

Амплитудно-независимое дислокационное внутреннее трение при случайных внешних воздействиях

© О.В. Камаева, В.М. Чернов

ГНЦ-РФ-Физико-энергетический институт им. акад. А.И. Лейпунского,
249033 Обнинск, Калужская обл., Россия

(Поступила в Редакцию 25 июня 2001 г.
В окончательной редакции 13 декабря 2001 г.)

Изучено амплитудно-независимое дислокационное поглощение (внутреннее трение) при совместном действии на дислокацию случайной и постоянной внешних сил. Рассмотрены случайные воздействия разного типа, учтены инерционные свойства дислокации и влияние внутреннего (параболического) потенциального рельефа кристалла. Получены зависимости внутреннего трения от степени коррелированности случайного воздействия, параметров дислокации и среды.

Традиционно при изучении акустических свойств и микроструктуры кристаллов (внутреннего трения) возбуждающий сигнал считается гармонической функцией. Движение дислокаций под действием внешних гармонических нагрузок и связанные с таким типом воздействия возможности исследования динамических свойств и внутренней микроструктуры кристаллов изучены достаточно подробно [1–10]. Однако ряд интересных экспериментальных эффектов (иногда и их воспроизводимость) до сих пор не имеет обоснованного объяснения. Это может быть связано с проявлением случайности воздействий на кристалл и его микроструктуру. Гармонические нагрузки не исчерпывают всего возможного диапазона внешних воздействий на материал. На практике материал часто находится под действием случайных механических напряжений, порожденных различного рода термомеханическими и радиационными воздействиями. При описании поведения материалов под действием таких случайных нагрузок важно знать законы поглощения энергии дефектами кристаллической решетки для определения демпфирующей способности как самих материалов, так и их внутренней микроструктуры.

Использование в экспериментах по внутреннему трению в качестве возбуждающего воздействия случайного сигнала с известными статистическими характеристиками может также явиться новым дополнительным каналом получения информации о внутренней структуре материала.

Специфическая особенность действия случайной нагрузки — существенное влияние на динамику дислокации коррелированности этой нагрузки. Поэтому зависимость внутреннего трения от степени коррелированности внешнего воздействия (наряду с частотной зависимостью) является важной характеристикой движения дислокации, дающей возможность получать дополнительную информацию о микроструктуре кристалла.

В настоящей работе рассмотрена модельная задача, позволяющая наглядно продемонстрировать влияние случайного характера внешней нагрузки на дислокационное (амплитудно-независимое) внутреннее трение и

возможности определения динамических свойств кристаллов и их микроструктуры при случайных воздействиях.

1. Уравнение движения

Рассмотрим дислокационный сегмент длиной L , жестко закрепленный на концах и колеблющийся под действием приложенных постоянного и случайного внешних напряжений. Кроме того, сегмент взаимодействует с полем внутренних напряжений, которое может быть обусловлено взаимодействием дислокации как с кристаллической решеткой (рельеф Пайерлса–Набарро), так и с различными скоплениями дефектов решетки (точечных, линейных и др.). Не конкретизируя природу поля внутренних напряжений, будем считать, что дислокация взаимодействует с ним по линейному силовому закону. Этому закону отвечает параболическая форма потенциальной ямы, в которой находится дислокация: $U = \kappa u^2$. Смещение $u(x, t)$ дислокации в плоскости скольжения от положения равновесия в точке x в момент времени t определяется известным уравнением движения, взятым в приближении упругой струны [1],

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = T_0 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \lambda_{fr} \frac{\partial u}{\partial t} - b \kappa u + g(t),$$

$$u(0, t) = u(L, t) = 0. \quad (1)$$

Ось x параллельна равновесному (прямолинейному) положению дислокации в отсутствие внешних напряжений, b — длина вектора Бюргерса дислокации, m — эффективная масса единицы длины дислокации, T_0 — эффективное линейное натяжение дислокации, λ_{fr} — коэффициент динамического трения дислокации, $g(t) = b f_0 + b \eta(t)$ — внешняя сила, действующая на единицу длины дислокации. Здесь f_0 — постоянная составляющая внешнего напряжения, $\eta(t)$ — напряжение, создаваемое случайными толчками, действующими со стороны среды на дислокационную струну.

При движении дислокации, например в долине рельефа Пайерлса–Набарро, величина коэффициента κ может меняться от $\sim 10^{15}$ до $\sim 10^{19} \text{ g}/(\text{cm} \cdot \text{s})^2$ при изменении величины напряжения Пайерлса σ_p от $\sim 10^4 G$ до $\sim 10^{-2} G$ (G — модуль сдвига) [7]. Движение в потенциальных ямах другой природы может характеризоваться как такими же, так и иными значениями коэффициента κ .

Случайные воздействия на кристалл имеют различную природу. Соответственно разными будут и модели случайных сил. В качестве процессов, моделирующих возможный вид типичных случайных воздействий на дислокацию, использовались следующие [11]: „телеграфный“; обобщенный „телеграфный“; „прямоугольный“ импульсный процесс фиксированной длительности и случайной амплитуды; „экспоненциальная пила“ (см. Приложение). Среднее значение амплитуды рассматриваемых процессов равно нулю. В этом случае дислокация не испытывает регулярного смещения под действием случайной силы.

Назовем случайные моменты времени t_i , в которые случайная сила внезапно меняет свое воздействие на дислокацию, потоком событий. Будем рассматривать стационарный пуассоновский поток интенсивности ν . Это значит, что среднее число событий, происходящих на единицу времени (средняя частота), равно ν . Величину ν можно рассматривать как аналог частоты периодического воздействия, поэтому будем называть ν частотой случайного воздействия. Вероятность того, что за интервал времени $\tau = t_2 - t_1$ сила изменит свое поведение n раз, определяется формулой Пуассона $P_{n(t_1, t_2)=n} = a^n \exp(-a)/n!$, где $a = \langle n(t_1, t_2) \rangle$ — среднее по ансамблю число событий, попадающих на временной участок (t_1, t_2) , $\langle n(t_1, t_2) \rangle = \nu \tau$.

2. Внутреннее трение

За меру внутреннего трения, как обычно, принимается логарифмический декремент затухания Δ . Однако из-за случайности внешнего воздействия соответствующие величины усреднялись по ансамблю реализаций случайной силы. Ввиду неперIODичности внешнего воздействия время, за которое вычислялись потери на вязкое трение, выбиралось равным обратной величине средней частоты ν . Таким образом, потери Δ (декремент затухания) вычислялись за эффективный период T_{eq} , определяемый соотношением $T_{eq} = \nu^{-1}$, из выражения $\Delta = (N \langle A \rangle) / (2 \langle U_{e1}^0 \rangle)$. Здесь $\langle \rangle$ — оператор усреднения по ансамблю реализаций случайной силы; N — число дислокационных сегментов в единице объема; $\langle A \rangle$ — средняя энергия, диссипируемая одним дислокационным сегментом в единице объема при установившемся режи-

ме движения дислокации,

$$\langle A \rangle = \int_0^L \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left\langle \int_0^T L [bf_0 + b\eta(t)] \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} dt \right\rangle dx; \quad (2)$$

$\langle U_{e1}^0 \rangle = (f_0^2 + \sigma_0^2)/2G$ — усредненная по ансамблю колебательная энергия, отнесенная к единице объема кристалла; σ_0^2 — квадрат амплитуды (или дисперсия D_v) случайной компоненты внешней силы.

В дальнейшем без потери общности рассматривается обычное дельта-распределение дислокационных сегментов по длинам. Другие распределения рассматриваются аналогичным образом.

Из (1) и (2) следует выражение для декремента затухания [12]

$$\Delta = \frac{8Gb^2\Lambda}{\nu m} \frac{1}{(f_0^2 + \sigma_0^2)} \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\pi^2(2n+1)} \times \int_0^T \text{Kor}(S) \exp\left(-\frac{\lambda_{fr}}{2m}S\right) \left\{ \cos(B_n S) - \frac{\lambda_{fr}}{2m} \frac{\sin(B_n S)}{B_n} \right\} dS. \quad (3)$$

Здесь

$$B_n = \sqrt{\Omega_n^2 - \frac{\lambda_{fr}^2}{4m^2}}, \quad \Omega_n^2 = \frac{T_0}{m} (2n+1)^2 \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 + \frac{b\kappa}{m},$$

$n = 0, 1, 2, \dots$; Λ — плотность дислокаций, $\text{Kor}(S)$ — корреляционная функция случайной составляющей внешней силы. Соотношение (3) показывает, что декремент затухания зависит от корреляционных свойств случайной компоненты внешнего воздействия.

3. Анализ результатов

3.1. „Телеграфный“ процесс. Вычисления, сделанные с учетом вида корреляционной функции „телеграфного“ случайного процесса, приводят к следующему выражению для декремента:

$$\Delta = \frac{2Gb^2\Lambda}{(4\nu^2 m + 2\nu\lambda_{fr} + b\kappa)} \frac{1}{[(f_0^2/\sigma_0^2) + 1]} \left[1 - \frac{\text{th } y_t}{y_t} \right], \quad (4)$$

где

$$y_t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{a_*}{b_*}}, \quad a_* = 4\nu^2 m + 2\nu\lambda_{fr} + b\kappa, \quad b_* = T_0 \left(\frac{\pi}{L}\right)^2.$$

На рис. 1 показана зависимость нормированного декремента затухания Δ_n от частоты ($\Delta_n = \Delta/\Delta^*$, где $\Delta^* = \pi Gb^2\Lambda L^2/2T_0$) при разных величинах демпфирования $D = 2m\Omega_0/\lambda_{fr}$. Частотная характеристика имеет два участка: не зависящее от частоты плато и ветвь, спадающую с частотой. Величина декремента в области плато (низкочастотная область) определяется упругими свойствами дислокации и жесткостью внутреннего рельефа. Спад зависимости в области высоких частот

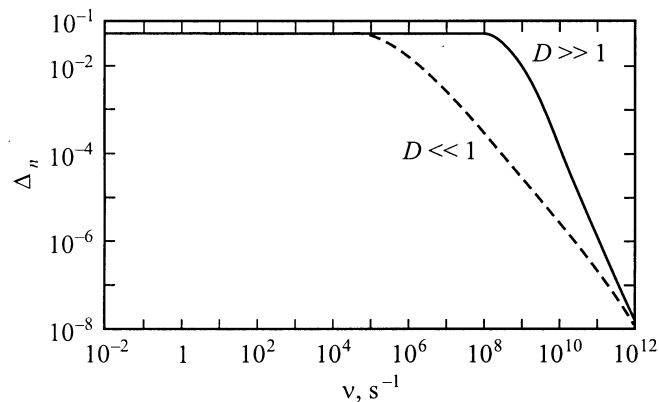


Рис. 1. Частотная зависимость декремента при постоянной длине дислокации L и разной величине демпфирования D . Декремент нормирован множителем $\pi G b^2 \Lambda L^2 / 2 T_0$.

обусловлен инерционными свойствами дислокации и трением. Ширина плато, т. е. диапазон частот, в пределах которого декремент не зависит от частоты, определяется величиной $\nu_{cr} = \lambda_{fr} (-1 + \sqrt{1 + D^2}) / 4m$. Чем больше величина ν_{cr} , тем шире плато. Для тех частот внешнего случайного воздействия, которые лежат в диапазоне $\nu \ll \nu_{cr}$, декремент не зависит от частоты и описывается выражением

$$\Delta = \frac{2Gb\Lambda}{\kappa} \frac{1}{[(f_0^2/D\nu) + 1]} \left[1 - \frac{\text{th } y_1}{y_1} \right], \quad (5)$$

где $y_1 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{a_1}{b_*}}$, $a_1 = bk$.

В зависимости от величины демпфирования D частотная характеристика декремента при постоянной длине дислокации может быть двух типов.

Для малого демпфирования ($D \gg 1$) величина $\nu_{cr} \approx \Omega_0/2$, и характеристика имеет широкое плато, достигающее почти до половины резонансной частоты. Затем следует узкая область, в пределах которой декремент изменяется обратно пропорционально частоте: $\Delta \sim \nu^{-1}$. Здесь движение дислокации определяется трением. Около резонансной частоты декремент резко спадает как ν^{-2} . Это область действия инерции дислокации.

С ростом демпфирования плато становится уже. При выполнении условия $D^2 \gg 1$ величина ν_{cr} уменьшается по сравнению с предыдущим случаем и становится равной $\nu_{cr} \approx 0.5(\Omega_0 - \lambda_{fr}/2m)$. В свою очередь спадающая ветвь частотной характеристики декремента, обусловленная трением, охватывает все более широкую частотную область.

Если демпфирование велико ($D \ll 1$), то $\nu_{cr} = \lambda_{fr} D^2 / 4m = \Omega_0 D / 4$. В этом случае критическая частота лежит гораздо ниже резонансной. Плато смещается в область очень низких частот. Частотная характеристика описывается кривой, плавно спадающей с частотой. В области $\nu \ll \lambda_{fr}/2m$ спад является плавным ($\Delta \sim (\lambda_{fr\nu})^{-1}$) и обусловлен трением, в области

$\nu \gg \lambda_{fr}/2m$ спад резкий ($\Delta \sim \nu^{-2}$) и объясняется влиянием инерции. Максимальные потери имеют место при $\nu \ll \nu_{cr}$.

Если внутренний рельеф мягкий ($bk \ll T_0(\pi/L)^2$), декремент в области плато определяется только упругими свойствами и длиной дислокации и описывается выражением

$$\Delta = \Delta^* \frac{1}{3\pi} \frac{1}{[(f_0^2/\sigma_0^2) + 1]}. \quad (6)$$

Как следует из (6), в этом случае декремент пропорционален квадрату длины дислокации, не зависит от трения (λ_{fr}), массы дислокации, жесткости внутреннего рельефа, а при отсутствии постоянной подгрузки ($f_0 = 0$) и от амплитуды (дисперсии) случайной силы. Нормированный декремент при этом является универсальной величиной, равной $1/(3\pi)$.

При жестком рельефе ($bk \gg T_0(\pi/L)^2$) для декремента в области плато получается выражение

$$\Delta = \frac{2Gb\Lambda}{\kappa} \frac{1}{[(f_0^2/\sigma_0^2) + 1]}. \quad (7)$$

В этом случае декремент не зависит от длины, массы и упругих свойств дислокационного сегмента, а также от его коэффициента динамического трения и определяется только жесткостью рельефа и плотностью дислокаций. Соотношение (7) может быть использовано для экспериментальной оценки жесткости внутреннего потенциала рельефа κ , в котором находится дислокация.

На рис. 2 приведены кривые зависимости декремента от частоты, показывающие влияние жесткости внутреннего рельефа κ . Видно, что влияние рельефа на декремент ощутимо лишь в области плато, в высокочастотной же области кривые для разных величин жесткости практически сливаются. Это означает, что движение дислокации при таких частотах внешнего воздействия не зависит от величины рельефа, а обусловлено трением и инерционными свойствами дислокации.

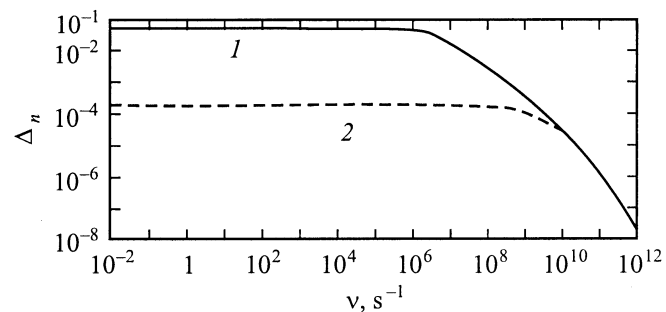


Рис. 2. Влияние жесткости κ рельефа решетки на величину нормированного декремента Λ_n при постоянной длине дислокации. $\kappa = 0$ (1) и $10^{15} \text{ g/(s}\cdot\text{cm)}^2$ (2).

Зависимость декремента от длины дислокационного сегмента определяется параметром

$$L_{\text{eff}} = \frac{L}{2} \sqrt{\frac{4v^2m + 2v\lambda_{\text{fr}} + b\kappa}{T_0}}.$$

Если выполняется условие $L_{\text{eff}} \ll 1$, то имеет место квадратичная зависимость декремента от длины

$$\Delta = \frac{Gb^2\Lambda L^2}{6T_0} \frac{1}{[(f_0^2/\sigma_0^2) + 1]}. \quad (8)$$

Если $L_{\text{eff}} > 1$, то

$$\Delta = \frac{2Gb^2\Lambda}{4v^2m + 2v\lambda_{\text{fr}} + b\kappa} \frac{1}{[(f_0^2/\sigma_0^2) + 1]} \times \left[1 - \frac{2}{L} \sqrt{\frac{T_0}{(4v^2m + 2v\lambda_{\text{fr}} + b\kappa)}} \right]. \quad (9)$$

При этом декремент $\Delta \sim 1 - \text{const} L^{-1}$ и растет с увеличением длины дислокации, но более плавно, чем в предыдущем случае.

В случае дислокационного сегмента большой длины, когда $L_{\text{eff}} \gg 1$,

$$\Delta = \frac{2Gb^2\Lambda}{(4v^2m + 2v\lambda_{\text{fr}} + b\kappa)} \frac{1}{[(f_0^2/\sigma_0^2) + 1]}. \quad (10)$$

Как видно из (10), декремент в этом случае не зависит от длины дислокационного сегмента и для него получается то же выражение, что и при воздействии случайной силы „телеграфного“ типа на дислокацию со свободными концами [13]. Условие $L_{\text{eff}} \gg 1$ реализуется не только для очень длинных дислокаций, но и при движении дислокации в жестком рельефе ($\kappa > 10^{15} \text{ g/(s} \cdot \text{cm}^2)$) для всех длин дислокационных сегментов, больших $L = 10^2 b$, при любом трении. Это условие может реализовываться и при движении в более мягком рельефе при определенных соотношениях между длиной дислокации и коэффициентом трения.

В случае действия на дислокацию случайной силы типа обобщенного „телеграфного“ процесса (см. Приложение) для декремента получается выражение

$$\Delta = \frac{Gb^2\Lambda}{(v^2m + v\lambda_{\text{fr}} + b\kappa)} \frac{1}{[(f_0^2/D_v) + 1]} \left[1 - \frac{\text{th} y}{y} \right] \quad (11)$$

$$\left(y = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{p}{b_*}}, \quad p = v^2m + v\lambda_{\text{fr}} + b\kappa \right)$$

и сохраняются все зависимости, характерные для „телеграфного“ процесса. При этом величина декремента уменьшается, а величина v_{cr} увеличивается в 2 раза, амплитуда в соответствующих формулах заменяется на дисперсию амплитуды.

Следует отметить, что во всем диапазоне частот декремент не зависит от амплитуды (дисперсии) случайной силы, если на дислокацию не действует дополнительная постоянная подгрузка или ее величина

много меньше амплитуды случайного воздействия. Если же постоянная подгрузка доминирует (ее величина много больше амплитуды (дисперсии) случайного воздействия), то декремент становится пропорциональным квадрату отношения амплитуды (дисперсии) случайной составляющей внешней силы к величине постоянной подгрузки.

Анализ показывает, что чем сильнее коррелировано случайное воздействие (меньше v), тем больше декремент затухания. Для сильно коррелированной силы ($v \ll v_{\text{cr}}$) декремент не зависит от степени коррелированности.

3.2. „Экспоненциальная пила“. В этом случае из формулы (3) следует выражение для декремента

$$\Delta = \frac{Gb^2\Lambda}{(\alpha^2m + \alpha\lambda_{\text{fr}} + b\kappa)} \frac{1}{[(f_0^2/D_v) + 1]} \left[1 - \frac{\text{th} h}{h} \right], \quad (12)$$

где

$$h = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{d_*}{b_*}}, \quad d_* = \alpha^2m + \alpha\lambda_{\text{fr}} + b\kappa,$$

α — коэффициент затухания экспоненциального импульса. Из (12) видно, что декремент не зависит от частоты v , т.е. интенсивность воздействия случайной силы на дислокацию не влияет на декремент. Поведение декремента определяется коэффициентом затухания отдельного импульса α , который характеризует степень коррелированности случайной силы.

Для α , удовлетворяющих условию $\alpha \ll \alpha_{\text{cr}}$, где

$$\alpha_{\text{cr}} = \frac{\lambda_{\text{fr}}}{2m} \left[-1 + \sqrt{1 + D^2} \right], \quad (13)$$

декремент не зависит от α и описывается выражением

$$\Delta = \frac{Gb\Lambda}{\kappa} \frac{1}{[(f_0^2/D_v) + 1]} \left[1 - \frac{\text{th} y_1}{y_1} \right]. \quad (14)$$

В этой области изменения α поведение дислокации определяется только длиной и упругостью дислокации, а также внутренним рельефом. Выражение для декремента получается таким же, как при случайном низкочастотном воздействии типа обобщенного „телеграфного“ процесса. Если при описании движения дислокации не учитывать поле внутренних напряжений ($\kappa = 0$), выражение (14) для декремента будет иметь вид

$$\Delta = \frac{Gb^2\Lambda}{12T_0} l^2 \frac{1}{[(f_0^2/D_v) + 1]} \quad (15)$$

Если демпфирование достаточно мало ($D^2 \gg 1$), то α_{cr} находится близко от резонансной частоты Ω_0 :

$$\alpha_{\text{cr}} = \left(-\frac{\lambda_{\text{fr}}}{2m} + \Omega_0 \right). \quad (16)$$

Величина $\Delta(\alpha)$ не меняется при $\alpha \ll \alpha_{\text{cr}}$, затем следует область ($\alpha \sim \alpha_{\text{cr}}$) плавного спада декремента, обусловленного трением ($\Delta \sim (\lambda_{\text{fr}}\alpha)^{-1}$); при $\alpha \gg \alpha_{\text{cr}}$ декремент

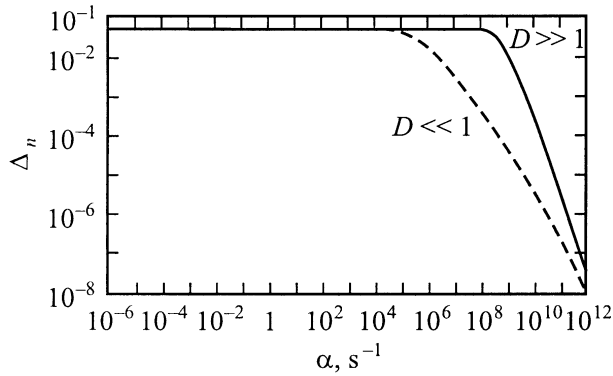


Рис. 3. Зависимость нормированного декремента Δ_n от степени коррелированности α случайной силы при постоянной длине дислокации и разной величине демпфирования D .

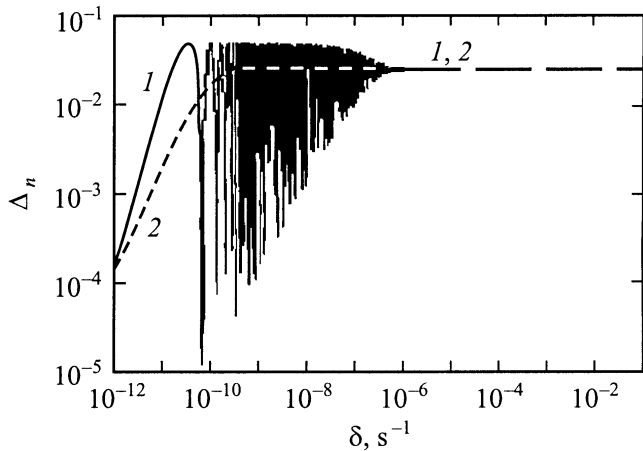


Рис. 4. Зависимость нормированного декремента Δ_n от степени коррелированности δ случайной силы при фиксированной длине дислокации и разном трении. $\lambda_{fr} = 10^{-6}$ (1) и 10^{-1} g/(cm · s) (2).

резко уменьшается ($\sim \alpha^{-2}$), поскольку в этой области доминируют инерционные свойства дислокации. При очень малом демпфировании ($D \gg 1$) $\alpha_{cr} = \Omega_0$, область плавного спада декремента, обусловленная трением, практически отсутствует, и декремент не меняется почти до резонансной частоты Ω_0 , после чего происходит резкий спад декремента $\Delta \sim \alpha^{-2}$.

Если демпфирование не мало ($D^2 \ll 1$), то α_{cr} лежит значительно ниже резонансной частоты $\alpha_{cr} = \Omega_0 D/2$. Плато смещается в сторону очень низких частот. При $\Omega_0 D/2 \ll \alpha < \lambda_{fr}/2m$ зависимость $\Delta(\alpha)$ плавно спадает как $(\lambda_{fr}\alpha)^{-1}$. Наконец, при $\alpha > \lambda_{fr}/2m$ происходит резкий спад декремента ($\sim \alpha^{-2}$), который определяется инерционными свойствами дислокации. Максимальные потери имеют место при $\alpha \ll \alpha_{cr}$. Потери, обусловленные данным механизмом, проявляются в области $\alpha \ll \Omega_0$ при слабом демпфировании и в области $\alpha \ll \Omega_0 D/2$ при сильном демпфировании.

На рис. 3 показана зависимость нормированного декремента от степени коррелированности α случайной силы для разных величин демпфирования D . Зависимости декремента от жесткости рельефа и длины дислокации такие же, как для случайной силы типа обобщенного „телеграфного“ процесса.

Во всем частотном диапазоне зависимость декремента от дисперсии амплитуды случайного воздействия — „экспоненциальной пилой“ имеет тот же характер, что и при „телеграфной“ случайной силе.

Анализ показывает, что чем более коррелированным является случайное воздействие (меньше α), тем больше декремент затухания. Для сильно коррелированной силы ($\alpha \ll \alpha_{cr}$) декремент не зависит от степени коррелированности.

3.3. „Прямоугольный“ импульсный процесс. Из формулы (3) получаем следующее выражение для декремента:

$$\Delta = \frac{8Gb^2\Lambda}{\pi^2} \frac{1}{[(f_0^2/D_v) + 1]} \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \frac{1}{[b\kappa + T_0(2n+1)^2(\pi/L)^2]} \times \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\lambda_{fr}}{2m}\delta\right) A_n \right\}, \quad (17)$$

где

$$A_n = \left\{ \cos(B_n\delta) + \frac{\lambda_{fr}\delta \sin(B_n\delta)}{2m B_n\delta} \right\},$$

δ — длительность импульса.

В этом случае декремент не зависит от частоты. Зависимость от длины дислокационного сегмента и длительности импульса имеет сложный характер (рис. 4). Если демпфирование мало ($D^2 > 1$), то в выражение для декремента входят тригонометрические функции, что приводит в ряде случаев к осцилляционной зависимости декремента от длительности импульса и длины дислокации. При большом демпфировании ($D^2 < 1$) тригонометрические функции меняются на гиперболические, и зависимость от длины и длительности становится монотонной. Проанализируем предельные случаи поведения декремента.

Если выполняется соотношение $\lambda_{fr}\delta/2m \gg 1$, то при любом $D > 1$ или $D < 1$, удовлетворяющим условию $\lambda_{fr}\delta D^2/4m \gg 1$, для декремента получается выражение, совпадающее с формулой (14), полученной при действии на дислокацию низкочастотной случайной силы типа обобщенного „телеграфного“ процесса или случайной внешней силы типа „экспоненциальной пилой“ (в области $\alpha < \alpha_{cr}$). В этом случае декремент не зависит от степени коррелированности внешней силы (длительности импульса), трения (λ_{fr}) и инерционных свойств дислокации и определяется лишь жесткостью внутреннего рельефа решетки, а так же длиной и упругостью дислокации.

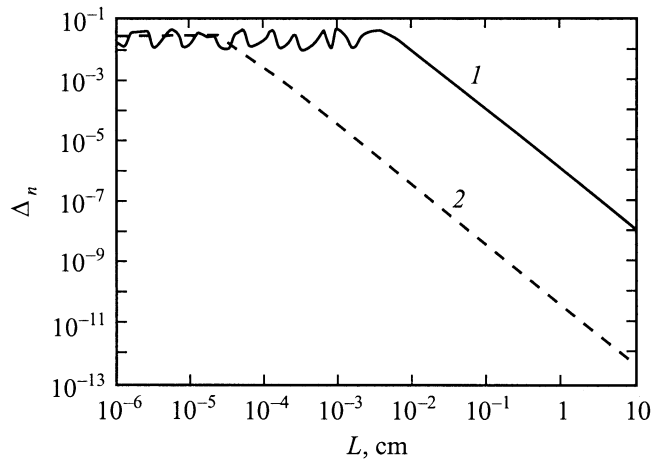


Рис. 5. Зависимость нормированного декремента Δ_n от длины дислокации L при фиксированной длительности импульса и разном трении. $\lambda_{fr} = 10^{-6}$ (1) и 10^{-1} g/(cm · s) (2).

Если выполняется соотношение $\frac{\lambda_{fr}\delta}{2m} \gg 1$, но демпфирование так велико ($D^2 \ll 1$), что $\lambda_{fr}\delta \cdot D^2/(4m) \ll 1$, то

$$\Delta = \frac{Gb^2\Lambda}{\lambda_{fr}} \frac{1}{[(f_0^2/D_v) + 1]} \delta. \quad (18)$$

В этом случае декремент не зависит от массы, длины, упругих свойств дислокационного сегмента и от жесткости внутреннего рельефа, а определяется длительностью импульса и трением.

Если выполняется соотношение $\lambda_{fr}\delta/2m \sim 1$, то при малом демпфировании ($D^2 \gg 1$)

$$\begin{aligned} \Delta = & \frac{8Gb^2\Lambda}{\pi^2} \frac{1}{[(f_0^2/D_v) + 1]} \\ & \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \frac{1}{[b\kappa + T_0(2n+1)^2(\pi/L)^2]} \\ & \times \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\lambda_{fr}\delta}{2m}\right) \cos\left(\frac{\lambda_{fr}\delta}{2m} D_n\right) \right\}, \quad (19) \end{aligned}$$

где

$$D_n = \frac{2m}{\lambda_{fr}} \sqrt{\frac{b\kappa}{m} + \frac{T_0}{m} \left(\frac{\pi}{L}\right)^2} (2n+1).$$

В этом случае на графиках зависимости декремента от длины (рис. 5) наблюдаются пульсации. Амплитуда этих пульсаций не зависит от длины дислокационного сегмента и определяется величиной $\lambda_{fr}\delta/2m$. Чем меньше эта величина, тем больше амплитуда. Частота пульсаций уменьшается с ростом L . Зависимость декремента от длины L не является периодической, зависимость от длительности импульса, как видно из (19), описывается высокочастотной периодической функцией с экспоненциально спадающей амплитудой.

Если демпфирование большое ($D^2 \ll 1$), то выражение для декремента совпадает с (18).

При выполнении соотношения $\lambda_{fr}\delta/2m \ll 1$ для $D > 1$, удовлетворяющего условию $\lambda_{fr}\delta D/2m \ll 1$,

$$\Delta = \frac{Gb^2\Lambda}{2m} \frac{1}{[(f_0^2/D_v) + 1]} \delta^2. \quad (20)$$

В этом случае декремент не зависит от трения (λ_{fr}), длины и упругих свойств дислокационного сегмента, а также от жесткости внутреннего рельефа и пропорционален величине ($\delta^2 m^{-1}$).

Если демпфирование настолько мало ($D \gg 1$), что $\lambda_{fr}\delta D/(2m) \gg 1$, то

$$\begin{aligned} \Delta = & \frac{8Gb^2\Lambda}{\pi^2} \frac{1}{[(f_0^2/D_v) + 1]} \\ & \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \frac{1}{[b\kappa + T_0(2n+1)^2(\pi/L)^2]} \\ & \times \left\{ 1 - \cos\left(\frac{\lambda_{fr}\delta}{2m} D_n\right) \right\}. \quad (21) \end{aligned}$$

Зависимость декремента от длины дислокации в этом случае совпадает со случаем (19); зависимость от длительности импульса описывается высокочастотной периодической функцией постоянной амплитуды.

Если демпфирование велико ($D^2 \ll 1$), то для декремента получается выражение

$$\Delta = \frac{Gb\Lambda}{2\kappa} \frac{1}{[(f_0^2/D_v) + 1]} \left[1 - \frac{\text{th} y_1}{y_1} \right] \left(\frac{\lambda_{fr}\delta}{2m} \right)^2. \quad (22)$$

Таким образом, если $\lambda_{fr}\delta/2m \gg 1$, то при любом $D > 1$ или $D < 1$, удовлетворяющем условию $\lambda_{fr}\delta D^2/4m \gg 1$, декремент не зависит от степени коррелированности внешней силы (длительности импульса), трения и массы дислокации, а его величина совпадает с величиной декремента для случайной силы типа обобщенного „телеграфного“ процесса (в низкочастотной области) или „экспоненциальной пилы“ в области $\alpha < \alpha_{cr}$.

Амплитудная зависимость декремента такая же, как для случайной силы типа обобщенного „телеграфного“ процесса или „экспоненциальной пилы“.

Таким образом закономерности энергетических потерь за счет возбуждения дислокационной структуры при случайном внешнем воздействии существенно отличаются от таковых при гармоничном воздействии. В низкочастотной области между внутренним трением и частотой нет линейной зависимости в отличие от классического случая периодического воздействия на дислокацию, исследованного Гранато–Люкке. Величина декремента в этой области значительно выше, чем при периодическом воздействии. Зависимость декремента за-

тухания от длины дислокационного сегмента определяется параметрами дислокации, среды и случайной силы и может быть разной, что также отличает ее от случая периодического воздействия (где $\Delta \sim L^4$).

Поведение декремента существенно зависит от степени коррелированности случайной силы. Под степенью коррелированности понимается величина, характеризующая убывание корреляционной функции. Для „телеграфного“ и обобщенного „телеграфного“ процессов эта величина определяется параметром ν , для „экспоненциальной пила“ — параметром α , для импульсного процесса — длительностью δ . Чем сильнее коррелировано внешнее воздействие, тем большую величину имеет декремент. Если степень коррелированности превышает пороговое значение, то декремент теряет зависимость

от типа случайного процесса. При этом декремент не зависит от частоты случайной силы, коэффициент динамического трения и инерционных свойств дислокации. Пороговое значение степени коррелированности определяется типом процесса, моделирующего случайную силу, и параметрами задачи.

Если величина постоянной подгрузки много больше амплитуды (дисперсии) случайного воздействия, то появляется зависимость декремента от амплитуды. Амплитудная зависимость декремента не связана с гистерезисными явлениями.

Учет поля внутренних напряжений меняет величину декремента затухания. Чем глубже потенциальная яма (больше коэффициент κ), в которой движется дислокация, тем меньше величина декремента.

4. Приложение

Вид и корреляционные характеристики используемых случайных процессов

Название процесса	Формула процесса	Вид корреляционной функции
„Телеграфный“	$\eta(t) = a(-1)^{n(0,t)}$ $\text{Prob.}(a = \delta_0) = \text{Prob.}(a = -\sigma_0) = 1/2,$ $\text{Prob.}(n(t_1, t_2) = m) = \frac{[\bar{n}(t_1, t_2)]^m}{m!} \exp\{-\bar{n}(t_1, t_2)\}.$ $\bar{n}(t_1, t_2) = \nu t_1 - t_2 = \nu \tau $	$\text{Kor}(\tau) = \sigma_0^2 \exp(-2\nu \tau)$
Обобщенный „телеграфный“	$\eta(t) = V_{n(0,t)},$ $\langle V_i \rangle = 0, \langle V^2 \rangle = D_v,$	$\text{Kor}(\tau) = D_v \exp(-\nu \tau)$
„Экспоненциальная пила“	$\eta(t) = \sum_{i=1}^N V_i \exp(-\alpha(t - t_i))$	$\text{Kor}(\tau) = \frac{\nu D_v}{2\alpha} \exp(-\alpha \tau)$
„Прямоугольный“ импульсный фиксированной длительности и случайной амплитуды	$\eta(t) = \sum_{i=1}^N V_i h(t - t_i),$ $h(t) = \theta(t) - \theta(t - \delta),$ $\theta(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0, \end{cases}$	$\text{Kor}(\tau) = \nu \delta D_v \left(1 - \frac{ \tau }{\delta}\right) \theta\left(1 - \frac{ \tau }{\delta}\right)$

Примечание. $n(0, t)$ — целочисленный случайный пуассоновский поток; V_0, V_1, \dots, V_k — случайные статистически независимые величины с распределением $p(V)$; N — число случайных точек t_i на интервале $(0, t)$, N подчиняется распределению Пуассона с параметром $\langle N \rangle = \nu t$; $h(t)$ — форма импульса.

Список литературы

- [1] A. Granato, K.J. Lucke. Appl. Phys. **27**, 789 (1956).
- [2] Влияние дефектов на свойства твердых тел. Физическая акустика / Под ред. У. Мезона. Мир, М. (1969). Т. III. Ч. А. 578 с.
- [3] А. Новик, Б. Берри. Релаксационные явления в кристаллах. Атомиздат, М. (1975). 472 с.
- [4] В.Л. Инденбом, В.М. Чернов. Phys. Stat. Sol. (a) **14**, 347 (1972).
- [5] В.М. Чернов. ФТТ **15**, 4, 1159 (1973).
- [6] V.L. Indenbom, V.M. Chernov. In: Elastic Strain Fields and Dislocation Mobility / Ed. V.L. Indenbom, J. Lothe. North-Holland, Amsterdam (1992). P. 517.
- [7] V.I. Alshits. Ibid. P. 625.
- [8] Proc. of the 9th Int. Conf. on Internal Friction and Ultrasonics Attenuation in Solids. Beijing, China (1989).
- [9] Дж. Хирт, И. Лоте. Теория дислокаций. Атомиздат, М. (1972). 597 с.
- [10] С.П. Никаноров, Б.К. Кардашев. Упругость и дислокационная неупругость кристаллов. Наука, М. (1985). 265 с.
- [11] В. Феллер. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Мир, М. (1964). 498 с.
- [12] О.В. Камаева, В.М. Чернов. Препринт ФЭИ-2856. Обнинск (2000). 38 с.
- [13] О.В. Камаева, В.М. Чернов. Препринт ФЭИ-2770. Обнинск (1999). 31 с.