭМВ может быть аномально мал при всех значениях магнитного поля. Эти частоты могут лежать в СВЧ-диапазоне.

При более высоких частотах на полевых зависимостях КО правополяризованных ЭМВ принимает аномально малые значения, если  $\varepsilon = \mu_+$ . Данное условие выполняется в области экспериментально доступных значений магнитного поля.

Таким образом, с помощью внешнего магнитного поля можно изменять КО ЭМВ от пластины непроводящего ферромагнетика от единицы до нуля в широком диапазоне частот.

## Список литературы

- [1] В.Д. Бучельников, И.В. Бычков, В.Г. Шавров. ФТП **34**, *11*, 3408 (1992).
- [2] В.Д. Бучельников, И.В. Бычков, В.Г. Шавров. Акуст. журн.
   40, 1, 158 (1994).
- [3] В.Д. Бучельников, И.В. Бычков, В.С. Романов, В.Г. Шавров. Вестн. Челябинского гос. ун-та. Сер. 6, Физика 1, 96 (1998).
- [4] В.Д. Бучельников, В.С. Романов, Г.А. Крафтмахер, В.Г. Шавров. Радиотехника 8, 15 (2000).
- [5] А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский. Спиновые волны. Наука, М. (1967).
- [6] А.Г. Гуревич, Г.А. Мелков. Магнитные колебания и волны. Наука, М. (1994).
- [7] В.Д. Бучельников, И.В. Бычков, В.Г. Шавров. ФММ 66, 2, 222 (1988).
- [8] В.Д. Бучельников, И.В. Бычков, А.В. Бабушкин, В.Г. Шавров. ФММ 90, 4, 9 (2000).
- [9] В.Д. Бучельников, В.Г. Шавров. ФММ 68, 3, 421 (1989).