# Фононные спектры и термодинамические свойства гексаборидов РЗЭ

#### © Н.Н. Сирота, В.В. Новиков\*, И.М. Сирота, Т.Д. Соколовский\*\*

Московский государственный университет природообустройства, Москва, Россия \* Брянский государственный педагогический университет, 241036 Брянск, Россия

E-mail: tcopr@bgpi.bitmcnit.bryansk.su

\*\* Институт физики твердого тела и полупроводников Национальной Академии наук Белоруссии, 220072 Минск, Белоруссия

(Поступила в Редакцию в окончательном виде 23 августа 2001 г.)

Фононные спектры g(v) гексаборидов РЗЭ МВ<sub>3</sub> рассчитаны в первом приближении МВ<sup>\*</sup>+В (В<sup>\*</sup> = B<sub>6</sub>), без учета связи между атомами металла и бора, и в приближении, учитывающем эту связь. По зависимостям g(v) рассчитаны температурные изменения теплоемкости, сопоставленные с экспериментальными величинами в области 5–300 К. Выявлено различное влияние колебаний на связях в подрешетках металла, бора и между подрешетками на величины термодинамических функций гексаборидов при низких и повышенных температуррах.

Элементарная ячейка гексаборидов РЗЭ имеет структуру объемноцентрированного куба типа CsCl, в которой вершины куба занимают атомы РЗЭ, а центрирующим псевдоатомом является группа атомов B<sub>6</sub>.

На рис. 1 в качестве примера приведена структура гексаборида лантана. Указаны расстояния между атомами металла (М–М), бора (В–В) внутри центрирующего элементарную ячейку псевдоатома  $B_6 = B^*$ , а также между атомами бора В–В соседних элементарных ячеек.

Отличительной чертой элементарной ячейки структуры гексаборидов РЗЭ является наличие компактной группы атомов  $B_6$  и тот факт, что расстояния B-Bвнутри этой группы оказываются несколько больше, чем длина связи между атомами бора соседних элементарных ячеек.

При рассмотрении динамики решетки гексаборидов РЗЭ учитываются связи между соседними атомами металла (М-М), металла и псевдоатома (М-В<sub>6</sub>) связи внутри псевдоатома В<sub>6</sub> (В–В) и между группами В<sub>6</sub> соседних элементарных ячеек (В-В). Существенным является соотношение между суммарной энергией связей между атомами металла (М-М), бора (В-В) и металла и бора (М-В). Энергию атомизации гексаборидов РЗЭ можно рассматривать как сумму энергий атомизации подрешеток металла, бора и энергии связи М-В. В таблице приведены справочные значения энергий атомизации РЗ металлов, бора, В<sub>6</sub> и энергии образования соединений МВ<sub>6</sub>, отнесенные к одному молю гексаборида [1,2]. Как видно из таблицы, грамматомная величина энергии образования соединения МВ<sub>6</sub>, отнесенная к стандартным состояниям металла и бора, составляет существенно меньшую величину по сравнению с энергией атомизации РЗЭ и бора. В таблице указаны относительные доли энергий связи М-М от отношению к связям М-В и В-В соединений МВ<sub>6</sub>.

Не рассматривая детально отдельные межатомные связи в элементарной ячейке, ограничимся далее двумя макроскопическими подходами к рассмотрению решеточной составляющей теплоемкости и других термо-



**Рис. 1.** Кристаллическая структура гексаборида лантана. a — элементарная ячейка LaB<sub>6</sub>, b — проекция структуры на плоскость XQY.

Соеди- нение	U <sub>0М</sub> , kJ/mol	U <sub>MB6</sub> , kJ/mol	U <sub>0</sub> , kJ/mol	Доли энергий связи			Θм, К	Θ <sub>B</sub> , K	Параметр решетки <i>а</i> , Å	Молярный объем MB <sup>*</sup> , V <sub>0</sub> , cm <sup>3</sup>	$\begin{array}{c} \beta \cdot 10^6, \\ \mathrm{K}^{-1} \end{array}$	т	n
				$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_3$							
$LaB_6$	431	470.4	535	1	1.23	1.31	205	1230	4.1563	43.2	15	4	12
CeB <sub>6</sub>	423	340.2	517	1	1.22	1.33	203	1293	4.1396	42.7	16.5	4	12
$PrB_6$	455.6	418.3	489	1	1.38	1.58	210	1218	4.1327	42.5	16.8	4	12
NdB <sub>6</sub>	427.6	431.8	475.9	1	1.45	1.72	200	1170	4.1266	42.3	15	4	12
$SmB_6$	208.7	456.1	417.2	1	2.0	2.70	210	1200	4.1334	42.5	13.5	4	12
EuB <sub>6</sub>	175.3	471.2	402.5	1	2.30	3.21	198	1383	4.1844	43.9	12	4	6
GdB <sub>6</sub>	397.5	481.7	514.4	1	1.29	1.42	212	1254	4.1066	41.92	17.4	4	12
$TbB_6$	388.7	494.8	510.9	1	1.31	1.45	207	1025	4.1052	41.55	18	5	12
DyB <sub>6</sub>	290.4	504	462.4	1	1.59	1.94	208	1074	4.1008	41.4	18.6	5	14
В	562.7												

Характеристики гексаборидов РЗЭ, необходимые для расчета фононных спектров

динамических свойств гексаборидов. Рассмотрим две подрешетки — металла и бора — в приближении двух дебаевских тел с параболическим фононным спектром, не учитывая при этом связи между ними. В качестве следующего приближения рассмотрим фононный спектр соединения металл-псевдоатом В\* (B<sub>6</sub>) со структурой типа CsCl и дополним его функцией плотности колебательных состояний внутри псевдоатома B<sub>6</sub>.

## Фононный спектр гексаборидов как суперпозиция дебаевских спектров подрешеток металла и бора

Дебаевский спектр колебательных состояний g(v) = dn/dv однозначно определяется дебаевской характеристической температурой  $\Theta$ 

$$g(v) = (9N/\Theta^3)(h/k)^3 v^2,$$
 (1)

N — число частиц в системе, h, k — постоянные Планка и Больцмана.

Результирующий спектр соединения MB<sub>6</sub> получен при наложении независимых дебаевских спектров металла и бора

$$g_{\rm MB_6}(\nu) = g_{\rm M}(\nu) + g_{\rm B}(\nu).$$
 (2)

В таблице указаны характеристические температуры подрешеток редкоземельных элементов  $\Theta_{\rm M}$  и бора  $\Theta_{\rm B}$ , определенные ранее в работе [3] в результате анализа температурных зависимостей теплоемкости гексаборидов РЗЭ. На рис. 2 приведен результирующий фононный спектр гексаборида лантана, как суперпозиция спектров, рассчитанных по величинам характеристических температур подрешеток  $\Theta_{\rm La} = 205$  и  $\Theta_{\rm B} - 1230$  K, и для сравнения функция  $g_{\rm LaB_6}(v)$ , рассчитанная в [4] по спектроскопическим данным. Как видно из рисунка, несмотря на известное различие деталей, имеется сходство этих спектров.

Аналогичный вид имеют спектры всех исследуемых изоструктурных гексаборидов РЗЭ, полученные наложением дебаевских спектров металла и бора. Величины теплоемкостей  $C_p(T)$  гексаборидов, рассчитанные по этим спектрам для температур 300–1000 К, отличаются от экспериментальных значений не более, чем на 3–7% [3].

## Фононные спектры гексаборидов как суперпозиция борн-кармановских спектров структур типа МВ\* и спектра бора

В качестве следующего приближения рассмотрим фононные спектры гексаборидов РЗЭ как спектры соединений со структурой типа CsCl, в которой положение атома хлора занимает псевдоатом  $B^* = B_6$ , дополненные фононным спектром колебаний атомов бора (приближение MB<sup>\*</sup> + B<sub>6</sub>). Молярная масса псевдоатома B<sup>\*</sup>



**Рис. 2.** Фононный спектр LaB<sub>6</sub>. 1 — дебаевский фононный спектр подрешетки лантана  $g_{\text{La}}(v)$ , 2 — дебаевский фононный спектр подрешетки бора  $g_{\text{B}}(v)$ , 3 — фононный спектр LaB<sub>6</sub> из работы [4].



**Рис. 3.** Фононные спектры структур MB<sup>\*</sup>. *1* — LaB<sup>\*</sup>, *2* — CeB<sup>\*</sup>, *3* — PrB<sup>\*</sup>, *4* — NdB<sup>\*</sup>, *5* — SmB<sup>\*</sup>, *6* — EuB<sup>\*</sup>, *7* — GdB<sup>\*</sup>, *8* — TbB<sup>\*</sup>, *9* — DyB<sup>\*</sup>.

в этой структуре  $m_{B^*} = 64.86 \text{ g/mol}$ , что составляет приблизительно около половины массы атома РЗЭ.

Фононные спектры соединении MB\* рассчитаны по методу Борна-Кармана-де Лоне путем решения секулярного уравнения

$$|D(q) - \mathbf{M}\omega^2 L| = 0.$$
(3)

Здесь М — масса атома, L — единичная матрица, D(q) — динамическая матрица, определяемая вектором q [5–7].

В решетке MB\* типа CsCl при расчете фононного спектра учитываются три связи:  $j_1$  — между атомами металла (M–M),  $j_2$  — между атомами металла и псевдоатомом B\* = B<sub>6</sub> (M–B\*) и  $j_3$  — между псевдоатомами B\*–B\*. Для каждого соединения MB\* существует определенное соотношение, связывающее коэффициенты пропорциональности указанных энергий связей и полную энергию атомизации грамм-атома соединения MB\*.

Для соединения LaB<sub>6</sub> коэффициенты выражаются по отношению к связи  $j_1$  (M–M):  $\eta_j = U_{0M}/U_{0j}$ . Для связи  $j_1$   $\eta_1 = 1$ , для связи  $j_2$  (M–B<sup>\*</sup>)  $\eta_2 = 1.23$ , для связи  $j_3$  (B<sup>\*</sup>–B<sup>\*</sup>)  $\eta_3 = 1.31$ . Были введены следующие обозначения.  $U_{0M}$  — грамм-атомная энергия атомизации металла,  $U_{0B}$  — энергия атомизации бора,  $U_{MB_6}$  — энергия образования соединения MB<sub>6</sub>, отнесенная к стандартному состоянию компонентов.

Эти коэффициенты введены в программу расчета фононных спектров кристаллов MB\* со структурой CsCl. Значение энергии атомизации грамм-атома соединения MB\* определяется из соотношения

$$U_0 = \frac{1}{2}(U_{0M} + U_{0B} + U_{MB_6}).$$
(4)

Силовые постоянные де Лоне учитывались при расчетах для четырех координационных сфер: *i* = 1...4. Их величины пропорциональны вторым и первым производным энергии атомизации в функции расстояний между



Рис. 4. Фононный спектр бора.

ближайшими атомами, взятыми в точках, соответствующих различным координационным сферам *i* для каждого из видов связи *j* [5]

$$\alpha_{ij} = (\partial^2 U_j) / \partial r^2)_{r_{ij}},\tag{5}$$

$$\beta_{ij} = (-1/r)(\partial U_j)/\partial r)_{r_{ij}}.$$
(6)

Величину энергии связи в зависимости от расстояния между ближайшими атомами удобно выражать в аналитической форме, используя аппрокосимацию  $U_j(r)$  в форме потенциала Ми–Грюнайзена [8]

$$U_i = -(\alpha/r^m) + (\beta/r^n). \tag{7}$$

Из условия  $(\partial U_i/\partial r)_{r_0} = 0$  получим

$$U_j = (U_0 m n / (n - m)) [(1/m)(r_0/r)^m - (1/n)(r_0/r)^n].$$
(8)

Соответственно силовые постоянные де Лоне

$$\alpha_{ij} = \frac{mn(m+1)U_{0j}k_i^{m+2}}{(n-m)^2} \left[1 - \frac{n+1}{m+1}k_i^{n-m}\right],\qquad(9)$$

$$\beta_{ij} = -\frac{mnU_{0j}}{(n-m)r_0^2} k_i^{m+2} [1-k_i^{n-m}], \qquad (10)$$

где  $k_i = r_0/r_i$  — отношение радиуса первой координационной сферы к радиусу *i*-й сферы.

Показатели степени n и m в соотношениях (7)–(10) рассчитаны по методике, изложенной в работе [8]. При этом изменение приведенных межатомных расстояний r определяет изменение объема моля и зависит от наличия атомов разных сортов.

Значение m + n определено по величинам модуля объемной упругости В [9], по объемному коэффициенту термического расширения  $\beta$  [10] и номограмме работы [8]

$$g = V_0 \beta B / R, \tag{11}$$

где  $V_0$  — грамм-атомный объем,  $\beta$  — объемный коэффициент термического расширения, R — универсальная газовая постоянная. Произведение *mn* рассчитано по значениям энергии атомизации гексаборида  $U_0$ , грамматомного объема  $V_0$  и объемного модуля B,

$$mn = 9V_0 B/U_0.$$
 (12)

В таблице приведены характеристики гексаборидов РЗЭ, необходимые для определения показателей степени *m* и *n*.

На рис. 3 приведены рассчитанные фононные спектры редкоземельных структур MB<sup>\*</sup> (M = La, Ce, Nd, Pr, Sm, Eu, Gd, Tb, Dy) для m = 4, n = 12.

Второй составляющей суммарного фононного спектра гексаборидов  $MB_6$  является фононный спектр колебаний атомов бора в объеме псевдоатома  $B^* = B_6$ . Эта составляющая для всех гексаборидов аппроксимирована функцией Гаусса вида

$$g_{\rm B}(\nu) = Ae^{-((\nu-\nu_0)/\nu)^2},$$
 (13)

обрезанной на максимальной частоте  $v_0$ . Величина  $v_0$  определена по значению характеристической температуры элементарного аморфного бора  $\Theta_B = 1217 \text{ K} [11]$ . Рассчитанный фононный спектр атомов бора приведен на рис. 4.

Результирующий фононный спектр гексаборидов МВ<sub>6</sub>

$$g_{\rm MB_6}(\nu) = g_{\rm MB^*}(\nu) + g_{\rm B}(\nu) \tag{14}$$

нормирован на 3N<sub>A</sub> (N<sub>A</sub> — число Авогадро).

#### 3. Решеточная теплоемкость гексаборидов РЗЭ

Грамм-атомные теплоемкости структур  $MB^*C_{MB^*}(T)$  и бора  $C_B(T)$  рассчитаны по полученным фононным спектрам  $g(\nu)$  численным интегрированием

$$C_{\nu} = \int_{0}^{\nu_{m}} g(\nu) (d\varepsilon/dT) d\nu, \qquad (15)$$

*v<sub>m</sub>* — предельная частота фонона.

Величины молярных решеточных теплоемкостей гексаборидов РЗЭ подсчитаны по соотношению

$$C_{\rm MB_6}(T) = 2C_{\rm MB^*}(T) + 5C_{\rm B}(T).$$
 (16)

Коэффициент 2 при первом слагаемом учитывает вклад двухатомной псевдомолекулы MB\*, коэффициент 5 при втором слагаемом — вклад бора в октаэдре B<sub>6</sub>, за вычетом одного атома бора, учтенного первым слагаемым.

На рис. 5 приведены расчетные зависимости полной теплоемкости гексаборидов лантана и неодима в области 20–300 К. Для NdB<sub>6</sub>, кроме решеточного учтен вклад теплоемкости Шоттки. В большей части температурного диапазона наблюдается удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных величин. Электронные составляющие теплоемкости и вклады, обусловленные ангармонизмом, в рассматриваемом диапазоне температур малы и не учитывались.



**Рис. 5.** Теплоемкость гексаборидов лантана (*a*) и неодима (*b*), рассчитанная по фононным спектрам и данным о расщеплении энергетических уровней. Штриховые линии — экспериментальные зависимости.  $I - 2C_{\text{MB}^*}$ ,  $2 - 5C_{\text{B}}$ ,  $3 - C = 2C_{\text{MB}^*} + 5C_{\text{B}}$ ,  $4 - C_{\text{Shottky}}$ .

Проведенный расчет фононных спектров и решеточных составляющих теплоемкости гексаборидов РЗЭ свидетельствует о том, что модель  $MB^* + B$  учитывает связь металл—бор и характеризуется более реалистичным фононным спектром по срвнению с моделью независимых подрешеток. Вместе с тем отметим, что модель независимых подрешеток M + B удовлетворительно соответствует данным эксперимента в области 5–300 К. Значения изобарной теплоемкости  $C_p(T)$ , рассчитанные по этой модели, близки к данным расчета по модели  $MB^* + B$  и соответствуют экспериментальным данным [3].

В области низких температур (до 60–80 K) эффективны наиболее низкочастотные из возможных колебаний и частично заморожены высокочастотные. Этим объясняется хорошее соответствие экспериментальных величин  $C_{\text{lat}}(T)$  расчетным данным в модели независимых подрешеток, в том числе в области некоторой аномалии решеточной теплоемкости при T = 40-80 K.

При более высоких температурах возрастает влияние высокочастотных колебаний, обусловленных связями М-В\* и В-В. Поэтому при температурах 60–300 К модель МВ\* позволяет получить результаты, близкие к экспериментальным. В области температур выше 100–200 К определяющую роль играют колебания атомов бора.

Удовлетворительное количественное описание температурной зависимости решеточной теплоемкости  $C_{\text{lat}}(T)$ при температурах 50-300 К и более высоких, как в модели МВ\* + В, так и в приближении независимых подрешеток, объясняется тем, что: 1) величина  $\Theta_M$  в модели независимых подрешеток приблизительно в три раза ниже  $\Theta_{MB^*}$ , масса псевдоатома  $B^* = B_6$  значительно превосходит массу атома бора и приблизительно в 2.5 раза меньше атома металла; это обстоятельство сближает величины энергий на связах М-М и М-В\*, 2) при температурах ниже  $T = 100 \, \text{K}$  определяющими ход теплоемкости являются низкие частоты колебаний атомов металла, имеющие близке величины как в одной, так и в другой моделях; 3) характеристические температуры бора в обеих моделях близки; 4) ход кривой  $C_{\text{lat}}(T)$ слабо зависит от особенностей фононного спектра.

Отметим, что, несмотря на близкие результаты применения моделей независимых подрешеток М + В и модели МВ\* + В, более общей является вторая из них. Помимо связей М-М в ней учтена и связь М-В, которая в гексаборидах, естественно, имеет место. Она не учитывается в первой модели вследствие относительной малости. В ряде термодинамических работ [12–15] принимается, что в высших боридах связь металлметалл не играет существенной роли. Результаты настоящего исследования показывают, что связь металлметалл в гексаборидах РЗЭ не играет основной роли при повышенных температурах. Однако в области низких температур (ниже 100 K) влияние этой связи является преобладающим.

#### Список литературы

- [1] Дж. Эмсли. Элементы. Мир, М. (1993). 257 с.
- [2] Г.В. Самсонов, Т.И. Серебрякова, В.А. Неронов. Бориды. Атомиздат, М. (1975).
- [3] В.В. Новиков. ФТТ 43, 2, 289 (2001).
- [4] S. Kunii. J. Phys. Soc. Jap. 57, 361 (1998).
- [5] De Launey. Sol. Stat. Phys. 2, 219 (1956).
- [6] S.L. Upadhyaya, J.L. Upadhyaya, R. Shyam, Phys. Rev. B44, 1, 122 (1991).
- [7] Н.Н. Сирота, И.М. Сирота, Т.М. Сошнина, Т.Д. Соколовский. Докл. АН **373**, *6*, 750 (2000).
- [8] R. Furth. Proc of Roy. Soc. A193, 87 (1994).
- [9] S. Nakamura, T. Goto, S. Kunii, K. Iwashita, A. Tamaki. J. Phys. Soc. Jap. 67, 2, 623 (1994).
- [10] Н.Н. Сирота, В.В. Новиков, А.В. Новиков. ФТТ **42**, *11*, 2033 (2000).
- [11] Физико-химические свойства элементов. Справочник / Под ред. Г.В. Самсонова. Наук. думка, Киев (1965). 807 с.
- [12] Л.А. Резницкий. ЖФХ **LX1**, 7, 1800 (1987).
- [13] S.V.M. Meshel, O.J. Klepa. J. Alloys Comp. 221, 37 (1995).
- [14] Л.А. Резницкий. ЖФХ 68, 5, 945 (1994).
- [15] Л.А. Резницкий. ЖФХ 71, 4, 765 (1987).