Физика твердого тела, 2002, том 44, вып. 1

Тепловые и квантовые флуктуации доменной границы в тонкой магнитной проволоке

© А.Ф. Попков

Государственный научно-исследовательский институт физических проблем им. Ф.В. Лукина,
103460 Москва, Россия

E-mail: popkov@nonlin.msk.ru

(Поступила в Редакцию 23 февраля 2001 г.
В окончательной редакции 17 апреля 2001 г.)

Анализируется влияние тепловых флуктуаций на структуру доменной границы (ДГ) в тонкой магнитной проволоке. Показано, что ДГ в магнитной нанопроволоке спонтанно меняет поляризацию из-за тепловых и квантовых флуктуаций. Имеется критический поперечный размер проволоки, ниже которого возникает аналог суперпарамагнитного перехода для превращения ДГ Нееля в ДГ Гинзбурга–Булаевского.

Работа поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований № 00-02-17240-а и грантом МНТЦ № 1522.

Доменная граница (ДГ) в тонкой магнитной проволоке является мезоскопическим объектом, изучение которого представляет интерес по следующим причинам. Во-первых, ДГ в наноконтакте и нанопроволоке оказывает существенное влияние на спин-транспортные свойства, которые сильно зависят от соотношения размеров ДГ и длины волны транспортируемых электронов [1–5]. Во-вторых, ДГ в нанопроволоке интересна для изучения явлений спонтанного перемагничивания из-за тепловых и квантовых флуктуаций. В связи с этим обращает на себя внимание работа [6], где была сделана попытка рассмотреть особенности микромагнитной структуры ДГ в малой магнитной перемычке между намагниченными берегами, которые обусловлены большой пространственной неоднородностью сечения перемычки. Влияние тепловых эффектов в этой работе не учитывалось. Однако при уменьшении размеров проволоки спиновые флуктуации будут приводить не только к размыванию ДГ, но и к искажению ее структуры. В первую очередь при этом будут проявляться флуктуации, связанные с коллективными возбуждениями, — макроскопические моды, обладающие наименьшей энергией возбуждения. Поэтому можно ожидать явления мезоскопической переполяризации ДГ под действием флуктуаций. Ранее в литературе рассматривались эффекты теплового сползания ДГ [7], квантового туннелирования через дефект и изгибные макроскопические флуктуации ДГ как протяженного объекта [8,9]. В настоящей работе исследуется явление мезоскопической переполяризации ДГ под действием тепловых флуктуаций и превращения поляризованной ДГ, характеризующейся наличием фиксированной плоскости разворота магнитных моментов в поперечном направлении, в неполяризованную ДГ типа Гинзбурга–Булаевского [10,11], в которой намагниченность меняется по величине, не отклоняясь в поперечном направлении и проходя через нуль между граничащими доменами.

1. Исходный гамильтониан и уравнения динамики

Рассмотрим магнитную проволоку, обладающую слабой магнитной анизотропией в поперечном направлении $K_\perp \ll 2\pi M^2$, диаметром менее обменной длины $D \le l_{\text{ex}} = \sqrt{A/\pi M^2}$, где A — энергия неоднородного обмена, M — намагниченность. В такой тонкой проволоке спины в поперечном сечении коллинеарны. Гамильтониан рассматриваемой системы можно представить в виде

$$\hat{H} = A(d\mathbf{m}/dz)^2 - \pi M^2 m_z^2 - K_\perp m_x^2 - H_z(z) M m_z, \quad (1)$$

где $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M = (\sin\theta\cos\Phi, \sin\theta\sin\Phi, \cos\theta)$, $H_z(z)$ — градиентное магнитное поле, стабилизирующее ДГ в точке $z = 0$.

В нулевом приближении по малому параметру $K_\perp/\pi M^2 \ll 1$ для ДГ можно использовать автомодельное приближение, в котором структура границы описывается только конкуренцией обмена и энергии размагничивания,

$$\Phi = \text{const},$$

$$d\theta/dz = l_{\text{ex}}^{-1}\sin\theta \to \theta = 2\text{arctg}\big[\exp\big((z-\Delta)/l_{\text{ex}}\big)\big]. \quad (2)$$

Тогда лагранжиан системы, проинтегрированный по объему проволоки сечением S_0, записывается в виде[1]

$$\hat{L} = v\Big[(2M/\gamma)(d\Phi/dt)(\Delta/l_{\text{ex}} - 1) - 2K_\perp \sin^2\Phi - |H_z'| l_{\text{ex}} M (\Delta/l_{\text{ex}})^2\Big] + h_\Delta^{\text{fluc}}(\Delta/l_{\text{ex}}) + h_\Phi^{\text{fluc}}\Phi, \quad (3)$$

где $v = S_0 l_{\text{ex}}$, а также введены термофлуктуационные поля h_Φ^{fluc} и h_Δ^{fluc} для переменных Φ и Δ. Диссипативная

[1] Функция Лагранжа L и диссипативная функция R системы в угловых переменных могут быть представлены (см., например, [11]) в виде $L = M/\gamma(1-\cos\theta)\partial_t\Phi - W(\theta, \Phi)$; $R = \alpha M/2\gamma\big((\partial_t\Phi)^2\sin^2\theta + (\partial_t\theta)^2\big)$, где $W(\theta, \Phi)$ — энергия системы, соответствующая ее гамильтониану. Для ДГ в автомодельном приближении лагранжиан и диссипативная функция находятся путем усреднения по пространственным переменным. Процедура усреднения уравнений динамики для автомодельного приближения, близкого к (2), излагается, например, в [12].

функция системы принимает вид

$$\hat{R} = (\alpha M/\gamma) l_{\text{ex}} S_0 \big[(d\Phi/dt)^2 + (d\Delta/dt)/l_{\text{ex}}^2\big]. \qquad (4)$$

Из вариации лагранжиана и диссипативной функции находим уравнения динамики

$$\begin{cases} (d\Delta/dt)/l_{\text{ex}} + \alpha(d\Phi/dt) + (\gamma K_\perp/M)\sin 2\Phi \\ \qquad\qquad = (\gamma/2Mv) h_\Phi^{\text{fluc}}, \\ -(d\Phi/dt) + \alpha(d\Delta/dt)/l_{\text{ex}} + \gamma|H_z'|\Delta \\ \qquad\qquad = \gamma/2Mv) h_\Delta^{\text{fluc}}. \end{cases} \qquad (5)$$

Полученные уравнения имеют вид нелинейных уравнений Ланжевена со случайной правой частью.

2. Тепловое размытие и флуктуационная переполяризация ДГ

Найдем корреляционные характеристики флуктуаций угла отклонения и положения центра ДГ. Из решения линеаризованных уравнений (5) можно определить гармонические изменения угловой переменной и смещения центра ДГ $\delta\Phi$, $\Delta \sim \exp(-i\omega t)$ от равновесного положения $\Phi = 0$, $\Delta = 0$ согласно соотношениям

$$\delta\Phi = \chi_{\Phi\Phi} h_{\Phi\omega}^{\text{fluc}} + \chi_{\Phi\Delta} h_{\Delta\omega}^{\text{fluc}},$$

$$\Delta/l_{\text{ex}} = \chi_{\Delta\Phi} h_{\Phi\omega}^{\text{fluc}} + \chi_{\Delta\Delta} h_{\Delta\omega}^{\text{fluc}}, \qquad (6)$$

где магнитные восприимчивости $\chi_{i,j}$ даются формулами

$$\chi_{\Phi\Phi} = \frac{\gamma}{2Mv}\frac{(\omega_D - i\omega\alpha)}{[\omega_\rho^2 - \omega^2(1+\alpha^2) - i\alpha\omega(\omega_A + \omega_D)]},$$

$$\chi_{\Delta\Delta} = \frac{\gamma}{2Mv}\frac{(\omega_A - i\omega\alpha)}{[\omega_\rho^2 - \omega^2(1+\alpha^2) - i\alpha\omega(\omega_A + \omega_D)]},$$

$$\chi_{\Delta\Phi} = -\chi_{\Phi\Delta}$$

$$= \frac{\gamma}{2Mv}\frac{i\omega}{[\omega_\rho^2 - \omega^2(1+\alpha^2) - i\alpha\omega(\omega_A + \omega_D)]}, \qquad (7)$$

где $\omega_A = \gamma 2K_\perp/M$, $\omega_\rho = \sqrt{\omega_D\omega_A}$, $\omega_D = \gamma|H_z'|l_{\text{ex}}$.

Согласно флуктуационно-диссипационной теореме (ФДТ) [13], имеем

$$\langle \delta x_i \delta x_j \rangle_\omega = (\hbar/2\pi)(\text{Im}\chi_{i,j}) \,\text{cth}\,(\hbar\omega/2k_B T), \qquad (8)$$

где $x_{i,j} = \Phi, \Delta$. Отсюда следует, что для не слишком больших частот $\hbar\omega \ll k_B T$ спектральная плотность флуктуационного углового отклонения плоскости поляризации ДГ дается выражением

$$\langle \delta\Phi^2 \rangle_\omega$$

$$= \frac{\alpha\gamma k_B T[\omega^2(1+\alpha^2) + \omega_D^2]}{4\pi M l_{\text{ex}} S_0 \big[\big(\omega^2(1+\alpha^2) - \omega_\rho^2\big)^2 + \omega^2\alpha^2(\omega_A + \omega_D)^2\big]}. \qquad (9)$$

Полная величина среднего отклонения угла Φ равна

$$\langle \delta\Phi^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \langle \delta\Phi^2 \rangle_\omega d\omega = \frac{k_B T}{4MS_0 l_{\text{ex}}}\frac{\gamma}{\omega_A}. \qquad (10)$$

Аналогично можно получить формулу для средней величины теплового размытия толщины ДГ

$$\langle \Delta^2 \rangle / l_{\text{ex}}^2 = \frac{k_B T}{4MS_0 l_{\text{ex}} \omega_A}\frac{\gamma}{\omega_D}. \qquad (11)$$

Из условия $\langle \delta\Phi^2 \rangle \sim (\pi/2)^2$ следует, что критическая величина сечения, при которой анизотропный барьер локализации плоскости разворота ДГ преодолевается благодаря тепловым флуктуациям, дается формулой $S_0^{\text{cr}} \sim k_B T/2\pi^2 K_\perp l_{\text{ex}}$. Отсюда находим критический радиус проволоки $a_{\text{cr}} \sim (k_B T/2\pi^3 K_\perp l_{\text{ex}})^{1/2}$.

Проведем оценку для проволоки из NiFe. Возьмем $T = 300\,\text{K}$, $K_\perp \sim 10^5\,\text{erg/cm}^3$, $l_{\text{ex}} \sim 5\,\text{nm}$, тогда получим $a_{\text{cr}} \sim 1\,\text{nm}$. Проделанные расчеты дают приблизительную оценку перехода поляризованной ДГ в неполяризованную заряженную ДГ типа Гинзбурга–Булаевского. Более детальное описание динамики перехода можно получить с помощью уравнения Фоккера–Планка для плотности вероятности состояния ДГ с заданной поляризацией и положением центра $P(\Phi, \Delta)$.

3. Уравнение Фоккера–Планка

Уравнение эволюции плотности вероятности состояний ДГ можно получить, используя подход, аналогичный подходу Брауна, развитому в работе [14] для описания явления термофлуктуационной переполяризации магнитной частицы. Спектральная плотность корреляционной функции для случайных полей находится, согласно ФДТ, по формуле

$$\langle h_i h_j \rangle_\omega = \frac{i\hbar}{4\pi}(\chi_{i,j}^{-1} - \chi_{j,i}^{-1*}) \,\text{cth}\, \frac{\hbar\omega}{2k_B T}, \qquad (12)$$

где $\chi_{i,j}^{-1}$ — обратные восприимчивости. Найдем спектральную плотность для случайных полей в точке $\Phi, \Delta = 0$. Из линеаризованной системы (5) получим

$$\chi_{\Phi\Phi}^{-1} = \frac{2Mv}{\gamma}(\omega_A - i\omega\alpha), \quad \chi_{\Delta\Delta}^{-1} = \frac{2Mv}{\gamma}(\omega_D - i\omega\alpha),$$

$$\chi_{\Phi\delta}^{-1} = -\chi_{\delta\Phi}^{-1} = \frac{2Mv}{\gamma} i\omega. \qquad (13)$$

Из (12) тогда следует

$$\langle h_\Phi^2 \rangle_\omega = \langle h_\Delta^2 \rangle_\omega = \frac{\alpha Mv}{\pi\gamma}\hbar\omega \,\text{cth}\, \frac{\hbar\omega}{2k_B T}, \quad \langle h_\Phi h_\Delta \rangle_\omega = 0. \quad (14)$$

В случае больших температур, когда можно пренебречь влиянием высоких частот и считать $k_B T \gg \hbar\omega$, спектральная плотность поля термофлуктуаций имеет вид "белого" шума, т.е. $\langle h_\Phi^2 \rangle_\omega = \langle h_\Delta^2 \rangle_\omega = (\alpha Mv/\pi\gamma) 2k_B T$.

В этом случае для описания эволюции плотности вероятности состояния $P(\Phi, \Delta)$ можно применить хорошо известный подход для вывода уравнения Фоккера–Планка из нелинейных уравнений Ланжевена [12]. Стандартная процедура усреднения корреляционных моментов $A_i = \lim_{dt\to 0}\langle dx_i\rangle/dt$, $B_{ij} = \lim_{dt\to 0}\langle dx_i dx_j\rangle/dt$ дает уравнение Фоккера–Планка

$$\frac{\partial P(x_i, x_j)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i} A_i P(x_i, x_j) + \frac{1}{2} B_{ij} \frac{\partial^2 P(x_i, x_j)}{\partial x_i \partial x_j}. \quad (15)$$

В нашем случае оно имеет вид

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\alpha\gamma K_\perp}{(1+\alpha^2)M}\frac{\partial P \sin 2\Phi}{\partial \Phi} + \frac{k_\mathrm{B}T}{2K_\perp v}\frac{\partial^2 P}{\partial \Phi^2}$$
$$+ \frac{\gamma K_\perp l_\mathrm{ex}}{(1+\alpha^2)M}\frac{\partial P \sin 2\Phi}{\partial \Delta} + \frac{k_\mathrm{B}T l_\mathrm{ex}^2}{2K_\perp v}\frac{\partial^2 P}{\partial \Delta^2}. \quad (16)$$

Для одномерного распределения $P(\Phi) = \int_{-\infty}^{\infty} P(\Phi, \Delta) d\Delta$ уравнение упрощается

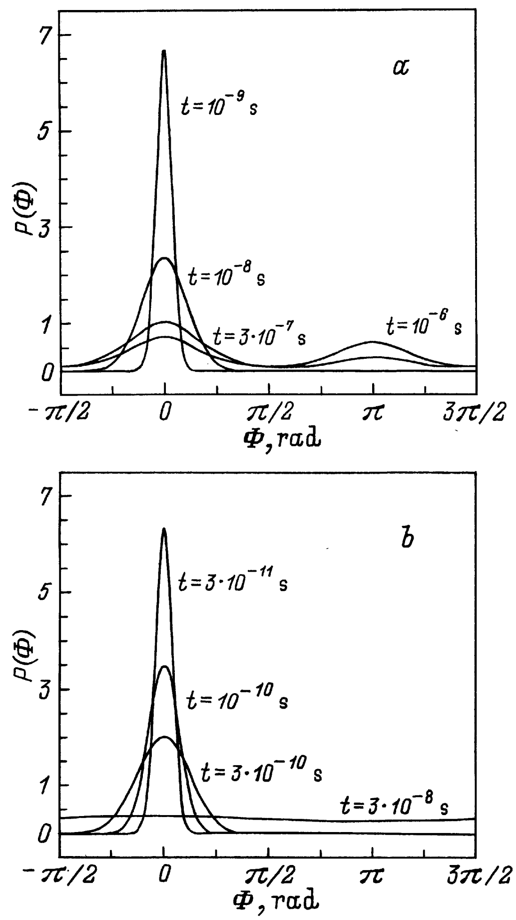
$$\frac{1+\alpha^2}{\alpha\omega_A}\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial P \sin\Phi\cos\Phi}{\partial \Phi} + \frac{k_\mathrm{B}T}{4K_\perp v}\frac{\partial^2 P}{\partial \Phi^2}. \quad (17)$$

Полученное уравнение имеет очевидное стационарное решение $P(\Phi)|_{t=+\infty} = A\exp(-2K_\perp \sin^2\Phi/k_\mathrm{B}T)$, где, согласно условию нормировки,

$$A = 1 \Big/ \int_0^{2\pi} \exp(-2K_\perp \sin^2\Phi/k_\mathrm{B}T) d\Phi$$
$$= \exp(K_\perp/k_\mathrm{B}T)/4\pi I_0(K_\perp/k_\mathrm{B}T),$$

$I_0(x)$ — функция Бесселя от мнимого аргумента. Любое изначально локализованное состояние $P(\Phi) = \delta(\Phi - \Phi_0)$ релаксирует к этому равновесному распределению. Время релаксации, связанное с диффузионным размытием начального распределения, существенно определяется фактором $\nu = (k_\mathrm{B}T)/(4K_\perp v)$. Временно́й масштаб, просматривающийся в уравнении Фоккера-Планка (17), зависит от магнитных параметров и от ожидаемой величины углового размытия пакета $\Delta\Phi$: $[t] \sim \big((1+\alpha^2)/\alpha\omega_A\big)\big(1 + k_\mathrm{B}T/(4K_\perp v \Delta\Phi^2)\big)$. Видно, что диффузионное время расплывания при большой величине фактора ν сокращается обратно пропорционально температуре: $[t] \sim vM/\gamma k_\mathrm{B}T$. На рисунке приведены примеры эволюции изначально локализованного распределения для двух случаев: $\nu \ll 1$ (a) и $\nu \gg 1$ (b). При расчете были выбраны следующие параметры проволоки: $M = 1500\,\mathrm{G}$, $K_\perp = 10^4\,\mathrm{erg/cm^3}$, $\alpha = 0.1$, $T = 300\,\mathrm{K}$, диаметр $D = 60$ (a) и $10\,\mathrm{nm}$ (b).

При низких температурах $k_\mathrm{B}T \ll \hbar\omega_\rho$ происходит переход к квантовому флуктуационному пределу, когда термофлуктуационный шум нельзя считать "белым" и



Эволюция плотности вероятности состояния поляризации доменной границы в тонкой магнитной проволоке диаметром $D = 60\,\mathrm{nm}$ $(\nu = 9.9)$ (a) и $D = 10\,\mathrm{nm}$ $(\nu = 0.275)$ (b).

рассматриваемый подход непригоден. В пределе низких температур $\nu \to 0$, однако для определения эволюции начального состояния можно воспользоваться теорией макроскопического квантового туннелирования на основе интегралов по траекториям [15].

4. Квантовая переполяризация ДГ при низких температурах

При $T = 0$ ДГ будет поляризована в основном вблизи положений $\Phi = 0$ и π. Рассмотрим для определенности ДГ с начальным состоянием $\Omega(t = -\infty) = (\Phi = 0, \Delta = 0)$. Амплитуда условной вероятности перехода в состояние $\mathbf{\Omega}(t = +\infty) = (\Phi = \pm\pi, \Delta = 0)$ определяется из интегрирования по инстантонным траекториям $\mathbf{\Omega}(\tau)$ во мнимом времени $\tau = it$ согласно формуле $K_{\Omega(-\infty)\to\Omega(+\infty)} = \int \exp[-S_E\big(\mathbf{\Omega}(\tau)\big)/\hbar] d\mathbf{\Omega}$, где действие S_E определяется как интеграл по мнимому времени $S_E = \int L d\tau$. Опустив в лагранжиане системы (3) слагаемые, введенные для описания случайных термофлуктуационных полей, дополним его полевым слагаемым вида $2MH\Delta$, ответственным за смещение положения ДГ, имея в виду рассмотреть также интерференционные квантовые эффекты, связанные с топологическими свойствами инстантонных траекторий. Теперь, если выделить в лагранжиане квадратичную форму по переменной Δ, описывающей смещение ДГ, можно исключить ее, проведя гауссово интегрирование по этой переменной в амплитуде вероятности туннелирования. В результате получается эквивалентный лагранжиан системы, зависящий только от угловой переменной Φ, следующего вида:

$$L(\tau) = 4vK_\perp \left(\frac{(\partial_\tau \Phi)^2}{2\omega_\rho^2} + i\frac{\partial_\tau \Phi}{\omega_A}\left(1 + \frac{H}{H' l_{\mathrm{ex}}}\right) + \frac{1}{2}\sin^2\Phi \right). \tag{18}$$

Лагранжиан близкого вида часто встречается в теории магнитных инстантонов (см., например, [16,17]), поэтому последующие детальные выкладки можно опустить, ограничившись основными формулами для вероятности туннелирования. Частота туннелирования Γ определяется суммой амплитуд вероятности перехода из начального состояния $\Phi = 0$ в конечное $\Phi = \pm\pi$ по двум топологически различающимся инстантонным траекториям $\Phi = \pm 2\operatorname{arctg}\exp(\omega_\rho \tau)$, соответствующим правому и левому вращению плоскости поляризации ДГ, т. е.

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma}{2} &= K_{0,+\pi} + K_{0,-\pi} \\ &= A_{0,+\pi}\exp(-S_{0,+\pi}) + A_{0,-\pi}\exp(-S_{0,-\pi}) = \\ &= 2\omega_\rho \sqrt{\frac{S_{\mathrm{cl}}}{2\pi\hbar}}\exp\left(-\frac{S_{\mathrm{cl}}}{\hbar}\right)\cos\left[\frac{2Mv}{\gamma}\left(1+\frac{H}{H' l_{\mathrm{ex}}}\right)\right], \end{aligned} \tag{19}$$

где $A_{\Omega_\pm} = \int \exp\bigl(-\delta^2 S(\mathbf{\Omega})/\hbar\bigr) d(\mathbf{\Omega} - \mathbf{\Omega}_\pm)$ — префактор соответствующей амплитуды вероятности, $S_{\mathrm{cl}} = 8vK_\perp/\omega_\rho$ — классическая часть действия на инстантонной траектории $\mathbf{\Omega}_\pm$.

Из найденной формулы следует, что из-за макроскопической квантовой интерференции амплитуд туннелирования по двум топологически различающимся траекториям частота туннелирования может осциллировать в магнитном поле смещения ДГ. Этот эффект очень чувствителен к взаимодействию спинов с диссипативным окружением (фононами и спинами ядер [18,19]), которое вызывает фазовую декогерентность туннелирующих инстантонов и сглаживает полевые осцилляции.

Анализ полученной формулы показывает, что для наблюдения квантовой переполяризации ДГ требуются достаточно жесткие экспериментальные условия, что связано с необходимостью создания очень большого удерживающего градиента магнитного поля. Действительно, возьмем $M = 1500\,\mathrm{G}$, $K_\perp = 10^3\,\mathrm{erg/cm^3}$, $\gamma = 2 \cdot 10^7\,\mathrm{Oe^{-1} \cdot s^{-1}}$, $A = 10^{-6}\,\mathrm{erg/cm}$, тогда найдем, что в проволоке нанометрового сечения частота перехода имеет наблюдаемую величину $\Gamma \sim 1\,\mathrm{s^{-1}}$ при собственной частоте колебаний ДГ $\omega_\rho = 10^9\,\mathrm{s^{-1}}$. Для создания такой высокой частоты собственных колебаний можно использовать искусственный пиннинг ДГ на обменном дефекте внутри канала.

Проведенный анализ показывает, что ДГ в магнитной нанопроволоке испытывает сильное тепловое искажение структуры при комнатной температуре из-за флуктуаций направления плоскости разворота и тепловых колебаний ее центра. Имеется критическая величина температуры, связанная с величиной энергетического барьера переполяризации ДГ, выше которой ДГ становится неполяризованной. Переход поляризованной ДГ в неполяризованную при уменьшении поперечного сечения магнитной проволоки аналогичен эффекту тепловой деблокировки магнитных наночастиц по достижении порога суперпарамагнетизма Нееля–Брауна.

ДГ в магнитной нанопроволоке по существу представляет собой магнитный вихрь. Ранее в [20] рассматривалась возможность квантовой переполяризации блоховской линии в тонкой пленке — ситуация, достаточно похожая на ДГ в нанопроволоке. Однако в нашем случае мезоскопический объем, участвующий в туннелировании, уменьшается за счет малости диаметра проволоки и вероятность наблюдения квантовой переполяризации вихря возрастает. Анализ макроскопического туннелирования плоскости поляризации ДГ показывает, что при нулевой температуре поляризация ДГ может сохраняться довольно долго и для наблюдения квантовой переполяризации требуется достаточно сильное закрепление ДГ в магнитном канале.

Наличие сильной пространственной неоднородности сечения магнитной перемычки, а также обменного дефекта — области с пониженной энергией обмена внутри ДГ — должно способствовать росту частоты ее квантовой переполяризации, так как оно будет приводить к уменьшению ширины ДГ (см. [6]) и возрастанию удерживающего градиента.

Отмеченные особенности, в частности связанные с флуктуационным переходом ДГ в деполяризованное состояние, необходимо учитывать при анализе спин-транспортных свойств магнитных наноконтактов и нанопроволок, управляемых внешним магнитным полем.

Автор выражает признательность А.К. Звездину за стимулирующие дискуссии.

Список литературы

[1] N. Garcia, M. Munoz, Y.-W. Zhao. Phys. Rev. Lett. **82**, 2923 (1999).
[2] G. Tatara, Y.-W. Zhao, M. Munoz, N. Garcia. Phys. Rev. Lett. **83**, *10*, 2030 (1999).
[3] H. Imamura, N. Kobayashi, S. Takahashi, S. Maekawa. Phys. Rev. Lett. **84**, *5*, 1003 (2000).
[4] А.К. Звездин, А.Ф. Попков. Письма в ЖЭТФ **71**, *5*, 304 (2000).
[5] P.M. Levy, Sh. Zhang. Phys. Rev. Lett. **79**, *25*, 5110 (1997).
[6] P. Bruno. Phys. Rev. Lett. **83**, *12*, 2425 (1999).
[7] L. Neel. Ann. Univ. Grenoble **22**, 299 (1946).
[8] T. Egami. Phys. Stat. Sol. (b) **57**, 211 (1973).

[9] P.C.E. Stamp. Phys. Rev. Lett. **66**, *21*, 2802 (1991); E.M. Chudnovsky, O. Iglesias, P.C.E. Stamp. Phys. Rev. **B46**, *9*, 5392 (1992); В.В. Добровитский, А.К. Звездин. ЖЭТФ **109**, *4*, 1420 (1996).
[10] А. Хуберт. Теория доменных стенок в упорядоченных средах. Мир, М. (1977). С. 92.
[11] А.М. Косевич, Б.А. Иванов, А.С. Ковалев. Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. Наук. думка, Киев (1988). С. 19; А. Хуберт. Теория доменных стенок в упорядоченных средах. Мир, М. (1977). С. 98, 110.
[12] А. Малоземов, Дж. Слонзуски. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими доменами. Мир, М. (1982). С. 102, 180.
[13] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Статистическая физика. Наука, М. (1964). С. 465.
[14] W.F. Brown, Jr. Phys. Rev. **130**, *5*, 1677 (1963).
[15] E.M. Chudnovsky. J. Appl. Phys. **73**, *10*, 6697 (1993).
[16] A. Garg, G.-H. Kim. Phys. Rev. **B45**, *22*, 12 921 (1992).
[17] В.Ю. Голышев, А.Ф. Попков. ЖЭТФ **108**, *5*(*11*), 1755 (1995).
[18] A. Garg. Phys. Rev. **B51**, *21*, 15 161 (1995).
[19] V.Yu. Golyshev, A.F. Popkov. Phys. Rev. **B56**, *5*, 2712 (1997).
[20] V.V. Dobrovitskii, A.K. Zvezdin. J. Magn. Magn. Mater. **156**, 205 (1996).