Оптические свойства легированных квазидвумерных систем

© Э.П. Синявский, С.М. Соковнич

Приднестровский государственный университет,
MD-3300 Тирасполь, Молдавия

(Поступила в Редакцию 22 октября 1999 г.)

С привлечением идеи многофононных оптических переходов объясняется широкий класс экспериментальных данных по люминесценции в легированных квазидвумерных системах. Для описания локализованных состояний в прямоугольных квантовых ямах используется модель потенциала нулевого радиуса. В частности, показано, что интенсивность люминесценции немонотонно зависит от положения легированных акцепторов, а полуширина пика люминесценции уменьшается при удалении примесей от центра размерно-ограниченной системы. Исследуются особенности люминесценции, возникающие в продольном магнитном поле.

В последние годы интенсивно изучаются процессы люминесценции, определяемые переходом электрона из низшей размерно-квантованной зоны проводимости на связанные состояния в размерно-ограниченных структурах (гетероструктуры, одиночные квантовые ямы, сверхрешетки). При зона-зонных переходах наблюдаются узкие линии фотолюминесценции (ФЛ) при низких температурах. В GaAs–Al$_x$Ga$_{1-x}$As при $T = 2$ K (толщина квантовой ямы $a = 20$ Å) полуширина Δ_0 ФЛ достигает 7 meV [1] и при $T = 4$ K ($a = 50$ K) $\Delta_0 \approx 2.7$ meV [2], а в In$_x$GaAs–GaAs при 5 K ($a = 37$ Å) $\Delta_0 \approx 1.4$ meV [3].

В легированных размерно-ограниченных системах возможны переходы электронов на акцепторные состояния с излучением электромагнитной волны. В области высоких температур в одиночных квантовых ямах (КЯ) GaAs–AlGaAs наблюдаются широкие линии ФЛ с $\Delta_0 \approx 70$ meV [1] при $T = 180$ K, которые с ростом температуры уширяются и уменьшаются по интенсивности. Аналогичное поведение линий ФЛ наблюдалось в КЯ Ga$_{0.47}$In$_{0.53}$As–Al$_{0.48}$In$_{0.52}$As [4] (акцептор Be расположен в центре КЯ, полуширина линий излучения $\Delta_0 \approx 96$ meV при $T = 110$ K). Такое поведение линий ФЛ связано, вероятно, с участием в оптических переходах многих колебательных квантов. Возможность многофононных оптических переходов электрона из зоны проводимости на акцепторные состояния в КЯ GaAs–Al$_x$Ga$_{1-x}$As ($a \cong 30$ Å, акцептор C) обсуждалось в [5]. Исследование люминесцентных свойств электронного газа высокой плотности в GaAs–Al$_{0.3}$Ga$_{0.7}$As (энергия Ферми $E_F = 37.5$ meV, $a = 200$ Å), связанных с акцепторными состояниями Si, проводилось в [6]. Показано, что с увеличением температуры ($T = 4.2 - 110$ K) пики ФЛ уменьшаются и уширяются. Детальные экспериментальные исследования излучательной рекомбинации двумерного электронного газа на акцептор в простых гетероструктурах GaAs–Al$_x$Ga$_{1-x}$As проводились в [7–10], в структурах с множественными ямами — в [11–15], в одиночных легированных КЯ InGaAs–GaAs — в [15]. Теоретические исследования ФЛ на акцепторные состояния в КЯ проводились в [16–18]. При расчетах предполагалось, что водородоподобные акцепторные примеси распределены в размерно-ограниченной системе равномерно. В настоящее время благодаря развитой технологии возможно детальное исследование оптических переходов на связанные состояния в зависимости положения примеси от поверхности размерно-квантовой системы. В [7] показано, что интенсивность ФЛ как функция от расстояния между поверхностью и δ-легированными акцепторами носит явно немонотонный характер. Полуширина линий излучения, связанная с переходом электронов из высших размерно-квантовых зон на акцепторные состояния, при приближении примеси к границе гетероструктуры уменьшается. В КЯ излучательная рекомбинация происходит наиболее активно, если акцепторы легированы в центре исследуемой квантовой системы [19]. В [20] оптические свойства с учетом примесных состояний исследовались в перспективных в настоящее время КЯ GaN–AlGaN. Такие квантовые системы представляют интерес в связи с возможностью создания оптических приборов активных в голубой и ультрафиолетовой областях спектра. В [20], в частности, показано, что полуширина примесной люминесценции, определяемая переходом электрона с донорного состояния в валентную зону $\Delta_0 \approx 44$ meV ($T = 10$ K, $a = 50$ Å), и интенсивность излучения уменьшаются с ростом температуры, и при $T = 200$ K люминесценция практически исчезает. Последнее обстоятельство указывает на активизацию процессов безызлучательных (многофононных) переходов при высоких температурах.

Влияние внешнего магнитного поля на оптические характеристики легированных КЯ в ряде случаев является принципиально важным. Это связано с тем, что при направлении напряженности магнитного поля перпендикулярно поверхности КЯ, спектр свободного электрона становится полностью квантованным. Следовательно, процессы поглощения и излучения электромагнитной волны определяются переходами носителей между связанными состояниями и дискретными состояниями квантовой системы. Экспериментальные исследования процессов люминесценции, определяемой переходом электронов на локализованные состояния, при помещении квантовой системы во внешнее магнитном поле показали, что с ростом напряженности магнитного поля максимум люминесценции сдвигается в область высоких частот (в простых гетероструктурах [21], в сверхрешетках [22,23]), а полуширина $\Delta_0 \approx 2.7$ meV [7] при низких температурах. В настоящей работе предлагается объяснение ряда экспериментальных данных по оптическим свойствам легированных размерно-ограниченных систем с привлечением идей многофононных оптических переходов.

1. Постановка задачи. Общие соотношения

Рассмотрим прямоугольную КЯ бесконечной высоты, легированную акцептором с энергией связи E_A, отсчитываемой от потолка валентной зоны трехмерного материала. Волновая функция и собственные значения энергии электрона в магнитном поле, напряженность $\mathbf{H}$ которого направлена вдоль оси пространственного квантования Oz, имеют вид

$$\Psi_\alpha(\mathbf{r}) = \left[L_x a R\sqrt{\pi}\, N!\, 2^{N-1}\right]^{-1/2} \sin\left(\frac{\pi\nu z}{a}\right)\exp(iK_x x)$$
$$\times \exp\left[-\frac{1}{2R^2}\left(y+R^2K_x\right)^2\right] H_N\left[\frac{y+R^2K_x}{R}\right],$$
$$E_\alpha = \hbar\omega_c(N+1/2)+\varepsilon_0\nu^2,$$
$$\varepsilon_0 = \frac{\pi^2\hbar^2}{2m_e a^2}, \qquad R^2 = \frac{\hbar}{m_c\omega_c}. \tag{1}$$

Здесь L_x — длина КЯ вдоль оси Ox, K_x — проекция волнового вектора электрона, $\alpha(N,\nu,K_x)$ — квантовые числа, определяющие состояние частицы, ω_c — циклотронная частота электрона, ε_0 — шаг пространственного квантования, a — толщина КЯ, m_e — эффективная масса электрона, $H_N(z)$ — полиномы Эрмита.

Нормированная волновая функция электрона, локализованного на акцепторе в модели потенциала нулевого радиуса [24], определяется соотношением

$$\Psi_A(\mathbf{r}) = A\sum_\alpha \frac{\Psi_\alpha(\mathbf{r})\Psi^*_\alpha(z_0)}{E_A+\hbar\omega_v(N+1/2)+\varepsilon\nu^2}, \quad \varepsilon = \frac{\pi^2\hbar^2}{2m_v a^2}, \tag{2}$$

m_v — эффективная масса дырки, ω_v — циклотронная частота дырки.

При записи (2) предполагалось, что примесь локализована в точке с координатами $\mathbf{r}_0(0,0,z_0)$. В дальнейшем рассмотрим глубокие акцепторные состояния $\hbar\omega_v/F_A < 1$. В этом случае

$$A^2 = \frac{2\pi\hbar^4K_0}{m_v^2}\,\frac{\operatorname{sh}(K_0a)}{\operatorname{sh}\left[(K_0a)\left(1-(z_0/a)\right)\right]\operatorname{sh}(K_0z_0)},$$
$$E_A + (\hbar\omega_4/2) \equiv \frac{\hbar^2K_0}{2m_v}.$$

Спектральная интенсивность излучения, определяемая переходом электрона из состояния (1) на акцепторный уровень, связана с вероятностью перехода в единицу времени [25] и имеет вид

$$\Phi(\Omega) = \frac{4\Omega^2 n_0}{Vc^3}\left|\frac{\mathbf{P}_{cv}\mathbf{e}_0}{m_0}\right| e^2\sum_{S,\alpha} n_\alpha\left|I_{S,\alpha}\right|^2\delta\Big\{\hbar\omega_c(N+1/2)$$
$$+\varepsilon_0\nu^2+E_g-E_A-\hbar\Omega\Big\}. \tag{3}$$

Здесь обозначено $\mathbf{P}_{cv}$ — матричный элемент оператора импульса на блоховских амплитудах, $\mathbf{e}_0$ — вектор поляризации излучаемой электромагнитной волны частоты Ω, V — объем КЯ, m_0 — масса свободного электрона, c — скорость света, E_g — ширина запрещенной зоны резмерно-ограниченной системы, n_0 — показатель преломления, n_α — функция распределения электронов. Для невырожденного электронного газа

$$n_\alpha = 4\pi\, aR^2\operatorname{sh}(\beta\hbar\omega_c/2)$$
$$\times\exp\Big\{-\beta\left[\hbar\omega_c\left(N+(1/2)\right)+\varepsilon_0\nu^2\right]\Big\}D^{-1},$$
$$D = \sum_{\nu=1}^{\infty}\exp\{-\beta\varepsilon_0\nu^2\}, \tag{4}$$

n_e — концентрация электронов.

Интеграл перекрывания волновых функций начального (1) и конечного (2) состояний легко вычисляется,

$$I_{S,\alpha} = \int\Psi^*_A(\mathbf{r})\Psi_\alpha(\mathbf{r}) = A\left[\frac{2}{L_xaR\sqrt{\pi}}\right]^{1/2}$$
$$\times\frac{\sin\left(\frac{\pi z_0}{a}\nu\right)\exp\left[-\frac{1}{2}(RK_x)^2\right]H_N(RK_x)}{\left[E_A+\hbar\omega_v\left(N+\frac{1}{2}\right)+\varepsilon\nu^2\right]}. \tag{5}$$

Как непосредственно следует из теории многофононных оптических переходов [26,27], для расчета спектральной интенсивности излучения с учетом колебаний в соотношении (3) необходимо сделать замену

$$\delta\Big\{\hbar\omega_c(N+1.2)+\varepsilon_0\nu^2+E_g-E_A-\hbar\Omega\Big\}\to\frac{1}{2\pi\hbar}$$
$$\times\int_{-\infty}^{\infty}dt\exp\left\{\frac{it}{\hbar}\Big[\hbar\omega_c\big(N+(1/2)\big)+E_g-E_A-\hbar\Omega\Big]-g(t)\right\}, \tag{6}$$

$$g(t) = \frac{it}{\hbar}\sum_{\mathbf{q}}\frac{|V_{qss}|^2}{\hbar\omega_q}+\sum_{\mathbf{q}}\frac{|V_{qss}|^2}{(\hbar\omega_q)^2}\Big[(2N_q+1)$$
$$+i\sin(\omega_qt)-(2N_q+1)\cos(\omega_qt)\Big],$$
$$V_{qss} = C_q\int|\Psi_A(\mathbf{r})|^2\exp(i\mathbf{qr})d\mathbf{r},$$
$$N_q = \left[\exp(\beta\hbar\omega_q-1)\right]^{-1}, \quad \beta = 1/(k_0T), \tag{7}$$

C_q — коэффициентная функция электрон-фононного взаимодействия, $\hbar\omega_q$ — энергия фонона с волновым вектором $\mathbf{q}$. Рассмотрим такие температуры, при которых

$4\varepsilon_0 \gg k_0T$, поэтому оптические переходы происходят из низшего размерно-квантованного уровня ($\nu = 1$). С учетом (4), (5) и (6) спектральная интенсивность излучения (3) принимает вид

$$\Phi(\Omega) = F(z_0)\Phi_0 \sum_N \left(\frac{\hbar\Omega}{E_A + \hbar\omega_\nu\big(N + (1/2)\big) + \varepsilon} \right)^2$$

$$\times \exp\Big[-\beta\hbar\omega_c\big(N + (1/2)\big)\Big] I(\Omega, N). \qquad (8)$$

Здесь $I(\Omega, N)$ — характеристическая функция, возникающая в теории оптических многофононных переходов

$$I(\Omega, N) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} dt \exp\bigg\{ \frac{it}{\hbar}\Big[\hbar\omega_c\big(N + (1/2)\big)$$

$$+ \varepsilon_0 + E_g - E_A - \hbar\Omega\Big] - g(t) \bigg\},$$

$$\Phi_0 = \frac{2^4\hbar\, n_0 e^2 n_A n_e}{c^3 a m_\nu^2} \left| \frac{\mathbf{P}_{cv}\mathbf{e}_0}{m_0} \right|^2 \operatorname{sh}(\beta\hbar\omega_c/2),$$

$$F(z_0) = \frac{\sin^2(\pi z_0/a)\operatorname{sh}(K_0 a) K_0 a}{\operatorname{sh}\big[(1 - z_0/a)K_0 a\big]\operatorname{sh}(K_0 z_0)}, \qquad (9)$$

n_A — концентрация акцепторов в КЯ.

В отсутствие магнитного поля расчеты приводят к следующему выражению для спектральной интенсивности излучения с учетом многих фононов:

$$\Phi^{(0)}(\Omega) = F(z_0)\Phi^{(0)} I(\Omega, 0),$$

$$\Phi^{(0)} = \frac{2 n_0 e^2 \hbar n_e n_A}{c^3 a m_\nu^2} \left| \frac{\mathbf{P}_{cv}\mathbf{e}_0}{m_0} \right|^2 \left(\frac{\hbar\Omega}{E_A} \right)^2. \qquad (10)$$

$I(\Omega, 0)$ определяется соотношением (9), в котором $\hbar\omega_c = 0$. При записи (10) предполагалось, что $E_A \gg k_0T$ и переходы электрона на связанные состояния происходят из нижайшего размерно-квантованного состояния зоны проводимости ($\nu = 1$).

2. Обсуждение результатов. Сравнение теории с экспериментом

Для случая взаимодействия локализованного электрона с оптическими колебаниями с энергией $\hbar\omega_0$ (ω_0 — предельная частота оптического фонона) (7) можно представить в виде

$$g_{\text{op}}(t) = it\omega_0 a_0 + z\cos(\omega_0 t + \varphi) + a_0(2N + 1),$$

$$a_0 = \sum_{\mathbf{q}} \frac{|V_{qss}|^2}{(\hbar\omega_0)^2}, \qquad z = 2a_0\sqrt{N(N+1)},$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{-i}{2N + 1}, \qquad (11)$$

N — функция распределения равновесных оптических фононов. Если воспользоваться соотношением [28]

$$\exp(z\cos\alpha) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n(z)\exp(i\,n\,\alpha),$$

($I_n(z)$ — модифицированная функция Бесселя), то спектральная интенсивность излучения (10) с учетом (11) принимает следующий вид:

$$\Phi^{(0)}(\Omega) = F(z_0)\Phi^{(0)} \frac{\hbar}{\omega_0} \sum_n I_n(z)\exp\big[-a_0(2N + 1)\big]$$

$$\times \exp(\beta\hbar\omega n/2)\delta(\Delta - n\hbar\omega_0),$$

$$\Delta = \varepsilon_0 + E_g - \hbar\omega_0 a_0 - E_A - \hbar\Omega \geqslant 0. \qquad (12)$$

Как непосредственно следует из (12), частотная зависимость $\Phi^{(0)}$ представляет собой набор δ-образных пиков (при $z < 1$), расстояние между которыми равно энергии предельного оптического фонона.

Если учесть взаимодействие электрона с акустическими фононами, то при квазиклассическом описании длинноволновых колебаний (соответствующие критерии подробно обсуждаются в [29]) $g(t)$ можно разложить в ряд по t и ограничиться квадратичными членами. В результате

$$g(t) = \frac{1}{2\hbar^2} \sum_{\mathbf{q}} |V_{qss}|^2 (2N_q + 1)t^2 \equiv Bt^2. \qquad (13)$$

Подстановка (13) в (10) приводит к следующему выражению для спектральной интенсивности излучения:

$$\Phi^{(0)}(\Omega) = F(z_0)\Phi^{(0)} \sqrt{\frac{\pi}{B}} \exp\left\{ \frac{(\varepsilon_0 + E_g - E_A - \hbar\Omega)^2}{4\hbar^2 B} \right\}, \qquad (14)$$

откуда видно, что частотная зависимость $\Phi^{(0)}(\Omega)$ описывается гауссовой кривой с полушириной

$$\Delta_0 = 4\hbar\sqrt{B\ln 2}. \qquad (15)$$

Следовательно, согласно (12) и (14), при $z \leqslant 1$ интенсивность излучения с учетом многих оптических и акустических фононов как функция частоты описывается набором гауссовых кривых с полушириной Δ_0. Расстояние между максимумами этих кривых равно предельной частоте оптического фонона $\hbar\omega_0$. Такие фононные сателлиты наблюдались ([20]) в КЯ GaN–AlGaN ($a = 25$ Å).

Для оценки полуширины Δ_0 используем для глубоких акцепторных состояний модель потенциала нулевого радиуса [24], широко используемую в настоящее время в физике твердого тела. Волновая функция связанного состояния в модели прямоугольной КЯ с бесконечными стенками определяется соотношением

$$\Psi_A(\mathbf{r}) = \frac{2}{a}\frac{1}{L_x L_y} C \sum_\nu \frac{\exp\big[i(\mathbf{K}_\perp\boldsymbol{\rho})\big]\sin(\pi z\nu/a)\sin(\pi z_0\nu/a)}{E_A + \frac{\hbar^2 K_\perp^2}{2m_\nu} + \varepsilon\nu^2},$$

$$K_\perp^2 = K_x^2 + K_y^2, \quad (\mathbf{K}_\perp\boldsymbol{\rho}) = K_x x + K_y y. \qquad (16)$$

При записи предполагалось, что примесь расположена в точке с координатами $\mathbf{r}(0, 0, z_0)$. Если в (16) провести суммирование по $K_\perp$, то

$$\Psi_A(\mathbf{r}) = \frac{2}{a}\frac{cm_v}{a\hbar^2}\sum_{\nu=1}^{\infty}\sin(\pi z\nu/a)\sin(\pi z_0\nu/a) \times K_0\left[\rho\sqrt{\frac{2m_v}{\hbar^2}(E_A+\varepsilon_0\nu^2)}\right].$$

С ростом ν аргумент функции Макдональда $K_0(z)$ увеличивается, поэтому для дальнейших качественных оценок ограничимся случаем $\nu = 1$. Последнее приближение вполне справедливо для узких КЯ, когда $E_A/\varepsilon_0 < 1$. В результате нормированная волновая функция принимает вид

$$\Psi_A(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2\pi^2\xi}{a^3}}\sin(\pi z/a)\,K_0\left[\frac{\pi\rho}{a}\,\xi\right],$$
$$\xi = \sqrt{1+E_A/\varepsilon_0}. \tag{17}$$

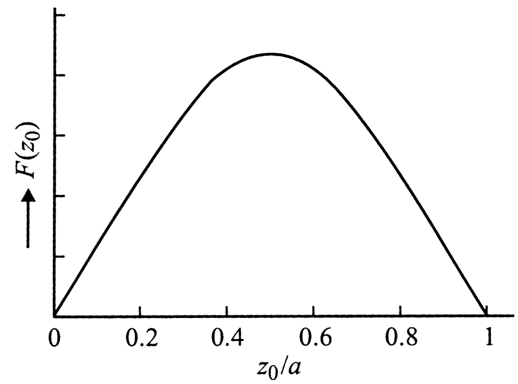
Волновая функция (17) представляет собой произведение волновой функции одномерного движения вдоль оси размерного квантования и волновой функции связанного состояния для потенциала примесных центров нулевого радиуса в двумерных системах [30]. Функция (17) близка к волновой функции для акцептора, используемой при оценке сечений рассеяния горячих электронов нейтральными акцепторами в структурах с КЯ [31]. Если рассматривать температуры, при которых $N_q \approx k_0T/(\hbar wq) > 1$ ($\hbar wq$ — энергия акустического фонона), то расчет B, согласно (13), проводится непосредственно. В результате

$$B \approx \frac{3\pi}{2}\frac{k_0TE_1^2}{\rho_0w^2\hbar^2a^3}\,\xi^2. \tag{18}$$

Здесь E_1 — константа деформационного потенциала для дырки, ρ_0 — плотность кристалла, w — скорость звука. Следовательно, полуширина линий излучения (15) определяется соотношением

$$\Delta_0 = 4\xi\sqrt{\frac{3\pi k_0TE_1^2}{\rho_0w^2a^3}}. \tag{19}$$

Для типичных КЯ GaAs–AlGaAs ($E_1 = 10$ eV, $\rho_0 = 5.4\,\mathrm{g/cm^3}$, $w = 3\cdot10^5$ cm/s) с $E_A = 60$ meV при $a = 20$ Å ($\varepsilon_0 \approx 200$ meV) $\Delta_0 \approx 5.3\sqrt{T}$. Следовательно, при $T = 180$ K $\Delta_0 \approx 70$ meV, что близко к экспериментальным данным работы [1]. С ростом температуры полуширина увеличивается и, следовательно, интенсивность излучения (14) уменьшается, что наблюдается в экспериментальных исследованиях [1,2,20]. Функция $F(z_0)$ определяет зависимость величины интенсивности излучения от положения δ-легированной в КЯ примеси. На рисунке приведена зависимость $F(z_0)$ от z_0/a (при $Ka = 1$). Вид $F(z_0)$ слабо меняется при изменении Ka в широких пределах (от 1 до 0.1). Как непосредственно следует из рисунка, максимальным примесное излучение будет в случае, когда акцептор находится в центре КЯ и уменьшается при приближении акцептора к границе размерно-ограниченной системы. Последнее обстоятельство связано с тем, что при удалении связанного состояния от центра КЯ перекрывание волновых функций зонного электрона и локализованного состояния уменьшается. Такое немонотонное поведение $\Phi^{(0)}(\Omega)$ от положения примеси наблюдалось экспериментально в простых гетероструктурах GaAs–Al$_x$Ga$_{1-x}$As, δ-легированных акцепторами [7]. Заметим, что при приближении примеси к поверхности КЯ E_A приближается к потолку валентной зоны и, следовательно, ξ становится меньше, что приводит к уменьшению Δ_0. Возможно, предложенным многофононным механизмом уширения линий люминесценции можно качественно понять такое поведение полуширины линий люминесценции от z_0, экспериментально наблюдаемое в [7].



Зависимость $F(z_0)$ от положения примеси в квантовой яме.

В присутствии продольного магнитного поля при квазиклассическом описании колебаний кристаллической решетки спектральная интенсивность излучения, согласно (8), определяется соотношением

$$\Phi(\Omega) = F(z_0)\Phi_0\sum_N\left(\frac{\hbar\Omega}{E_A+\hbar\omega_c(N+1/2)+\varepsilon_0}\right)^2 \times \exp\Big[-\beta\hbar\omega_c\big(N+(1/2)\big)\Big]\sqrt{\frac{\pi}{B}} \times \exp\left\{-\frac{\left[\hbar\omega_c(N+1/2)+\varepsilon_0+E_g-E_A-\hbar\Omega\right]}{4B\hbar^2}\right\}. \tag{20}$$

Следовательно, в рассмотренных выше приближениях линия люминесценции описывается гауссовой кривой с полушириной, определяемой соотношением (15). Максимум люминесценции с ростом магнитного поля сдвигается в коротковолновую область, что связано с квантованием в магнитном поле. Последнее обстоятельство наблюдается в различных квазидвумерных системах [21–23].

Список литературы

[1] M. Haefner, L. Lehmann, R. Mitdank, G. Oelgart, E. Schulze. Phys. Stat. Sol. (a) **122**, 683 (1990).
[2] M. Gurioli, A. Vinattieri, M. Colocci. Appl. Phys. Lett. **59**, 2150 (1991).
[3] А.С. Игнатьев, М.В. Карачевцева, В.Г. Макаров, Г.З. Немцев, В.А. Страхов, Н.Г. Яременко. ФТП **28**, 125 (1994).
[4] Y.H. Zhang, N.N. Ledentsov, K. Ploog. Phys. Rev. **B41**, 1339 (1991).
[5] J.A. Kash, E.E. Mendez, H. Morkoc. Appl. Phys. Lett. **46**. 173 (1985).
[6] D.W. Lui, X.M. Xu, Y.F. Chen. Phys. Rev. **B49**, 4640 (1994).
[7] I.V. Kukushkin, K. von Klitzing, K. Ploog, V.B. Timofeev. Phys. Rev. **B40**, 7788 (1989).
[8] А.Ф. Дите, К. фон Клитцинг, И.В. Кукушкин, Б.В. Тимофеев, А.И. Филин. Письма в ЖЭТФ **54**, 393 (1991).
[9] J.L. Bradshaw, W.J. Choyke, R.P. Devaty, R.L. Messham. Journal of Luminescence **47**, 249 (1991).
[10] О.В. Волков, И.В. Кукушкин, К. фон Клитцинг, К. Эберле. Письма в ЖЭТФ **68**, 223 (1998).
[11] R.G. Ulbrich, J.A. Kash, J.C. Tsang. Phys. Rev. Lett. **62**, 949 (1989).
[12] B.P. Zakharchenya, P.S. Kop'ev, D.N. Mirlin, D.G. Palakov, I.I. Reshina, V.F. Sapega, A.A. Sizenko. Solid State Commun. **69**, 203 (1989).
[13] B.J. Skromme, R. Bhat, M.A. Koza, S.A. Schwarz, T.S. Rovi, D.M. Hwang. Phys. Rev. Lett. **65**, 2050 (1990).
[14] П.С. Копьев, Д.Н. Мирлин, Д.Г. Поляков, И.И. Решина, В.Ф. Сапега, А.А. Сиренко. ФТТ **24**, 1200 (1990).
[15] L.V. Dao, M. Gal, G. Li, C. Jagadish. Appl. Phys. Lett. **71**, 1849 (1997).
[16] L.E. Oliveria, J. Lopez-Condor. Phys. Rev. **B41**, 3719 (1990).
[17] Rosana B. Santiago, J. d'Albuquerqua e Castro, Luiz E. Oliveira. Phys. Rev. **B48**, 4498 (1993).
[18] А.А. Афоненко, В.К. Кононенко, И.С. Манак, В.А. Шевцов. ФТП **31**, 1087 (1997).
[19] G.C. Rune, P.O. Holtz, M. Sudaram, J.L. Merz, A.C. Gossard. Phys. Rev. **B44**, 4010 (1991).
[20] K.C. Zeng, J.Y. Lin, H.X. Jiang, A. Salvador, G. Popovichi, H. Tang, W. Kim, H. Morkoc. Appl. Phys. Lett. **71**, 1368 (1997).
[21] A.S. Plant, I.V. Kukushkin, K. von Klitzing, K.P. Ploog. Phys. Rev. **B42**, 5744 (1990).
[22] B.J. Skromme, R. Bhat, M.A. Koza. Solid State Commun. **66**, 543 (1988).
[23] D. Gekhtman, J.A. Kash, E. Cohen, Arza Ron. Phys. Rev. **B54**, 2756 (1996).
[24] Ю.Н. Демков, В.Н. Островский. Метод потенциалов нулевого радиуса в атомной физике. Л. (1975).
[25] А.П. Леванюк, В.В. Осипов. УФН **133**, 427 (1981).
[26] Ю.Е. Перлин. УФН **80**, *4*, 553 (1963).
[27] В.А. Коварский. Многоквантовые переходы. Штиинца, Кишинев (1974). 228 с.
[28] И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Наука, М. (1971).
[29] Ю.Е. Перлин, Б.С. Цукерблат. Эффекты электронно-колебательного взаимодействия в оптических спектрах примесных парамагнитных ионов. Штиинца, Кишинев (1976).
[30] Э.П. Синявский. Изв. АН РМ. Сер. Физика и техника **1(7)**, 12 (1992).
[31] Д.Н. Мирлин, В.И. Перель, И.И. Решина. ФТП **32**, 866 (1998).