# Электромагнитно-акустическое преобразование в монокристалле эрбия

© В.Д. Бучельников, И.В. Бычков, Ю.А. Никишин, С.Б. Пальмер\*, Ч.М. Лим\*, К. Эдвардс\*

Челябинский государственный университет, 454021 Челябинск, Россия \* Университет Варвика, Ковентри CV47 AL, Великобритания

E-mail: buche@csu.ru, phrah@warwick.ac.uk

(Поступила в Редакцию в окончательном виде 1 февраля 2002 г.)

Экспериментально исследованы температурные зависимости эффективности электромагнитноакустического преобразования (ЭМАП) и скорости поперечного звука в редкоземельном металле эрбии, имеющем три типа сложных магнитных структур, при различных значениях внешнего постоянного магнитного поля. Обнаружено, что в области температур фазовых переходов между магнитными структурами наблюдаются интенсивная генерация и аномалии скорости поперечного звука. При увеличении поля эффективность генерации растет, а аномалии скорости звука убывают. Теоретически получены выражения для эффективности генерации поперечного звука за счет магнитоупругого механизма в двух типах магнитных структур эрбия. Показано, что увеличение эффективности ЭМАП в области фазовых переходов обусловлено особенностями статической и динамической магнитных восприимчивостей эрбия.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта Минобразования РФ № Е00-3.4-536.

Магнитное упорядочение некоторых магнетиков имеет сложный характер. К таким магнетикам относятся, например, редкоземельные металлы. Как правило, во всех редкоземельных металлах при понижении температуры наблюдается целый ряд магнитных фазовых переходов из одной магнитной структуры в другую. В частности, в редкоземельном металле эрбия (Er) в отсутствии магнитного поля наблюдается следующая последовательность спонтанных фазовых переходов [1–4]. При температурах  $T > T_{N1} = 87 \,\text{K}$  эрбий является парамагнетиком (РМ). В интервале температур  $T_{N1} > T > T_{N2} = 54 \,\mathrm{K}$  в эрбии реализуется магнитная структура, которая называется продольной спиновой волной (LSW). В ней осциллирует продольная проекция намагниченности на ось анизотропии. При этом поперечные составляющие намагниченности равны нулю. В диапазоне температур  $T_{N2} > T > T_C = 18 \, {\rm K}$  осуществляется структура, в которой осциллируют как поперечные, так и продольные проекции намагниченности на гексагональную ось с. Такая магнитная структура получила название сложной спирали (или циклоидальной структуры) (CS). При понижении температуры в данной фазе волновой вектор циклоиды уменьшается, проходя через ряд соизмеримых и несоизмеримых значений [15]. В случае *T* < *T*<sub>C</sub> в Ег имеет место структура типа ферромагнитной спирали (FS).

Сложная магнитная структура эрбия сохраняется и во внешнем магнитном поле **H** вдоль гексагональной оси — вплоть до H = 26-28 kOe [3,4]. С увеличением магнитного поля расширяется область существования фазы FS, а области существования фаз LSW и CS уменьшаются. При возрастании магнитного поля в фазе CS происходит стабилизация соизмеримых структур, которые обладают результирующей намагниченностью вдоль гексагональной оси [3]. В полях H > 16 kOe в фазе CS остается лишь одна соизмеримая структура с волновым числом 2/7 (в единицах постоянной обратной решетки вдоль оси с) [3]. Наоборот, в области существования фазы FS количество соизмеримых и несоизмеримых состояний увеличивается [3,4].

Наличие в Ег и других редкоземельных металлах целого ряда магнитных фазовых переходов и различного рода длиннопериодических магнитных структур приводит к тому, что поведение различных физических характеристик данных металлов может существенно отличаться от поведения аналогичных характеристик в магнетиках, обладающих более простой магнитной структурой. В частности, представляет интерес экспериментальное и теоретическое исследование процессов электромагнитно-акустического преобразования (ЭМАП) в редкоземельных металлах, так как все изменения, происходящие в магнитной структуре этих веществ, должны сказываться на неэффективности возбуждения звука [6].

Исследованию процессов ЭМАП в редкоземельных металлах, обладающих модулированной магнитной структурой, уже посвящен ряд экспериментальных и теоретических работ (см., например, обзор [6]). Экспериментально изучалось электромагнитное возбуждение звука в тербии и диспрозии, как в ферромагнитной, так и в модулированных фазах [7,8]. Теоретически процессы ЭМАП в ферромагнитных фазах модулированных магнетиков изучались в работах [6,8]. Теоретическому исследованию эффективности ЭМАП в модулированных фазах редкоземельных металлов посвящена всего лишь одна работа [9]. В ней исследовалось ЭМАП в модулированной фазе типа простая спираль.

В настоящей работе экспериментально исследовано ЭМАП в монокристалле Ег. Теоретически рассчитаны эффективности ЭМАП за счет магнитоупругого механизма в модулированных фазах LSW и FS. Проведено сравнение теоретических и экспериментальных результатов.

#### 1. Эксперимент

Исследование эффективности ЭМАП и скорости генерируемого звука проводилось с помощью автоматизированной ультразвуковой измерительной системы Matec DSP-8000 [10,11], которая адаптирована для проведения измерений по стандартной эхо-импульсной методике бесконтактной генерации звука, описанной, например, в обзоре [6]. Монокристаллический образец в форме цилиндра длиной 2.8 и диаметром 4.5 mm помещался в плоскую сапиральную катушку. Гексагональная ось с совпадала с осью цилиндра. Образец вместе с катушкой помещался в постоянное магнитное поле, вектор напряженности Н которого был перпендикулярен плоскости катушки и параллелен гексагональной оси с образца. В такой геометрии генерируется поперечный звук с волновым вектором  $\mathbf{k}$ , параллельным оси  $\mathbf{c}$  [6]. На катушку подавались импульсы электромагнитного поля амплитудой 200 V длительностью 0.6-0.8 µs и частотой заполнения 10 МНе. Этими импульсами в образце возбуждалась последовательность затухающих

**Рис. 1.** Экспериментальная зависимость амплитуды сигнала ЭМАП в монокристалле эрбия от температуры в магнитном поле **H**  $\parallel$  **c** (в kOe): *I* — 10, *2* — 20. Амплитуда сигнала выражена в условных единицах.

**Рис. 2.** Экспериментальная зависимость скорости поперечного звука в монокристалле эрбия от температуры в магнитном поле **H** || **c** (в kOe): *1* — 10, *2* — 15, *3* — 20.

акустических сигналов. Скважность электромагнитных импульсов составляла 1 kHe, что позволяло всей последовательности генерируемых акустических сигналов располагаться в ней. Импульсы ультразвука на частоте падающей электромагнитной волны генерировались на обеих основаниях цилиндра, распространялись вдоль его оси и после достижения противоположного основания цилиндра регистрировались той же катушкой. Эхосигналы, следующие с интервалом t = h/S, где h длина цилиндра, *S* — скорость ультразвука, поступали с катушки на прецезионную установку Matec DSP-8000. Время прохождения сигнала через образец обычно определялось по третьему и четвертому эхо-сигналам, амплитуда генерируемого сигнала измерялась по третьему эхо-сигналу [10]. Погрешность определения скорости звука на установке Matec DSP-8000 не превышала 0.1%. Анализ формы эхо-сигналов показал, что затухание ультразвука в образце является малым и не оказывает существенного влияния на величину эффективности ЭМАП [10]. В этом случае в описанной постановке эксперимента регистрируемая амплитуда сигнала пропорциональна квадрату эффективности ЭМАП [6,10].

Температурные зависимости амплитуды сигнала ЭМАП при двух значениях постоянного магнитного поля представлены на рис. 1. Видно, что при H = 10 kOe на эффективности ЭМАП в области температур фа-





зовых переходов Pm-LSW, LSW-CS и CS-FS наблюдаются четко выраженные пики генерации звука. При  $H = 20 \,\mathrm{kOe}$  в области данных температур также имеет место увеличение эффективности генерации, причем в фазе CS наблюдается плато эффективности генерации, превосходящее по величине эффективности генерации в других фазах. Величина эффективности генерации во всех фазах растет с увеличением магнитного поля. На рис. 2 предствлены температурные зависимости скорости генерируемого поперечного звука для трех значений магнитного поля. Из него также следует, что в области указанных температур наблюдаются аномалии скорости звука, которые сглаживаются при увеличении магнитного поля. Наибольшее уменьшение скорости поперечного звука достигается в области существования фазы CS в магнитном поле  $H = 10 \, \mathrm{kOe.}$  При этом величина изменения скорости звука составляет 15-20%. Отметим, что такого значительного изменения скорости ультразвука в области магнитных фазовых переходов на других редкоземельных металлах до сих пор не наблюдалось.

## 2. Теория

2.1. Свободная энергия и основное состояние. Редкоземельные металлы имеют гексагональную кристаллическую структуру. Феноменологическое выражение для свободной энергии такого магнетика имеет вид [1,9,12]  $W = \frac{1}{V} \int F dV,$ 

где

$$F = \frac{1}{2} a \mathbf{M}^{2} + \frac{1}{4} b \mathbf{M}^{4} - \frac{1}{2} \beta_{1} M_{z}^{2} - \frac{1}{4} \beta_{2} M_{z}^{4}$$

$$+ \frac{1}{2} \beta_{6} (M_{+}^{6} + M_{-}^{6}) + \frac{1}{2} \alpha_{\perp} \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x} \right)^{2} + \left( \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial y} \right)^{2} \right]$$

$$+ \frac{1}{2} \alpha_{\parallel} \left( \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial z} \right)^{2} + \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{\partial^{2} \mathbf{M}}{\partial x_{i}^{2}} \right)^{2} - \mathbf{M} (\mathbf{H} + \mathbf{h})$$

$$+ \gamma_{ik} \mathbf{M}^{2} U_{ik} + \gamma_{iklm} M_{i} M_{k} U_{lm} + c_{iklm} U_{ik} U_{lm}, \qquad (1)$$

**М** — намагниченность;  $M_{\pm} = M_x \pm i M_y$  — ее циркулярные компоненты; a, b – постоянные однородного обмена;  $\alpha, \gamma$  — константы неоднородного обмена;  $\beta$  — константы анизотропии; **H** и **h** — напряженности постоянного и переменного магнитных полей;  $\gamma_{ik}, \gamma_{iklm}$  — тензоры постоянных соответственно обменной и релятивистской магнитострикции;  $U_{ij}$  — тензор деформаций,  $c_{iklm}$  тензор модулей упругости.

Определим основное состояние кристалла в пренебрежении анизотропией в плоскости базиса ( $\beta_6 = 0$ ) и при условии, что внешнее магнитное поле направлено вдоль гексагональной оси, **H** || **c** || **z**. Для его нахождения требуется решить систему уравнений, состоящую из уравнений Эйлера для магнитной подсистемы и

уравнений равновесия упругой подсистемы с условиями совместной деформаций Сен–Венана [12].

Рассмотрим отдельно основные состояния для фаз LSW и FS.

В случае структуры LSW равновесные компоненты вектора намагниченности запишем в виде [1]

$$M_{\pm} = 0, \quad M_z = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} M_n^z e^{iqnz},$$
 (2)

где  $2\pi/q$  — период структуры вдоль оси **z**.

Равновесный тензор деформаций, получающийся при решении уравнений равновесия упругой среды и условий совместности Сен–Венана при учете (2) и в приближении  $qd \gg 1$  (т.е. в случае, когда период структуры намного меньше толщины магнетика d), приведен в Приложении (П1).

Для нахождения равновесных значений  $M_n^z$  и q необходимо подставить (2) и (П1) в (1), а затем проминимизировать по  $M_n^z$  и q выражение для свободной энергии. Из анализа получающейся в результате минимизации свободной энергии системы уравнений следует, что  $M_n^z = M_{-n}^z$ , поэтому далее рассмотрим только компоненты  $M_n^z$  с n = 0, 1, 2, 3, ... Ограничимся также рассмотрением области слабых магнитных полей. В этом случае достаточно оставить в (2) члены с n = 0, 1, 2, 3 $(M_1 \gg M_0, M_2, M_3)$  [1]. В первом приближении по малому параметру  $\tilde{b}_i/L(q)$  для  $M_0, M_1, M_2, M_3$  получаем следующие выражения:

$$M_0^z = H/L(0), \quad M_1^z = -L(q)/3\tilde{b},$$
  
$$M_2^z = -\frac{3\tilde{b}_1 M_0^z}{L(2q)} (M_1^z)^2, \quad M_3^z = -\frac{\tilde{b}_1}{L(3q)} (M_1^z)^3, \quad q = q_0.$$
(3)

Здесь  $L(q) = a - \beta_1 + \alpha_{\parallel} q^2 + \gamma q^4$  — собственное значение дифференциального оператора

$$\hat{L} = a - \beta_1 - \alpha_{\parallel} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \gamma \frac{\partial^4}{\partial z^4}, \quad q_0^2 = -\frac{\alpha_{\parallel}}{2\gamma},$$
$$\tilde{b} = b - \frac{2\tilde{\gamma}_3^2}{c_{33}} + \frac{8(c_{33}\tilde{\gamma}_1 - c_{13}\tilde{\gamma}_3)^2}{3c_{33}\Delta}, \quad \tilde{b}_1 = b - \frac{2\tilde{\gamma}_3^2}{c_{33}}.$$

При определении основного состояния магнетика в фазе FS предположим, что минимум энергии *W* осуществляется, когда намагниченность имеет следующий вид:

$$M_0^+ = M_0 e^{\iota q z} \sin \theta, \quad M_0^- = M_0 e^{-\iota q z} \sin \theta,$$
$$M_0^z = M_0 \cos \theta, \tag{4}$$

где  $\theta$  — угол между вектором намагниченности **M** и осью симметрии **z**. Решение уравнений упругости и условий совместности Сен-Венана для фазы FS при учете (4) позволяет получить равновесный тензор деформаций  $U_{ik}^0$ . Выражение для него приведено в Приложении (П2). Подставляя (4) и (П2) в выражение для свободной энергии (1), произведя ее усреднение в приближении  $qd \gg 1$  и затем минимизируя по  $\theta$ 

и q, окончательно получим следующие уравнения, определяющие равновесные значения намагниченности и волнового числа спирали в фазе FS:

$$q = q_0 = (-\alpha_{\perp}/2\gamma)^{1/2},$$

$$M_0 \cos \theta [\tilde{\beta}_1 + h_{me} + (\tilde{\beta}_2 - h_{me}/M_0^2)M_0^2 \cos^2 \theta + \alpha q^2 + \tilde{\Delta}] + H = 0,$$
(5)

где  $\tilde{\Delta} = \gamma q^4$ ,  $h_{me} = (\gamma_{11} - \gamma_{12})^2 M_0^2 / (c_{11} - c_{12})$ ,  $\tilde{\beta}_1$  и  $\tilde{\beta}_2$  — перенормированные магнитострикцией константы анизотропии [9,13].

2.2. Генерация ультразвука в фазе LSW. Рассмотрим магнетик, занимающий полупространство z > 0 (такое приближение справедливо в случае, когда длина звуковой волны много меньше толщины образца; это приближение выполняется в описанном выше эксперименте). Пусть по нормали к поверхности магнетика падает плоская электромагнитная волна. Направим вектор напряженности внешнего магнитного поля **H** вдоль гексагональной оси **c** образца (**H** || **k** || **c** || **z**).

Для нахождения амплитуды возбуждаемой в магнетике звуковой волны требуется решить связанную систему уравнений Ландау–Лифшица, теории упругости и Максвелла совместно со стандратными граничными условиями на векторы электрического и магнитного полей, тензор напряжений и намагниченность [6]

$$\dot{\mathbf{M}} = g[\mathbf{M}, \mathbf{H}^{eff}], \quad \rho \ddot{u}_i = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k},$$
$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \sigma \mathbf{E}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = 0, \quad (6)$$

где  $\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}$  — индукция магнитного поля,  $\mathbf{E}$  — напряженность электрического поля,  $\mathbf{H}^{eff} = -\frac{\partial F}{\partial \mathbf{M}} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial (\partial \mathbf{M}/\partial x_i)}$  — эффективное магнитное поле,  $\rho$  плотность металла,  $\mathbf{u}$  — вектор смещения, g — гиромагнитное отношение, c — скорость света в вакууме,  $\sigma$  — электропроводность. В уравнениях (6) оставлены слагаемые, ответственные лишь за магнитоупругий механизм генерации звука. Данный механизм ЭМАП является преобладающим в магнитных полях вплоть до 100 kOe [6].

Рассмотрим малые колебания намагниченности, упругих смещений и электромагнитного поля вблизи положения равновесия (2), (3). Для этого представим все переменные в виде

$$F = F_0(z) + f$$
,  $f = e^{ikz} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} f_n e^{iqnz}$ , (7)

где  $F_0$  — равновесные значения, f — малые отклонения от равновесных значений. Подставив (7) в систему связанных уравнений (6) и исключив из нее напряженность электрического поля **E**, получим линеаризованную вблизи положения равновесия бесконечную систему уравнений для Фурье-компонент  $f_n$  связанных волн в фазе LSW. В приближении, когда амплитуды нулевых гармоник  $f_0$  в полученной бесконечной системе уравнений являются наибольшими [9], линеаризованная система уравнений (6) запишется в виде

$$(\omega^{2} - \omega_{t}^{2})u_{0}^{\pm} + \frac{ik\gamma_{44}M_{0}^{z}}{\rho}m_{0}^{\pm} = 0,$$

$$(k^{2} - k_{e}^{2})h_{0}^{\pm} - 4\pi i\delta^{2}m_{0}^{\pm} = 0,$$

$$(\omega \mp \omega_{1})m_{0}^{\pm} - 2igk\gamma_{44}(M_{1}^{z})^{2}u_{0}^{\pm} + M_{0}^{z}gh_{0}^{\pm} = 0,$$
(8)

где  $m^{\pm}$ ,  $h^{\pm}$ ,  $u^{\pm}$  — циркулярные компоненты;  $\omega$  — частота падающей на металл электромагнитной волны;  $\omega_t = S_t k$  — частота, а  $S_t = \sqrt{c_{44}/\rho}$  — скорость поперечного звука,  $k_e^2 = 2i/\delta^2 = 4\pi i \sigma \omega/c^2$ ,  $\delta$  — толщина скин-слоя в металле,  $\omega_1 = g M_0(L(k) + \beta_1 + 6(\tilde{b} + b_{me})M_1^2)$ ,

$$b_{me} = \frac{2\tilde{\gamma}_3}{c_{33}}(\gamma_{33} - \gamma_3) + \frac{2(c_{33}\tilde{\gamma}_1 - c_{13}\tilde{\gamma}_3)}{3c_{33}\Delta} \\ \times \left[ c_{33} \left( 3\gamma_{11} + \gamma_{12} - 4\gamma_{13} + \gamma_1 - 3\frac{c_{13}}{c_{33}}\gamma_3 \right) + 4c_{13}\tilde{\gamma}_3 \right].$$

Отметим, что в рассматриваемой геометрии возможно возбуждение только поперечного звука [6].

Из (8) следует, что дисперсионное уравнение связанных электромагнитных, спиновых и упругих волн в предположении, что частота возбуждаемых колебаний много меньше частоты однородной прецессии намагниченности ( $\omega \ll \omega_1$ ), и в пренебрежении пространственной дисперсией спиновых волн имеет вид

$$(1 - \xi_t)k^4 = [(\mu - \xi_t)k_e^2 + k_t^2]k^2 + \mu k_e^2 k_t^2 = 0, \quad (9)$$

где  $k_t^2 = \omega^2 / S_t^2$ ,  $\chi = g M_0 / \omega_1$  — динамическая магнитная восприимчивость,  $\mu = 1 + 4\pi \chi$ ,  $\xi_t = \chi \gamma_{44}^2 M_1^2 / \rho S_t^2$  — динамический параметр магнитоупругого взаимодействия.

Решение дисперсионного уравнения (9) выглядит следующим образом:

$$k_1^2 = \frac{\mu}{\mu - \xi_t} k_t^2, \quad k_2^2 = \frac{\mu - \xi_t}{1 - \xi_t} k_e^2, \quad k_e \gg k_t,$$
$$k_1^2 = \frac{1}{1 - \xi_t} k_t^2, \quad k_2^2 = \mu k_e^2, \quad k_e \ll k_t.$$
(10)

Волновые числа  $k_1$  соответствуют квазиупругим, а  $k_2$  — квазиэлектромагнитным волнам.

Линеаризованная система граничных условий в предположении, что амплитуды нулевых гармоник  $(f_0)$  являются наибольшими, запишется как

$$i\gamma_{44}M_0(m_1^{\pm} + m_2^{\pm}) - c_{44}(k_1u_1^{\pm} + k_2u_2^{\pm}) = 0,$$
  
$$\left(1 - \frac{ick_1}{4\pi\sigma}\right)h_1^{\pm} + \left(1 - \frac{ick_2}{4\pi\sigma}\right)h_2^{\pm} = 2h_0^{\pm}.$$
 (11)

Здесь  $h_0^{\pm}$  — циркулярные амплитуды падающей электромагнитной волны. Индексы 1 и 2 относятся к волнам, распространяющимся в металле, и соответствуют решениям дисперсионного уравнения (10). Отметим, что граничное условие на намагниченность в (11) отсутствует, так как при рассмотрении динамики магнетика используется приближение, в котором пренебрегается неоднородным обменом в плотности энергии (1) [6,9].

Из совместного решения систем уравнений (8) и (11) в приближении  $k_e \gg k_t$ , которое обычно выполняется в эксперименте, можно получить выражение для амплитуды возбуждаемого звука

$$u_0^{\pm} = \left(\frac{c}{S_t}\right)^2 \frac{\gamma_{44} M_0 \chi \mu^{1/2}}{2\pi \sigma \rho S_t (\mu - \xi_t)^{3/2}} h_0^{\pm}.$$
 (12)

Коэффициент преобразования электромагнитных волн в звуковые (эффективность ЭМАП)  $\eta$  определяется как отношение потоков акустической и электромагнитной энергий на границе магнетика [6]. В рассматриваемом случае он имеет вид

$$\eta = \left(\frac{c}{S_t}\right)^3 \frac{\gamma_{44}^2 M_0^2 \omega^2 \chi^2 \mu}{2\pi\rho\sigma^2 S_t^2 (\mu - \xi_t)^3}.$$
 (13)

2.3. Генерация звука в фазе FS. Исследуем малые колебания векторов смещения, намагниченности, напряженностей электрического и магнитного полей около основного состояния (4), (5). Линеаризованная система уравнений (6) для компонент Фурье указанных векторов в случае распространения волн вдоль оси **z** (ось спирали) и при условии, что амплитуды основных гармоник являются наибольшими, имеет вид [13]

$$m^{\pm}(k) \left[ \cos \theta \left( \omega_2(k) + \frac{1}{2} \omega_{me4} \sin^2 \theta \right) \mp \omega \right]$$
  
+  $i g \gamma_{44} M_0^2 k \left( \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right) u^{\pm}(k)$   
-  $g M_0 \cos \theta h^{\pm}(k) = 0,$ 

$$(\omega^{2} - S_{t}^{2}k^{2})u^{\pm}(k) - \frac{ik}{\rho}\gamma_{44}M_{0}\cos\theta m^{\pm}(k) = 0,$$
  
$$(\omega^{2} - \nu^{2}k^{2})h^{\pm}(k) + 4\pi\omega^{2}m^{\pm}(k) = 0.$$
(14)

Здесь введены следующие обозначения:  $\mathbf{h}^{\pm}(\mathbf{k})$ ,  $\mathbf{m}^{\pm}(\mathbf{k})$ ,  $\mathbf{u}^{\pm}(\mathbf{k})$  — циркулярные компоненты Фурье векторов **h**, **m**, **u**;  $\nu = c\sqrt{\omega/4\pi i\sigma}$ ;  $\omega_2(k) = \omega_{20} + gM_0L_{\perp}(k)$ , где  $\omega_{20} = \omega_{me4}\cos^2\theta$ ,  $\omega_{me4} = g\gamma_{44}^2M_0^3/c_{44}$ ,  $L_{\perp}(k)$  — собственное значение дифференциального оператора  $\hat{L}_{\perp} = -\alpha_{\perp}q^2 - \gamma q^4 - \alpha_{\perp}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \gamma \frac{\partial^4}{\partial z^4}$ ;  $\omega_1(k) = \omega_{10} - \omega_{20} + gM_0\sin^2\theta L_{\perp}(k)$ ,  $\omega_{10} = gM[h_{me4} - \sin^2\theta(\tilde{\beta}_1 + (\tilde{\beta}_2 + 2\beta_2) \times M_0^2\cos^2\theta + h_{me}\sin^2\theta)]$ ,  $h_{me4} = \omega_{me4}/gM_0$ .

Дисперсионное уравнение системы (14) определяется выражением (11), а его решение в приближении  $\omega_2 \gg \omega$ (данное приближение обычно справедливо для диапазона частот, используемого при экспериментальном исследовании ЭМАП в металлах) — выражениями (10), в которых  $\xi_t = \gamma_{44}^2 M_0^2 \chi \cos \theta (\sin^2 \theta/2 - \cos^2 \theta) / \rho S_t^2$ ,  $\mu = 1 + 4\pi \chi \cos \theta$ ,  $\chi = g M_0 / [(\omega_2(k) + \omega_{me4} \sin^2 \theta/2) \cos \theta]$ . Линеаризованная система граничных условий в пренебрежении пространственной дисперсией спиновых волн определяется формулами (11), в которых  $M_0$  следует заменить на  $M_0 \cos \theta$ .

Совместное решение систем уравнений (14) и (11) в приближении  $ck_i/4\pi\sigma \ll 1$  позволяет найти амплитуду генерируемой упругой поперечной волны для случая, когда толщина скин-слоя металла намного меньше длины падающей электромагнитной волны,

$$u_{2}^{\pm} = \left(\frac{c}{S_{t}}\right)^{2} \frac{\gamma_{44} M_{0} \chi \mu^{1/2} \cos^{2} \theta}{2\pi \sigma \rho S_{t} (\mu - \xi_{t})^{3/2}} h_{0}^{\pm}.$$
 (15)

Отсюда получаем следующее выражение для эффективности ЭМАП в состоянии FS

$$\eta = \left(\frac{c}{S_t}\right)^3 \frac{\gamma_{44}^2 \omega^2 M_0^2 \chi^2 \mu \cos^4 \theta}{2\pi \sigma^2 \rho S_t^2 (\mu - \xi_t)^3}.$$
 (16)

### 3. Обсуждение результатов

Приведем еще раз выражение для эффективности ЭМАП в случае генерации звука в состоянии типа LSW. Учитывая, чо практически всегда  $\mu \gg \xi_t$  [6] и используя выражение для  $M_0^z$  из (3), перепишем формулу для эффективности ЭМАП (13) в состоянии LSW в виде

$$\eta = \left(\frac{c}{S_t}\right)^3 \frac{\gamma_{44}^2 H^2 \omega^2 \chi_s^2 \chi_d^2}{2\pi\rho\sigma^2 S_t^2 (1+4\pi\chi_d)^2},\tag{17}$$

где  $\chi_s$  — статическая, а  $\chi_d$  — динамическая восприимчивости ферромагнитного металла. Статическая восприимчивость определяется из (3) как коэффициент пропорциональности между  $M_0^z$  и H

$$\chi_s = (a - \beta_1 - 2\gamma q_0^4)^{-1}, \tag{18}$$

а динамическая восприимчивость связывает переменные намагниченность и магнитное поле и выражается согласно (3), (8) и (9) формулой

$$\chi_d = (-a + 2\beta_1 + 2\gamma q_0^4 + 6\tilde{b}_{me}M_1^2)^{-1}.$$
 (19)

Используя выражения (18) и (19), можно объяснить экспериментальную зависимость эффективности ЭМАП, наблюдаемую в эрбии (рис. 1) в фазе LSW, с помощью теоретической формулы (17) следующим образом. В области точки Нееля  $T_{N1} = 87$  К пик эффективности ЭМАП согласно (17) может быть обусловлен максимумом статической восприимчивости  $\chi_s$  (18), который обычно имеет место в магнитоупорядоченных кристаллах при переходе из парамагнитного в упорядоченное состояние [14]. Небольшую величину пика эффективности генерации вблизи  $T_{N1}$  можно объяснить тем, что в этой области постоянная анизотропной магнитострикции  $\gamma_{44}$  мала [6].

При переходе из состояния LSW в состояние CS при  $T = T_{N2} = 54$  К имеет место резкое возрастание динамической восприимчивости (19). Это обусловлено тем, что

в точке фазового перехода LSW  $\rightarrow$  CS происходит смягчение частоты квазиспиновой моды  $\omega_1 = gM_0\chi_d^{-1}$ . Согласно (19) (см. также [1]), в точке перехода LSW  $\rightarrow$  CS частота  $\omega_1$  принимает минимальное значение, определяемое магнитоупругой связью ( $\omega_1 = 6gM_0\tilde{b}_{me}M_1^2$ ), а динамическая восприимчивость имеет при этом максимум. Из (17) следует, что этим как раз и может быть объяснен второй пик на экспериментальной зависимости ЭМАП в эрбии при  $T = T_{N2}$ . Поскольку, согласно (17), эффективность ЭМАП зависит от величины внешнего магнитного поля, это приводит к ее возрастанию при увеличении поля. Это также наблюдается на экспериментальной зависимости (рис. 1).

Необходимо отметить, что температуры переходов PM–LSW ( $T_{N1}$ ) и LSW–CS ( $T_{N2}$ ) слабо зависят от величины магнитного поля (см. H-T-фазовые диаграммы в работах [3,4]), поэтому пики эффективности ЭМАП при H = 0 и 20 kOe на рис. 1 наблюдаются практически при одних и тех же температурах.

Следующий интенсивный пик эффективности ЭМАП в поле H = 10 kOe в фазе CS при температуре  $T \approx 47$  K согласно H-T-фазовым диаграммам [3,4] можно объяснить особенностями статической и динамической восприимчивостей в области перехода из соизмеримой фазы с волновым числом 2/7 в соизмеримую фазу с волновым числом 3/11 [3] или перехода из соизмеримой фазы с волновым числом 2/7 в несоизмеримую фазу [4].

В состоянии типа FS при  $T < T_C$  намагниченность  $M_0$ , входящую в формулу (16) для эффективности ЭМАП, можно практически считать постоянной (равной намагниченности насыщения при  $T \rightarrow 0$ ) и не зависяшей от напряженности внешнего магнитного поля. В этом случае в состоянии FS особенности, проявляющиеся на эффективности ЭМАП, по видимому, будут связаны с особенностями в поведении динамической восприимчивости и равновесного угла  $\theta$  между результирующим вектором намагниченности вдоль гексагональной оси и вектором напряженности внешнего магнитного поля.

Формулу (16) для эффективности ЭМАП при  $\mu \gg \xi_t$  можно записать в виде

$$\eta = \left(\frac{c}{S_t}\right)^3 \frac{\gamma_{44}^2 \omega^2 M_0^2 \chi_d^2 \cos^2 \theta}{2\pi \rho \sigma^2 S_t^2 (1 + 4\pi \chi_d)^2}.$$
 (20)

Здесь динамическая магнитная восприимчивость  $\chi_d$  в приближении  $\omega_2(k) \gg \omega$  (что, как указывалось выше, хорошо выполняется в области ультразвуковых частот) согласно (5) и (14) может быть записана как

$$\chi_d = \left[ h_{me4} \left( 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right) + 2\gamma q_0^4 \right]^{-1}.$$
 (21)

При переходе из состояния FS в состояние CS в точке  $T = T_C$  волновое число  $q_0$  уменьшается [1]. Это приводит к тому, что в точке перехода  $\chi_d$  резко возрастает, что и проявляется в росте эффективности ЭМАП на экспериментальной зависимости (рис. 1). Согласно H-T-фазовым диаграммам [3,4], переходу из состояния FS в

состояние CS в поле H = 10 kOe отвечает небольшой пик эффективности ЭМАП при температуре  $T \approx 27$  K, а в поле H = 20 kOe — пик эффективности ЭМАП при температуре  $T \approx 45$  K.

Из рис. 1 следует, что в магнитном поле  $H = 10 \, \text{kOe}$ в области существования фазы Fs наблюдается еще один интенсивный пик, а в поле  $H = 20 \, \text{kOe} - \text{еще}$ как минимум два пика эффективности ЭМАП. В поле  $H = 10 \,\mathrm{kOe}$  это пик при температуре  $T = 20 \,\mathrm{K}$ . Анализ фазовых диаграмм работ [3,4] (несмотря на некоторое расхождение между ними) позволяет сделать вывод, что данный пик обусловлен особенностями характеристик эрбия в области фазового перехода между соизмеримым состоянием с волновым числом 5/21 и несоизмеримым состоянием внутри FS фазы. В поле  $H = 20 \, \text{kOe}$  первый пик при температуре  $T \approx 38 \,\mathrm{K}$  выражен очень слабо и может быть объяснен особенностью восприимчивости при переходе внутри фазы FS из несоизмеримого состояния в соизмеримой состояние с волновым числом 1/4 [3,4]. Аналогично второй пик при температуре  $T \approx 27 \,\mathrm{K}$  может быть сопоставлен с особенностью восприимчивости при переходе внутри фазы FS из соизмеримого состояния с волновым числом 1/4 в соизмеримое состояние с волновым числом 5/21 [3,4].

Отметим, что при увеличении внешнего магнитного поля равновесный угол  $\theta$  между намагниченностью и полем уменьшается. Это обусловливает то, что при увеличении напряженности магнитного поля эффективность ЭМАП из-за наличия в формуле (20) множителя  $\cos^2 \theta$  может возрастать во всем интервале  $T \leq T_C$ . Данное явление также имеет место на экспериментальной зависимости (рис. 1).

Таким образом, из сравнения экспериментальных результатов по исследованию эффективности ЭМАП в редкоземельном металле Er (рис. 1) и теоретических результатов, описывающих эффективность ЭМАП в фазах LSW и FS (формулы (17) и(20)), можно сделать следующие выводы.

Формулы (17) и (20) позволяют качественно объяснить пики эффективности ЭМАП, наблюдаемые экспериментально (рис. 1) в области фазовых переходов PM-LSW, LSW-CS и FS-CS. Эти пики обусловлены особенностями статической и динамической восприимчивостей эрбия вблизи указанных переходов. К сожалению, провести количественное сравнение между теорией и экспериментом не представляется возможным из-за большого числа неизвестных параметров, входящих в формулы (17) и (20). Для количественного сравнения теории и эксперимента требуется проведение комплексных экспериментов по измерению этих параметров при различных температурах и магнитных полях. Такие эксперименты для кристаллов эрбия не проведены до последнего времени. Количественное сравнение затруднено также и из-за того, что в экспериментах обычно используются конечные образцы, а теория строится для полубесконечных монокристаллов. Однако, как показано в [6], теория для полубесконечных кристаллов качественно позволяет объяснить все основные закономерности процессов ЭМАП в ферромагнитных металлах.

Как видно из сравнения формул (17), (20) и рис. 1, это относится и к процессам ЭМАП в монокристаллах эрбия.

Остальные пики эффективности ЭМАП, наблюдаемые экспериментально, по-видимому, обусловлены особенностями характеристик эрбия в области фазовых переходов между двумя соизмеримыми или соизмеримым и несоизмеримым состояниями внутри фаз CS и FS. Развитая в данной работе феноменологическая теория ЭМАП, в которой используется приближение сплошной среды, не позволяет описать эффекты соизмеримости, и соответственно фазовые переходы внутри фаз CS и FS между различными соизмеримыми и несоизмеримыми состояниями [1]. Для их описания, а также описания ЭМАП при наличии эффектов соизмеримости необходимо создание микроскопической теории электромагнитной генерации ультразвука в редкоземельных металлах, что является самостоятельной задачей. Такая задача до сих пор не решена в силу ее сложности. Тем не менее сравнение температурной зависимости эффективности ЭМАП (рис. 1) при различных значениях напряженности магнитного поля с *H*-*T*-фазовой диаграммой эрбия [3,4] позволяет сделать вывод, что действительно осталльные пики эффективности ЭМАП могут быть обусловлены проявлением эффектов соизмеримости внутри фаз Cs и FS.

## Приложение

Равновесный тензор деформаций в фазе LSW имеет вид

$$U_{ik}^{0} = 0 \quad (i \neq k),$$

$$U_{zz}^{0} = -\frac{\gamma_{33} - \gamma_{31}}{c_{33}} M_{z}^{2} - \frac{2c_{13}}{c_{33}} U_{xx}^{0} - \frac{\gamma_{1}}{2c_{33}} M_{z}^{2},$$

$$U_{xx}^{0} = U_{yy}^{0} = -\frac{c_{33}}{\Delta} \left( \tilde{\gamma}_{1} - \frac{c_{13}}{c_{33}} \tilde{\gamma}_{3} \right) \sum_{n} M_{n}^{z} M_{-n}^{z}, \quad (\Pi 1)$$

где  $\tilde{\gamma}_1 = \gamma_{13} - \gamma_{12} + \gamma_1/2$ ,  $\tilde{\gamma}_3 = \gamma_{33} - \gamma_{31} + \gamma_3/2$ ,  $\Delta = c_{33}(c_{11} + c_{12}) - 2c_{13}^2$ .

Равновесный тензор деформаций в фазе FS в приближении  $qd \gg 1$  выражается следующими формулами:

$$\begin{aligned} U_{xx}^{0} &= U_{yy}^{0} = -\frac{c_{33}}{2\Delta} (\gamma_{11} - \gamma_{12}) M_{0}^{2} \sin^{2} \theta \\ &- \frac{1}{\Delta} \Big[ c_{33} [(\gamma_{13} - \gamma_{12}) - c_{13} (\gamma_{33} - \gamma_{31})] M_{0}^{2} \cos^{2} \theta, \\ U_{zz}^{0} &= -\frac{2c_{13}}{c_{33}} U_{xx}^{0} - \frac{1}{c_{33}} (\gamma_{33} - \gamma_{31}) M_{0}^{2} \cos^{2} \theta, \\ U_{xz}^{0} &= -\frac{\gamma_{44}}{4c_{44}} M_{0}^{2} \sin 2\theta \cos qz, \\ U_{yz}^{0} &= -\frac{\gamma_{44}}{4c_{44}} M_{0}^{2} \sin 2\theta \sin qz, \quad U_{xy}^{0} = 0. \end{aligned}$$
(II2)

#### Список литературы

- Ю.А. Изюмов. Дифракция нейтронов на длиннопериодических структурах. Энергоатомиздат, М. (1987).
- [2] R.A. Cowley, J. Jensen. J. Phys.: Condens. Matter 4, 9673 (1992).
- [3] D.F. McMorrow, D.A. Jahan, R.A. Cowley, R.S. Ecclenton, G.J. McIntyre. J. Phys.: Condens. Matter 4, 8599 (1992).
- [4] H. Lin, M.F. Collins. Phys. Rev. **B45**, 12873 (1992).
- [5] D. Gibbs, J. Bohr, J.D. Axe, D.E. Moncton, K.L. D'Amico. Phys. Rev. B34, 8182 (1986).
- [6] А.Н. Васильев, В.Д. Бучельников. УФН 162, 89 (1992).
- [7] А.В. Андрианов, А.Н. Васильев, Ю.П. Гайдуков и др. ФММ 64, 1036 (1987).
- [8] А.В. Андрианов, В.Д. Бучельников, А.Н. Васильев и др. ЖЭТФ 97, 1674 (1990).
- [9] В.Д. Бучельников, И.В. Бычков, В.Г. Шавров. ЖЭТФ 105, 739 (1994).
- [10] C.M. Lim, S. Dixon, C. Edwards, S.B. Palmer. J. Phys. D: Appl. Phys. 31, 1362 (1998).
- [11] C.M. Lim, C. Edwards, S. Dixon, S.B. Palmer. J. Magn. Magn. Mater. 234, 387 (2001).
- [12] В.Д. Бучельников, В.Г. Шавров. ФТТ 31, 81 (1989).
- [13] V.D. Buchelnikov, I.V. Bychkov, V.G. Shavrov. J. Magn. Magn. Mater. 118, 169 (1993).
- [14] А.С. Боровик-Романов. В кн.: Итоги науки. Антиферромагнетизм и ферриты. Изд-во АН СССР, М. (1962).