Особенности формирования сдвиговой поверхностной электроупругой волны в пьезоэлектрическом кристалле

© С.В. Тарасенко, Т.Н. Тарасенко

Донецкий физико-технический институт Национальной академии наук Украины,
83114 Донецк, Украина

(Поступила в Редакцию 20 мая 2002 г.)

На конкретном примере показано, что в окрестности однокомпонентного дипольно-активного, собственно сегнетоэластического фазового перехода учет эффекта пространственной дисперсии может приводить к формированию сдвиговой поверхностной электроупругой волны даже в случае жеско закрепленной поверхности пьезоэлектрика.

Как известно, сдвиговая электроупругая волна является результатом гибридизации поперечного фонона SH-типа и электродипольно-активного возбуждения среды [1], что делает этот класс упругих колебаний весьма чувствительным инструментом для исследования методами акустооптики электродипольно-активных фазовых переходов (т. е. переходов, при которых параметр порядка преобразуется как некоторая линейная комбинация компонент вектора электрической поляризации $\mathbf{P}$ [1,2]). При этом эффективность использования акустооптической спектроскопии для анализа критической динамики таких переходов существенно увеличивается, если электродипольно-активный фазовый переход является переходом типа мягкой моды, а рассматриваемая сдвиговая упругая волна сформирована с участием этого типа дипольно-активных возбуждений [3]. Для изучения оптически непрозрачной среды особое значение представляет спектроскопия поверхностных электроупругих возбуждений, которые, как известно, являются результатом гибридизации фонона и дипольно-активного возбуждения в присутствии квазидвумерного дефекта — поверхности кристалла. При этом анализ спектра поверхностной упругой волны может быть полезным не только в случае фазовых переходов типа поверхностной реконструкции („surface reconstruction"), но также и в случае объемных дипольно-активных фазовых переходов. Для этого необходимо, чтобы формирование поверхностной электроупругой волны происходило с участием дипольно-активной мягкой моды, поскольку в этом случае можно ожидать, что динамические характеристики именно этого типа упругих колебаний будут существенно изменяться в окрестности исследуемого фазового перехода. Одним из характерных примеров фазового перехода данного типа может служить однокомпонентный электродипольно-активный фазовый переход типа мягкой моды из параэлектрической фазы ($T > T_C$, T_C — температура Кюри) в сегнетоэлектрическую ($T < T_C$) в одноосном (ось OZ) пьезокристалле с симметрией D_{2d} (например, KDP) [4].

Однако, как следует из [5], при подобной структуре тензора пьезоэлектрического взаимодействия $\hat{g}$ ($g_{14} = g_{25} \neq 0$, $g_{36} \neq 0$) для механически свободной границы ($\sigma_{ik} = 0$) с $\mathbf{n} \parallel [100]$ ($\mathbf{n}$ — нормаль к поверхности кристалла) формирование сдвиговой поверхностной акустической волны невозможно независимо от того, является ли поверхность кристалла „электрически открытой" ($\mathbf{Dn} = 0$, $\mathbf{D}$ — вектор электрической индукции) или „электрически замкнутой" ($\psi = 0$, $E \equiv -\nabla\psi$). Что же касается случая жестко закрепленной границы пьезоэлектрика ($\mathbf{u} = 0$, $\mathbf{u}$ — вектор смещений решетки), то для нее, как показано в [6], независимо от характера матрицы пьезоэлектрического взаимодействия локализация вблизи поверхности кристалла электродипольно-активной волны SH-типа также невозможна как при $\mathbf{Dn} = 0$, так и при $\psi = 0$.

На возможность формирования поверхностной электрозвуковой SH-волны для жестко закрепленной поверхности пьезокристалла впервые было указано в работах [7,8], н при этом предполагалось, что такой кристалл должен одновременно обладать как пьезоэлектрическими, так и пьезомагнитными свойствами.

Вместе с тем следует учитывать, чть вблизи границы устойчивости данного поляризованного состояния динамические свойства кристалла характеризуются не только резким снижением энергии активации мягкой дипольно-активной моды, но и одновременным резким возрастанием радиуса корреляции однородных флуктуаций. Это в свою очередь приводит к тому, что: 1) существенно возрастает влияние эффекта пространственной дисперсии; 2) важную роль в критической динамике кристалла начинают играть дефекты, среди которых принципиально неустранимым дефектом является поверхность реального образца. Таким образом, в окрестности дипольно-активного фазового перехода типа мягкой моды последовательный теоретический анализ спектра электроупругих колебаний, сформированных с участием мягкой моды, должен одновременно учитывать как конечные размеры реального кристалла, так и существование эффекта пространственной дисперсии.

В работе [9] показано, что для однокомпонентного собственно сегнетоэластического фазового перехода (т. е. перехода, при котором параметр порядка преобразуется как некоторая линейная комбинация компонент тензора упругих деформаций u_{ik} [1,2]) одновременный учет эффекта пространственной дисперсии и электроупругого взаимодействия ($g_{ikl}P_i u_{kl}$, $\hat{g}$ — тензор электроупругих констант изоморфный $\hat{\gamma}$) может приводить к формированию поверхностной электроупругой SH-волны с $\mathbf{k} \perp OZ$, $\mathbf{n} \parallel OX$ вблизи механически свободной границы кристалла уже в том случае, когда объемные и поверхностные свойства рассматриваемой среды идентичны, т. е. если дополнительные граничные условия для z компоненты вектора электрической поляризации $\mathbf{P}$ на поверхности сегнетоэлектрика ($x = 0$) имеют вид

$$\partial P_z / \partial x = 0, \quad x = 0. \tag{1}$$

Условием локализации электроупругой SH-волны вблизи поверхности исследуемого кристалла ($x = 0$) является одновременное выполнение следующих соотношений ($\boldsymbol{\rho}_z$ — малое отклонение P_z от равновесного значения [9]:

$$\boldsymbol{\rho}_z(x \to -\infty) \to 0, \quad |u(x \to -\infty)| \to 0. \tag{2}$$

Вместе с тем из результатов [9] следует, что, если поверхность кристалла жестко закреплена, при выполнении (1) формирование данного типа поверхностной SH-волны невозможно независимо от степени близости параэлектрической фазы к точке фазового перехода $T = T_C$ и величины волнового числа $k_\perp$. В этой ситуации вдоль поверхности рассматриваемого сегнетоэлектрического кристалла в параэлектрической фазе ($T > T_C$) с граничными условиями (1)–(2) имеет место распространение онородной объемной волны с поляризацией с $P_z \neq 0$ и $\mathbf{k}_z \parallel OZ$.

Однако все расчеты в [9] проводились без учета электродипольного взаимодействия, несмотря на то что обсуждаемый однокомпонентный фазовый переход типа мягкой моды, как известно, является одновременно не только собственно сегнетоэластическим фазовым переходом, но и электродипольно-активным [10].

В связи с этим цель данной работы состоит в определении необходимых условий, при выполнении которых уже для жестко закрепленной поверхности полуограниченного кристалла, испытывающего электродипольно-активный, собственно сегнетоэластический фазовый переход, одновременный учет эффекта пространственной дисперсии, электродипольного и электроупругого взаимодействия приводит к формированию сдвиговой поверхностной электроупругой волны. Структурно работа состоит из нескольких разделов: в первом приведены описание модели исследуемого фазового перехода и постановка краевой задачи. Во втором дана классификация возможных типов трехпарциальных сдвиговых поверхностных электроупругих волн, которые в выбранной геометрии могут распространяться вдоль поверхности кристалла, испытывающего однокомпонентный, дипольно-активный, сегнетоэластический фазовый переход. В отдельном разделе исследовано соотношение для спектра поверхностной электроупругой волны SH-типа, формирующейся на жестко закрепленной границе кристалла при одновременном учете всех трех перечисленных выше механизмов формирования дисперсии мягкой моды: электродипольного, пьезоэлектрического и пространственной дисперсии. Связи между условиями формирования данного типа поверхностного возбуждения и локальной геометрией поверхности волновых векторов соответствующего типа нормальных электроупругих колебаний, рассчитанной в модели неограниченного кристалла, изучена в предпоследнем разделе.

1. Основные соотношения

Для сравнения с результатами [9] в качестве примера выберем пьезокристалл с группой D_{2d}, считая для простоты и наглядности расчетов его упругие свойства изотропными. В случае однокомпонентного фазового перехода ($P_z \neq 0$) соответствующая плотность термодинамического потенциала может быть представлена в виде

$$W = 0.5\kappa(\nabla P_z)^2 + 0.5aP_z^2 + g_{14}P_x u_{yz} + g_{25}P_y u_{xz}$$
$$+ g_{36}P_z u_{xy} - \mathbf{PE} + 0.5Ku_{ii}^2 + \mu\left(u_{ik} - \frac{1}{3}\delta_{ik}u_{ll}\right)^2. \tag{3}$$

Здесь $\nabla \equiv (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$, $\mathbf{P}$ — вектор поляризации, κ — параметр для градиентной энергии, $a = a_1(T - T_C)$ [9–11], K — модуль всестороннего сжатия, μ — модуль сдвига, $\mathbf{E}$ — электрического поле, δ_{ik} — единичный тензор.

Как и в [9,11], для упрощения расчетов при написании (3) мы ограничились приближением $|P_z| \gg |P_\perp|$, что соответствует тому, что вблизи области фазового перехода продольная восприимчивость значительно больше поперечной (однокомпонентный сегнетоэлектрический фазовый переход). В этом случае в кулоновском приближении электроупругая динамика рассматриваемой модели пьезокристалла будет описываться замкнутой системой уравнений, состоящей из уравнения движения для z-компоненты вектора поляризации $\mathbf{P}$, уравнений электростатики и уравнений теории упругости (f — коэффициент, соответствующий эффективной массе [11], ρ — плотность кристалла, ψ — электростатический потенциал, ε_{ik} — тензор высокочастотной диэлектрической проницаемости)

$$f\,\frac{\partial^2 P_z}{\partial t^2} = \frac{\delta W}{\delta P_z}, \quad \varepsilon_{xx},\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \varepsilon_{zz}\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 4\pi\,\frac{\partial P_z}{\partial z},$$
$$\rho\,\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial u_{ik}\partial x_k}. \tag{4}$$

Поскольку целью данной работы является изучение спектра поверхностных нормальных электроупругих колебаний полуограниченного кристалла $y < 0$, рассматриваемую систему динамических уравнений необходимо дополнить соответствующими граничными условиями. Так же как и в [7], будем считать, что с точки зрения параметра порядка объемные и поверхностные свойства кристалла идентичны. В этом случае граничное условие для z-компоненты вектора электрической поляризации $\mathbf{P}$ на поверхности сегнетоэлектрика ($x = 0$) будет совпадать с (1). Жестко закрепленной поверхности отвечает соотношение

$$u = 0. \tag{5}$$

Что же касается электродипольных граничных условий, то, считая, что диэлектрическая среда, расположенная при $x > 0$, не является пьезоэлектрической и обладает проницаемостью ε_0, соответствующее граничное условие можно представить в виде ($\beta = \varepsilon_0 k_\perp/\varepsilon_{xx}$, $k_\perp$ — волновое число)

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} + \beta k_\perp \psi = 0, \quad x = 0. \tag{6}$$

Таким образом, случай электрически открытой (по терминологии работы [7]) поверхности кристалла (3) реализуется при $\beta \to 0$, а электрически замкнутой — при $\beta \to \infty$. Условием локализации рассматриваемой электроупругой волны вблизи поверхности кристалла $x = 0$ является одновременное выполнение соотношений

$$\rho_z(x \to -\infty) \to 0, \quad |u(x \to -\infty)| \to 0,$$
$$\psi(x \to -\infty) \to 0. \tag{7}$$

Расчет показывает, что при $T > T_C$ и $\mathbf{k} \in XZ$ ($\mathbf{u} \parallel OY$) в модели негораниченного пьезокристалла (3) дисперсионное уравнение, определяющее спектр нормальной электроупругой SH-волны, сформированной с участием мягкой оптической моды, может быть представлено в виде ($\mathbf{k}^2 \equiv k_x^2 + k_z^2$, $\omega_0^2 \equiv a/f$; $\omega_d^2 \equiv 4\pi/f$; $\omega_{pe}^2 \equiv g_{36}^2/(\mu f)$, $c^2 \equiv \kappa/f$; $\varepsilon = \varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx}$, $s_t^2 \equiv \mu/\rho$)

$$\omega^2 = \omega_0^2 + c^2k^2 + \omega_d^2\frac{\varepsilon k_z^2}{\varepsilon k_z^2 + k_x^2} + \omega_{pe}^2\frac{k_z^2 - \omega^2/s_t^2}{k^2 - \omega^2/s_t^2}. \tag{8}$$

Отсюда, в частности, следует, что в модели (3)–(4) пространственная структура u_y в сегнетоэлектрике ($x < 0$) представляет собой трехпарциальную волну ($k_\perp = k_z$, A_{1-3} — произвольные константы)

$$u_y = \sum_{j=1}^{3} A_j \exp(q_j x)\exp(i\omega t - ik_\perp z), \tag{9}$$

где q_{1-3} являются корнями следующего бикубического уравнения

$$q^6 - P_1 q^4 + P_2 q^2 - P_3 = 0,$$
$$P_1 = (2+\varepsilon)k_\perp^2 + \frac{1}{c^2}\left[\omega_0^2 - \omega^2\left(1 + \frac{c^2}{s_t^2}\right)\right],$$
$$P_2 = \frac{\omega_0^2 + (1+\varepsilon)c^2k_\perp^2 + \omega_{pe}^2 - \omega^2}{c^2}\left[k_\perp^2 - \frac{\omega^2}{s_t^2}\right]$$
$$+ \frac{\omega_0^2 + c^2k_\perp^2 + \omega_d^2 - \omega^2}{c^2}\,\varepsilon k_\perp^2,$$
$$P_3 = \frac{\omega_0^2 + c^2k_\perp^2 + \omega_d^2 + \omega_{pe}^2 - \omega^2}{c^2}\left[k_\perp^2 - \frac{\omega^2}{s_t^2}\right]\varepsilon k_\perp^2. \tag{10}$$

Считая частоту колебаний ω и касательную к поверхности кристалла компоненту волнового вектора $k_\perp$ заданными внешними параметрами, можно на основании (9)–(10) классифицировать возможные типы распространяющихся электроупругих волн SH-типа с $\mathbf{k} \in XZ$ и $\mathbf{u} \parallel OY$ в зависимости от характера их пространственной локализации вблизи поверхности образца $x = 0$. В частности, расчет показывает, что при $\mathbf{n} \parallel OX$ для формирования в пьезокристалле (3) распространяющейся поверхностной электрозвуковой SH-волны ($q_{1-3}^2 > 0$) необходимо, чтобы ее частота ω и волновое число $k_\perp$ удовлетворяли одной из систем неравенств

$$\omega^2 < s_t^2k_\perp^2, \quad 0 \leqslant k_\perp^2 \leqslant k_*^2,$$
$$\omega^2 < \omega_-^2(k_\perp), \quad k_*^2 \leqslant k_\perp^2 \leqslant k_0^2,$$
$$\omega_+^2(k_\perp) \leqslant \omega^2 \leqslant \omega_0^2 + \omega_{pe}^2 + \omega_d^2 + c^2k_\perp^2, \quad k_\perp > k_+,$$
$$k_*^2 \equiv (\omega_0^2 + \omega_d^2)/(s_t^2 - c^2),\ k_\pm^2 \equiv 0.5A \pm (0.25A^2 - B)^{1/2},$$
$$A \equiv \left[\frac{\omega_0^2 + \omega_d^2 + \omega_{pe}^2}{s_t^2} + \frac{\omega_d^2}{\varepsilon c^2}\left(1 - \frac{c^2}{s_t^2}\right) + \frac{\omega_{pe}^2}{c^2}\right]\frac{s_t^2}{s_t^2 - c^2},$$
$$B \equiv \left[\frac{\omega_0^2 + \omega_d^2 + \omega_{pe}^2}{s_t^2 - c^2}\right]\frac{\omega_d^2}{\varepsilon c^2}. \tag{11}$$

Здесь $\omega_\pm^2(k_\perp)$ представляют собой вещественные, положительные корни уравнения $D(\omega, k_\perp) = 0$ (где $D(\omega, k_\perp)$ — дискриминант бикубического уравнения (10)), k_0 является корнем уравнения $\omega_-^2(k_0) = 0$. В эластостатическом пределе ($\omega^2 \ll s_t^2k_\perp^2$) и $\varepsilon = 1$ характерные значения $\omega_\pm(k_\perp)$ и k_+^2 в (11) определяются следующими соотношениями:

$$\omega_\pm^2(k_\perp) = \omega_0^2 \pm 2\sqrt{\omega_d^2 + \omega_{pe}^2}\,ck_\perp,$$
$$k_+ \equiv \sqrt{\omega_d^2 + \omega_{pe}^2}/c. \tag{12}$$

Необходимым условием реализации в модели (3) сдвиговой трехпарциальной обобщенной поверхностной ($q_1^2 > 0$, $\mathrm{Re}\,q_{2,3}^2 \neq 0$; $\mathrm{Im}\,q_{2,3}^2 \neq 0$) электроупругой волны с $\mathbf{k} \in XZ$ является выполнение соотношения

$$\omega_-^2(k_\perp) \leqslant \omega^2 \leqslant \omega_+^2(k_\perp), \quad k_\perp > k_*. \tag{13}$$

Таким образом, из (9)–(10) следует, что для формирования локализованной вблизи поверхности $x = 0$ кристалла (3) сдвиговой электродипольно-активной волны с участием мягкой сегнетоэлектрической моды необходимо, чтобы ее частота ω и волновое число $k_\perp(\mathbf{k} \parallel OZ)$ одновременно удовлетворяли уравнениями (11) или (13). Однако это условие является необходимым для реализации поверхностной волны (9)–(10), но не достаточным, поскольку дисперсионное уравнение для исследуемой поверхностной электроупругой волны также является и условием существования нетривиальных решений указанной выше системы граничных условий (1), (5)–(7) относительно произвольных парциальных амплитуд A_{1-3}, входящих в (9).

2. Формирование поверхностной электроупругой SH-волны на жестко закрепленной поверхности пьезокристалла

Дисперсионное соотношение для распространяющейся вдоль границы пьезоэлектрика (3) сдвиговой поверхностной электродипольно-активной волны представляет собой нетривиальное решени краевой задачи (1), (5)–(7) относительно неизвестных амплитуд A_{1-3}, если пространственная структура y-компоненты вектора упругих смещений решетки $\mathbf{u}$ ($\mathbf{k} \in XZ$) имеет вид (9)–(10). В этом случае при произвольном β дисперсионное уравнение определяет спектр поверхностной электроупругой SH-волны в неявном виде

$$\det A_{ik} = 0, \quad 1 \leqslant i, \quad k \leqslant 3,$$

$$A_{i1} = q_i(q_i^2 - \varepsilon k_\perp^2)(q_i^2 - k_\perp^2 + \omega^2/s_t^2),$$

$$A_{i2} = (q_i + \beta k_\perp)(q_i^2 - k_\perp^2 + \omega^2/s_t^2),$$

$$A_{i3} = q_i(q_i^2 - \varepsilon k_\perp^2). \tag{14}$$

Из (14), в частности, следует, что при $\beta = 0$ полученное дисперсионное соотношение описывает спектр однородной объемной волны поляризации с $P_z \neq 0$ и законом дисперсии

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \omega_d^2 + \omega_{pe}^2 + c^2 k_\perp^2. \tag{15}$$

Значение $\omega = s_t k_*$, $k_\perp = k_*$, является корнем исследуемого дисперсионного уравнения (14) при любых ε и β. Как показывает анализ (10), (14), эта точка является длинноволновой точкой окончания спектра для рассматриваемой поверхностной электроупругой SH-волны (14), поскольку в ней две из трех парциальных волн, составляющих рассматриваемую поверхностную волну (10), превращаются в однонодную объемную волну. В общем случае нахождение совместного решения уравнений (10) и (14) возможно только численными методами.

Анализ дисперсионного уравнения показывает, что при $q_3 \ll q_{1,2}$ в коротковолновом пределе ($\omega \ll s_t k_\perp$) выражение для спектра исследуемой сдвиговой поверхностной электроупругой волны может быть получено в явном виде при произвольной величине параметра β

$$\Omega_s^2(k_\perp) \approx \omega_0^2 + \omega_d^2 + \omega_{pe}^2 + c^2 k_\perp^2 - \frac{\beta^2 \omega_d^4}{4c^2 k_\perp^2}. \tag{16}$$

Сопоставляя (16) с результатами проведенной выше классификации (11)–(12), можно убедиться, что найденное решение соответствует трехпарциальной поверхностной электроупругой волне SH-типа ($q_{1-3}^2 > 0$). В случае $\beta = 0$ соотношение (16) совпадает с выражением для спектра однородной объемной волны поляризации (15). Из (16) следует, что формирование исследуемого типа поверхностной волны на жестко закрепленной границе пьезоэлектрика (1), (5)–(7) возможно только при условии $\beta\omega_d \neq 0$.

По существу рассматриваемый тип поверхностной электроупругой SH-волны можно рассматривать как особый вид поверхностного кулоновского фононного поляритона TM-типа, сформированного в окрестности дипольно-активного, сегнетоэластического фазового перехода с участием мягкой сегнетоэлектрической моды и акустического фонона SH-типа. Возникает вопрос: является ли требование $\beta \neq 0$ безусловно необходимым для существования рассматриваемой трехпарциальной поверхностной электроупругой волны или оно связано с упругим граничным условием. Для ответа рассчитаем спектр данного поверхностного возбуждения с $\mathbf{k} \in XZ$ ($\mathbf{u} \parallel OY$) в том же коротковолновом пределе, что и (16), но при условии, что теперь система граничных условий на поверхности кристалла ($x = 0$) имеет вид

$$\partial P_z/\partial x = 0, \quad \alpha\sigma_{xy} + k_\perp u_y = 0, \quad x = 0,$$

$$\partial\psi/\partial x + \beta k_\perp \psi = 0, \quad x = 0. \tag{17}$$

Что же касается условий локализации рассматриваемой электроупругой SH-волны, то будем считать, что они попрежнему определяются соотношением (7).

В этом случае соответствующее дисперсионное соотношение с учетом (9)–(10) может быть представлено в виде

$$\det A_{ik} = 0, \quad 1 \leqslant i, \quad k \leqslant 3,$$

$$A_{i1} = q_i(q_i^2 - \varepsilon k_\perp^2)(q_i^2 - k_\perp^2 + \omega^2/s_t^2),$$

$$A_{i2} = (q_i + \beta k_\perp)(q_i^2 - k_\perp^2 + \omega^2/s_t^2),$$

$$A_{i3} = \big(q_i k_\perp + \alpha(k_\perp^2 - \omega^2/s_t^2)\big)(q_i^2 - \varepsilon k_\perp^2). \tag{18}$$

Решение (18) получим для частного случая $\alpha \ll 1$, $\beta \ll 1$, что даст возможность пренебречь слагаемыми, пропорциональными величине $\alpha\beta$ ($\alpha\beta \ll \alpha$, $\beta \ll 1$). В результате расчет показывает, что спектр исследуемой поверхностной трехпарциальной электроупругой SH-волны может быть представлен в виде

$$\Omega_s^2(k_\perp) \approx \omega_0^2 + \omega_d^2 + \omega_{pe}^2 + c^2 k_\perp^2 - \frac{\alpha^2 \omega_{pe}^4 + \beta^2 \omega_d^4}{4c^2 k_\perp^2}. \tag{19}$$

Сопоставление кривой (18) с результатами проведенной выше классификации (9)–(12) показывает, что, если $\alpha \neq 0$, рассматриваемая дисперсионная кривая отвечает сформированной с участием мягкой моды трехпарциальной электроупругой поверхностной SH-волне ($q_{1-3}^2 > 0$) не только при $\beta \neq 0$, но и при $\beta = 0$.

Расчет показывает, что, если граничные условия (17) на поверхности пьезокристалла (3) таковы, что одновременно $1/\alpha = 0$ и $1/\beta = 0$ (механически свободная граница раздела „пьезокристалл–идеальный металл", в эластостатическом пределе ($\omega \ll s_t k_\perp$) можно из (10) и (18) получить выражения для спектра рассматриваемой трехпарциальной электроупругой SH-волны $\mathbf{k} \in XZ$

в явном виде в более широком диапазоне волновых чисел и частот. В частности, если $\varepsilon \ll 1$, то соответствующее дисперсионное соотношение можно представить в виде

$$\Omega_s^2(k_\perp) \approx 0.5N_1 + \sqrt{0.25N_1^2 - N_2},$$
$$N_1 = 2\omega_0^2 + c^2k_\perp^2,$$
$$N_2 = \omega_0^2(\omega_0^2 + c^2k_\perp^2) - c^2k_\perp^2(\omega_d^2 + \omega_{pe}^2). \qquad (20)$$

Из сопоставления (20) с результатами проведенной выше классификации возможных для данной геометрии краевой задачи типов поверхностной трехпарциальной электроупругой SH-волны (см. соотношения (9) и (11)–(13)) следует, что уравнение (20) описывает при $k_\perp < k_c$ спектр обобщенной поверхностной трехпарциальной электроупругой SH-волны ($q_1^2 > 0$, $\operatorname{Re} q_{2,3}^2 \neq 0$; $\operatorname{Im} q_{2,3}^2 \neq 0$), а при $k_\perp > k_c$ вблизи границы раздела „пьезокристалл (3)–идеальный металл" (например, сверхпроводник) имеет место формирование поверхностной трехпарциальной электроупругой SH-волны ($q_{1-3}^2 > 0$). При этом k_c в тех же приближениях, что и (20), на основании (12) определяется выражением

$$k_c = \frac{3\sqrt{\omega_d^2 + \omega_{pe}^2}}{2c}. \qquad (21)$$

3. Связь с формой изочастотной поверхности

В работе [12] показано, что для пьезокристалла рассматриваемой симметрии формирование сдвиговой обобщенной поверхности электрозвуковой волны вблизи механически свободной поверхности пьезоэлектрика (пьезомагнетика) оказывается тесно связанным с локальной геометрией сечения изочастотной поверхности соответствующего типа нормальной SH-волны в неограниченном кристалле.

Анализ показывает, что и в случае трехпарциальной электроупругой волны SH-типа ее локализация вблизи поверхности взаимосвязана с локальной геометрией поверхности рефракции соответствующего типа нормальных сдвиговых электроупругих колебаний неограниченного пьезокристалла при условии, что она рассчитана в эластостатическом приближении.

Если нормаль к поверхности рассматриваемого пьезокристалла $\mathbf{n}$ и направление распространения электроупругой SH-волны $\mathbf{k}_\perp/|k_\perp|$ лежат в одной плоскости (XZ), то из (8) следует, что в пренебрежении акустическим запаздыванием (эластостатическое приближение: $\omega/s_t \to 0$) форма сечения в k-пространстве изочастотной ($\omega = \text{const}$) поверхности нормальной электроупругой SH-волны неограниченного кристалла (3) плоскостью k_xk_z в эластостатическом пределе определяется уравнением вида ($\operatorname{tg}\vartheta = k_x/k_z$)

$$c^2k^2 = \omega^2 - \omega_{pe}^2\cos^2\vartheta - \omega_d^2\varepsilon/(\varepsilon + \operatorname{tg}^2\vartheta). \qquad (22)$$

Анализ (20) показывает, что при выполнении условия

$$\omega_0^2 < \omega^2 < \omega_0^2 + 2\omega_{pe}^2 + \omega_d^2(1+\varepsilon)/\varepsilon \qquad (23)$$

на исследуемой кривой (22) имеет место формирование участков с отрицательной гауссовой кривизной, максимум которой достигается при $\vartheta = 0$. Сопоставляя этот результат с условиями существования найденной выше поверхности электроупругой SH-волны (16), (19), можно сделать вывод, что наличие участка с отрицательной гауссовой кривизной на кривой (23) является необъходимым условием для конденсации этого типа нормального колебания в соответствующую поверхностную волну. При этом требуется, чтобы направление нормали к поверхности пьезокристалла ($\mathbf{n}$) было перпендикулярно направлению, в котором имеет место формирование указанного участка с максимальной отрицательной кривизной. В противном случае формирующаяся поверхностная волна будет вытекающей волной. В последнем случае парциальными волнами, ответственными за бездиссипативный механизм релаксации вытекающей волны, будут нормальные колебания, для которых соответствующие полости поверхности рефракции будут охватывать в k-пространстве полость, связанную с исследуемой вытекающей волной. Проведенный выше расчет показывает, что формирование на границе раздела „пьезоэлектрик–неполярный диэлектрик" за счет одновременного влияния электроупругого и электродипольного взаимодействия поверхностной трехпарциальной электродипольной SH-волны возможно только при учете эффекта пространственной дисперсии. При этом требуется, чтобы в неограниченном кристалле минимальная фазовая скорость распространения мягкой моды (в данном случае сегнетоэлектрической) была меньше минимальной фазовой скорости распространения сдвиговой акустической волны.

Таким образом, в данной работе получены следующие основные результаты.

1) В зависимости от величины внешних параметров (частоты ω и волнового числа $k_\perp$) на конкретном примере однокомпонентного электродипольно-активного, собственно сегнетоэластического объемного фазового перехода определены необходимые условия, при выполнении которых совместное влияние эффекта пространственной дисперсии, электроупругого и электродипольного взаимодействия может приводить к формированию поверхностной трехпарциальной электроупругой волны SH-типа с участием мягкой моды уже в случае жестко закрепленной поверхности.

2) В эластостатическом пределе найдено решение соответствующей краевой задачи и показано, что характер локализации рассматриваемого типа сдвиговой электроупругой волны вблизи поверхности пьезоэлектрика зависит от величины волнового числа. При $k_\perp < k_c$ полученная дисперсионная кривая соответствует сдвиговой обобщенной трехпарциальной поверхностной волне ($q_1^2 > 0$, $\operatorname{Re} q_{2,3}^2 \neq 0$, $\operatorname{Im} q_{2,3}^2 \neq 0$), которая при некотором $k_c \neq 0$ плавно переходит в дисперсионную кривую для поверхностной ($q_{1-3}^2 > 0$) электроупругой SH-волны.

3) Изучено влияние характера электродинамических и упругих граничных условий на условия формирования данного типа поверхностной волны и доказано, что данный типа локализованных возбуждений может рассматриваться как особый вид кулоновского фононного TM-поляритона, сформированного с участием сдвиговой акустической упругой волны и мягкой сегнетоэлектрической моды.

4) Указана связь между формированием найденного типа поверхностной волны и локальной геометрией изочастотной поверхности соответствующего типа нормального колебания в неограниченном кристалле. При этом необходимо, чтобы a) в неограниченном кристалле минимальная фазовая скорость распространения мягкой моды была меньше минимальной фазовой скорости распространения сдвиговой акустической волны; b) направление нормали к поверхности поляризованного кристалла $\mathbf{n}$ и направление распространения волны вдоль границы раздела сред $(\mathbf{k}_\perp/|k_\perp|)$ должны совпадать с теми взаимно перпендикулярными направлениями, вдоль которых для рассматриваемого сегнетоэластического фазового перехода типа мягкой моды в пренебрежении дипольным взаимодействием имеет место аномальный рост критических флуктуаций. При этом вектор $\mathbf{n}$ должен быть коллинеарен тому направлению, для которого в неограниченном кристалле совместный учет линейной стрикции и дипольного взаимодействия не приводит к подавлению аномального роста флуктуаций для исследуемого дипольно-активного, собственно сегнетоэластического фазового перехода [2,11].

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Драгунову И.Е. и Юрченко В.М. за поддержку идеи данной работы и плодотворные обсуждения.

Список литературы

[1] А. Брус, Р. Каули. Структурные фазовые переходы. Мир, М. (1984). 408 с.
[2] А.Л. Паташинский, В.Л. Покровский. Флуктуационная теория фазовых переходов. Наука, М. (1982).
[3] Рассеяние света вблизи точек фазовых переходов / Под ред. Г.З. Камминза, А.П. Леван. Наука, М. (1990). 414 с.
[4] Р. Блинц, Б. Жекш. Сегнетоэлектрики и антисегнетоэлектрики. Мир, М. (1975). 398 с.
[5] C.C. Tseng. J. Appl. Phys. **41**, *6*, 2270 (1970).
[6] J. Lothe, D.M. Barnett. J. Appl. Phys. **47**, *5*, 1799 (1976).
[7] V.I. Alshits, A.N. Darinskii, J. Lothe. Wave Motion **16**, 265 (1992).
[8] V.I. Alshits, A.N. Darinskii, J. Lothe, V.I. Lubimov. Wave Motion **19**, 113 (1994).
[9] С.В. Тарасенко. Кристаллография **45**, *2*, 313 (2000).
[10] А.П. Леванюк, Б.А. Струков. Физические основы сегнетоэлектрических явлений в кристаллах. Наука, М. (1983). 240 с.
[11] В.В. Тарасенко, Е.В. Ченский. ЖЭТФ **83**, *3* (9), 1089 (1982).
[12] Ю.А. Косевич, Е.С. Сыркин. ФТТ **28**, *1*, 248 (1986).