К вопросу о скачке теплоемкости газа ядерных спиновых волн в ферромагнетиках

© С.О. Гладков

Институт химической физики им. Н.Н. Семенова,
117977 Москва, Россия

(Поступила в окончательном виде 18 мая 2000 г.)

Показано, что в ферромагнитных веществах имеет место скачок теплоемкости газа ядерных спиновых волн, проявляющийся в области сверхнизких температур и обязанный своим появлением специфическому спектру этих квазичастиц. Эффект имеет место при температуре $T_K \cong 2.37\,\hbar\omega_n$. Найден скачок теплоемкости при этой температуре.

Исследование свойств магнитных структур, где важную роль начинает играть так называемое сверхтонкое взаимодействие [1], не является очень новым и насчитывает по крайней мере лет 30–35, когда еще только начиналось изучение коллективной динамики нового типа квазичастиц, названных ядерными спиновыми волнами (ЯСВ) и вперные предсказанных де Женом и др. в 1964 году [2]. В дальнейшем появилось множество статей, так или иначе связанных с анализом проявленных этими квазичастицами свойств [3–8] при температурах значительно более низких, чем гелиевые.

При изучении динамических свойств магнитных веществ в этой области температур становится важным учет сверхтонкого взаимодействия, приводящего в результате косвенного обменного взаимодействия соседних ядерных спинов (через посредство электронных) к формированию в **k**-пространстве спектра ЯСВ. Для ферромагнетиков этот спектр совсем прост и почти не отличается от частоты ядерного магнитного резонанса (ЯМР), которая, как известно, есть $\omega_n = AS/\hbar$, где A — константа сверхтонкого взаимодействия, S — электронный спин внешней оболочки атома. В самом деле, спектр ЯСВ таков: $\omega_n(K) = \omega_n - \Delta\omega_n(k)$, где дисперсия (или иначе динамический сдвиг частоты (ДСЧ)) есть $\Delta\omega_n(k) = A^2SI/\hbar^2\omega_e(k)$, где I — спин ядра, а $\omega_e(k)$ — дисперсия магнонов, явный вид которой есть $\omega_e(k) = \omega_e + \omega_E(ak)^2$, где $\omega_e = \gamma_e(H + H_a)$ — частота ферромагнитного резонанса (ФМР), γ_e — гиромагнитное отношение, H — внешнее магнитное поле, H_a — поле анизотропии, ω_E — обменная частота ($\omega_E = J_{\text{ex}}/\hbar$, J_{ex} — обменный интеграл Дирака), a — межатомное расстояние.

В силу такого специфического характера спектра ЯСВ в ферромагнетиках законами сохранения энергии и импульса разрешены только процессы, идущие с сохранением числа квазичастиц (речь идет только о взаимодействии внутри системы ЯСВ; взаимодействие с фононами и магнонами считаем пренебрежимо малым). В самом деле, для трех ЯСВ закон сохранения энергии гласит: $\omega_n(k_1) = \omega_n(k_2) + \omega_n(k_3)$. Ясно, что для спектра ЯСВ он не будет выполняться ни при каких значениях волнового вектора в силу малого значения дисперсии $\Delta\omega_n(k)$, много меньшей частоты ЯМР. Четырехчастичное же взаимодействие, гамильтониан которого коммутирует с оператором числа квазичастиц $N = a_k^+a_k$, разрешено законами сохранения, а потому для этого типа взаимодействия равновесная функция имеет вид Бозе-распределения с неравным нулю химическим потенциалом μ: $n(k) = \left[\exp\left(\hbar\omega_n(k) - \mu\right)/T - 1\right]^{-1}$ (постоянная Больцмана положена равной единице). Но в силу малости дисперсии можно считать, что $\hbar\omega_n(k) = \hbar\omega_n$.

Мы подошли, таким образом, вплотную к решению задачи о вычислении скачка теплоемкости, который будет проявляться в свете изложенных выше рассуждений о спектре ЯСВ. Покажем это строго математически.

Полное число ЯСВ определяется, как известно, интегралом вида $N = \left(V/(2\pi)^3\right)\int d^3k\, n(k) = (\pi V/6a^3)n(\hbar\omega_n - \mu)$. Поскольку $V/a^3 = N_a$, где N_a — число атомов в веществе, то из уравнения $n(\hbar\omega_n - \mu) = (6/\pi)(N/N_a)$ для $\mu = 0$ определяем искомую температуру, при которой это условие выполнено,

$$T_K = \hbar\omega_n/\ln\left[(\pi/6)(N_0/N_a) + 1\right], \qquad (1)$$

где N_0 — число квазичастиц при $\mu = 0$ (не путать T_K с температурой Бозе-конденсации [9]).

По порядку величины температура T_K соответствует примерно 10^{-2} K. Вычислим теперь теплоемкость ЯСВ при температуре (1). Поскольку

$$N = N_0 + \left(V/(2\pi^2)\right)\int\limits_0^{\pi/a} k^2dk\left[n(\hbar\omega_n - \mu) - n(\hbar\omega_n)\right],$$

а при температурах, близких к температуре T_K, химический потенциал мал, то в результате разложения подынтегрального выражения получаем

$$N = N_0 - N_a(\pi/6\hbar)(\partial n_0/\partial\omega_n)\mu,$$

где $n_0 = n(\mu = 0)$.

Отсюда

$$\mu = (6\hbar/\pi)\left[(N_0 - N)/N_a\right]1/(\partial n_0/\partial\omega_n). \qquad (2)$$

В силу того что производная $\partial E/\partial\mu = N \cong N_0$, получим $E = E_0 + \mu N_0$. С учетом (2) найдем

$$E = E_0 + (6\hbar/\pi)\left[(N_0 - N)/N_a\right]1/(\partial n_0/\partial\omega_n)N_0.$$

Дифференцируя полученное выражение дважды по температуре, имеем

$$\Delta C_n = T\partial^2 E/\partial T^2 = \hbar T\left\{\partial^2 N_0/\partial T^2\left[\partial \ln n_0/\partial\omega_n\right]^{-1}\right.$$
$$\left. - \frac{2(\partial N_0/\partial T)\partial\left[\partial \ln n_0/\partial\omega_n\right]/\partial T}{\left[\partial \ln n_0/\partial\omega_n\right]^2}\right\}.$$

Вычисляя производные и подставляя (1), находим

$$\Delta C_n = -(\pi/6)N_n n_0(\hbar\omega_n/T)^2\Big|_{T=T_K}$$
$$= -N_0/\ln^2\left[(\pi/6)(N_0/N_a)+1\right]. \qquad (3)$$

С другой стороны, при температурах $T < T_K$ энергия газа ЯСВ определяется выражением

$$E = \left(V/(2\pi^2)\right)\int\limits_0^{\pi/a}\hbar\omega_n(k)n(\hbar\omega_n)k^2dk = (\pi/6)N_0 n_0\hbar\omega_n. \qquad (4)$$

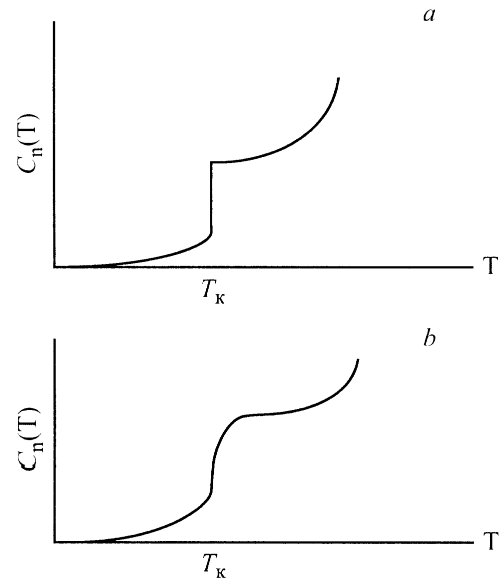
Отсюда теплоемкость слева от точки T_K есть

$$C_n^- = \lim_{T\to T_K-0} T\partial^2 E/\partial T^2 = (\pi/6)\hbar\omega_n N_a T_k \partial^2 n_0/\partial T_k^2$$
$$= \left\{N_0/\ln^2\left[(\pi/6)(N_0/N_a)+1\right]\right\}\left\{(1+6N_a/\pi N_0)\right.$$
$$\left.\times(1+12N_a/\pi N_0)/\ln\left[(\pi/6)(N_0/N_a)+1\right]-2\right\}. \quad (5)$$

Из выражений (3) и (5) найдем теплоемкость при температурах $T > T_K$

$$C_n^+ = C_n^- + \Delta C_n = \left\{N_0/\ln^2\left[(\pi/6)(N_0/N_a)+1\right]\right\}$$
$$\times\left\{\left[(1+6N_a/\pi N_0)(1+12N_a/\pi N_0)/\ln\left[(\pi/6)\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.\times(N_0/N_a)+1\right]-2\right]\right\}. \qquad (6)$$

Теперь несколько слов относительно обоснования описанной выше ситуации. Условие неравенства нулю химического потенциала ЯСВ, необходимое для реализации рассмотренного случая, требует оценки соотношений между конкретными временами релаксации. Действительно, подобная картина будет иметь место лишь в случае, если время релаксации температуры ЯСВ $\tau_{n-n-ph-e}$ будет значительно меньше, чем время релаксации химического потенциала τ_{n-n-ph}. Время $\tau_{n-n-ph-e}$ обусловлено механизмом аннигиляционного взаимодействия ЯСВ с фононами и магнонами (см., например, [10]) и определяется произведением операторов $\alpha^+_{nk}\alpha_{nk'}b_q\alpha^+_{ek''}$, где $\alpha^+_{nk}(\alpha_{nk})$ — оператор рождения (уничтожения) ЯСВ с волновым вектором k, α^+_{ek} — оператор рождения магнона с волновым вектором k, а $b^+_q(b_q)$ — оператор рождения (уничтожения) фонона с волновым вектором q.



Схематическое изображение скачка теплоемкости в ферромагнетиках, обусловленное ядерными спиновыми волнами, в отсутствие взаимодействия (a) и с учетом взаимодействия (b).

Оценка времени релаксации для этого механизма дает: $[\tau_{n-n-ph-e}]^{-1} \cong B_1\omega_n(\omega_n/\omega_E)^3(\omega_T/\omega_e)^2$, где B_1 — некоторая константа. Что касается времени τ_{n-n-ph}, то оно обусловлено механизмом взаимодействия вида $\alpha^+_{nk}\alpha^+_{nk'}b_q$. Простая оценка в этом случае показывает, что по порядку величины $[\tau_{n-n-ph}]^{-1} = B_2\omega_n(\hbar\omega_n/\theta_D)^3$. Из сравнения этих времен следует, что схема релаксации, необходимой для реализации настоящей ситуации и символически изображенной как $\alpha^+_{nk}\alpha_{nk'}b_q\alpha^+_{ek''} \to \mu \neq 0$, $T_n \to T$ и $\alpha^+_{nk}\alpha^+_{nk'}b_q \to \mu \to 0$, может быть осуществлена, например, при выполнении условия $\omega_T \gg \omega_e$, где ω_e — частота ферромагнитного резонанса, а $\omega_T = 2A\omega_E IS/\hbar$.

Итак, учет включения адиабатического взаимодействия ЯСВ с термостатом приведет к тому, что химический потенциал μ начнет уменьшаться и (через очень большое, но конечное время) станет равным нулю. При этом изображенный на обеих частях рисунка излом начнет постепенно исчезать. В силу же специфики взаимодействия это время будет крайне велико (область фазового пространства фононов мала — порядка $(\hbar\omega_n/\theta_D)^3$ для данного вида взаимодействия), а его характерные значения соответствуют диапазону от месяцев до столетий. Заметим, кстати, что по времени исчезновения этого излома можно довольно точно определить и время прихода всех подсистем в термодинамическое равновесие.

В свою очередь для антиферромагнетиков ситуация несколько более сложная и, по-видимому, описанный выше эффект будет в них проявляться далеко не всегда. Действительно, благодаря большому ДСЧ в спектре ЯСВ, обусловленному обменным взаимодействием, эффект может проявлять себя лишь в таких антиферромагнетиках, у которых температура Нееля невелика и соответственно ДСЧ мал, что, как мы знаем, является необходимым условием для запрета трехчастичных процессов рассеяния, когда имеет смысл введение химического потенциала.

В заключение настоящего сообщения следует еще раз подчеркнуть, что предсказанный выше скачок теплоемкости, обусловленный наличием ядерной спиновой подсистемы, имеет место лишь при так называемых сверхнизких температурах (подробное изложение отдельных эффектов и результатов вычислений для температур $T \leqslant \hbar\omega_n$ можно найти, например, в обзоре [10]). Заметим, кстати, что важнейшим моментом здесь явился именно нестандартный спектр ЯСВ, характерный для ферромагнитного вещества, когда ДСЧ мал. Температуру, при которой имеет место скачок теплоемкости согласно (1), легко оценить. Если $N_a = N_0$, то при $AS = 0.03\,\mathrm{K}$ получаем $T_K \cong 0.071\,\mathrm{K}$.

Список литературы

[1] Е.А. Туров, М.П. Петров. Ядерный магнитный резонанс в ферро- и антиферромагнетиках. Наука, М. (1969). 260 с.
[2] P.G. de Gennes, P.A. Pincus, F. Hartman-Boutron, M. Winter. Phys. Rev. **129**, 1105 (1963).
[3] С.О. Гладков. ФТТ **20**, *7*, 1969 (1978).
[4] Н.И. Евтихиев, В.С. Лутовинов, М.А. Савченко, В.Л. Сафонов. Письма в ЖТФ **6**, *24*, 1527 (1980).
[5] С.О. Гладков. ФТТ **23**, *9*, 2686 (1981).
[6] С.О. Гладков, М.И. Каганов. ЖЭТФ **80**, *4*, 1577 (1981).
[7] В.Л. Соболев. ФММ **56**, *5*, 837 (1983).
[8] В.Л. Сафонов. ЖЭТФ **98**, *11*, 263 (1988).
[9] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Статистическая физика. Т. 5. Наука, М. (1976). 583 с.
[10] S.O. Gladkov. Phys. Rep. **182**, *4–5*, 211 (1989).