# К теории анизотропии магнитного момента мелких акцепторных центров в алмазоподобных полупроводниках

#### © А.В. Малышев

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, 194021 Санкт-Петербург, Россия

#### (Поступила в Редакцию 3 июня 1999 г.)

Для алмазоподобных полупроводников с большой величиной спин-орбитального взаимодействия, таких как Ge и GaAs, рассчитано расщепление спинового квартета подуровней основного состояния мелких акцепторных центров в магнитном поле. Показано, что величина анизотропии этого расщепления сильно зависит от энергии связи и очень чувствительна к малым изменениям зонных параметров Латтинжера. Эти сильные зависимости позволяют использовать расчеты величин *g*-факторов основного состояния для определения магнитных зонных констант Латтинжера  $\kappa$  и *q*. В работе предложен новый метод определения этих параметров и рассчитаны их величины для Ge и GaAs.

Изучению электронных состояний мелких акцепторных центров в кубических полупроводниках посвящено большое количество экспериментальных и теоретических работ. В экспериментах по инфракрасному поглощению [1-7], фотопроводимости [8-10] и прочим методам [11-14] были получены спектры с высоким разрешением. Эти результаты были интерпретированы качественно на основе применения теории групп [15] и количественно на основе вариационных [16] и численных [17-19] расчетов состояний акцепторных центров в магнитном поле. В рамках этих методов было получено хорошее согласие теоретически рассчитанных д-факторов с экспериментальными данными для возбужденных состояний. Для основного состояния акцептора как экспериментальные, так и теоретические результаты, полученные различными методами, заметно отличаются, что делает вопрос о g-факторе основного состояния акцепторного центра актуальным. В этой работе приводятся результаты теоретического расчета магнитного момента основного состояния мелких акцепторов для алмазоподобных полупроводников с большой величиной спин-орбитального взаимодействия, анализируется анизотропия магнитного расщепления спинового квартета уровней основного состояния, обсуждается возможность использования расчетов g-фактора основного состояния для определения зонных параметров материала и предлагается новый метод определения магнитных параметров Латтинжера к и *q*.

Как хорошо известно, во внешнем магнитном поле локализованные состояния носителей заряда, вырожденные по проекции углового момента, расщепляются (эффект Зеемана). В кубических полупроводниках с большой величиной спин-орбитального взаимодействия (таких, например, как Ge и GaAs) основное состояние дырки, локализованной на мелком акцепторном центре, четырехкратно вырождено по проекции полного углового момента ( $F_z = \pm 3/2, \pm 1/2$ ) [20]. Как было показано [21,22], для квартета уровней с симметрией  $\Gamma_8$  спиновый гамильтониан, описывающий линейный эффект Зеемана, в общем случае имеет следующий вид:

$$\hat{H}' = -\mu_B \Big[ g_1 (F_x H_x + F_y H_y + F_z H_z) \\ + g_2 (F_x^3 H_x + F_y^3 H_y + F_z^3 H_z) \Big].$$
(1)

Здесь  $\mu_B = e\hbar/(2mc)$  — магнетон Бора, а  $F_{\alpha}(\alpha = x, y, z)$  — проекции полного углового момента локализованной дырки на кристаллографические оси <sup>1</sup>

В отличие от простейшего случая спинового дублета, в котором эффект Зеемана изотропен и описывается одним параметром (*g*-фактором), магнитное расщепление квартета уровней в общем случае зависит от направления магнитного поля и определяется двумя параметрами ( $g_1$  и  $g_2$ ).

Для расчета этих параметров, описывающих взаимодействие локализованной на акцепторе дырки с магнитным полем, необходимо знать волновую функцию дырки. Вплоть до недавнего времени расчеты волновых функций дырки на акцепторе выполнялись либо на основе вариационных процедур [16,23–25], в рамках которых вид волновой функции угадывается и оценка точности затруднена, либо численными методами (см., например, [19]). В перечисленных работах использовались упрощенные модели, не учитывающие либо гофрировки валентной зоны, либо поправок центральной ячейки к потенциалу акцептора. Как будет показано в данной работе, эти факторы существенно влияют на величину и анизотропию магнитного момента примесного центра (параметры  $g_1$  и  $g_2$ ).

В работе [26] был предложен новый метод расчета волновой функции основного состояния сферического кулоновского акцептора, основанный на решении системы интегральных уравнений в импульсном представлении. Впоследствии этот метод был обобщен для случая, в котором учтена кубическая симметрия кристаллической решетки [27], а также отличие потенциала притяжения дырки от кулоновского (химический сдвиг) [28,29], что

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> В литературе часто используют электронные обозначения для нумерации подуровней дырки, при этом знак минус в правой части равенства (1) не пишется.

позволило описать акцепторы с разной энергией связи с высокой степенью точности. В рамках этого метода зависимость волновой функции  $\Psi(\mathbf{k})$  от направления волнового вектора  $\mathbf{k}$  получается аналитически (с точностью 2%), и волновая функция записывается в компактном и удобном для дальнейших применений виде. Найденные таким образом волновые функции будут использованы в настоящей работе для расчета магнитного расщепления основного состояния акцептора (величин  $g_1$  и  $g_2$ ). Расчет будет проведен по теории возмущений в первом порядке по магнитному полю.

## Оператор магнитного момента акцептора

Состояние свободной дырки в четырехкратно вырожденной валентной зоне  $\Gamma_8$  в присутствии внешнего постоянного магнитного поля описывается гамильтонианом Латтинжера [30]

$$\begin{aligned} \hat{H}_{L}(\mathbf{H}) &= \frac{1}{m} \Biggl\{ (\gamma_{1} + \frac{5}{2}\gamma_{2}) \frac{\hat{p}^{2}}{2} - \gamma_{2} (\hat{p}_{x}^{2} \hat{f}_{x}^{2} + \hat{p}_{y}^{2} \hat{f}_{y}^{2} + \hat{p}_{z}^{2} \hat{f}_{z}^{2}) \\ &- 2\gamma_{3} \bigl\{ \{\hat{p}_{x}, \hat{p}_{y}\} \{\hat{J}_{x} \hat{f}_{y}\} + \{\hat{p}_{y}, \hat{p}_{z}\} \{\hat{J}_{y}, \hat{J}_{z}\} \\ &+ \{\hat{p}_{z}, \hat{p}_{x}\} \{\hat{J}_{z}, \hat{f}_{x}\} \bigr) - \kappa \frac{|e|\hbar}{c} \mathbf{\hat{J}H} \\ &- q \frac{|e|\hbar}{c} (\hat{f}_{x}^{3} H_{x} + \hat{f}_{y}^{3} H_{y} + \hat{f}_{z}^{3} H_{z}) \Biggr\}. \end{aligned}$$
(2)

Здесь  $\hat{\mathbf{p}} = \hbar \mathbf{k} - (|e|/c)\mathbf{A}$  — кинетический импульс дырки,  $\mathbf{A} = (1/2)[\mathbf{H} \times \mathbf{r}]$  — векторный потенциал магнитного поля  $\mathbf{H}$ ,  $\hat{J}_{\alpha}$  ( $\alpha = x, y, z$ ) — матричные операторы проекции спина свободной дырки в валентной зоне, а  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$ ,  $\kappa$  и q — зонные параметры Латтинжера.

Гамильтониан дырки, связанной на акцепторе, кроме оператора кинетической энергии (2) содержит оператор потенциальной энергии, который не зависит от магнитного поля. Потенциал притяжения акцепторного центра может быть представлен в виде суперпозиции дальнодействующего кулоновского потенциала и короткодействующего потенциала центральной ячейки, учет которого позволяет рассматривать акцепторы с различной энергией связи [28,29].

Таким образом, взаимодействие локализованной на акцепторе дырки с магнитным полем описывается оператором (2) и в общем случае зависит от типа примеси (энергия связи акцептора). Выделяя в выражении (2) линейное по магнитному полю возмущение, можно получить оператор "собственного" магнитного момента акцепторного центра, которым он обладает в отсутствие поля. В случае, когда магнитное поле направлено вдоль оси z, оператор возмущения имеет следующий вид:

$$\hat{H}' = -\hat{M}_z H_z,\tag{3}$$

где  $\hat{M}_z$  — оператор *z*-проекции "собственного" магнитного момента акцепторного центра

$$\begin{split} \hat{M}_{z} &= \mu_{B} \bigg[ \bigg( \gamma_{1} + \frac{5}{2} \gamma_{2} \bigg) \hat{L}_{z} - 2 \gamma_{2} \hat{N}_{2z} \\ &- 2 \gamma_{3} \hat{N}_{3z} + 2 \kappa \hat{J}_{z} + 2 q \hat{J}_{z}^{3} \bigg], \\ \hat{L}_{z} &= [\hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{k}}]_{z} = \hat{x} \hat{k}_{y} - \hat{y} \hat{k}_{x}, \quad \hat{N}_{2z} = \hat{x} \hat{k}_{y} \hat{J}_{y}^{2} - \hat{y} \hat{k}_{x} \hat{J}_{x}^{2}, \\ \hat{N}_{3z} &= (\{\hat{x}, \hat{k}_{x}\} - \{\hat{y}, \hat{k}_{y}\}) \{\hat{J}_{x}, \hat{J}_{y}\} \\ &+ \{\hat{x}, \hat{k}_{z}\} \{\hat{J}_{y}, \hat{J}_{z}\} - \{\hat{y}, \hat{k}_{z}\} \{\hat{J}_{z}, \hat{J}_{x}\}, \end{split}$$
(4)

где  $\hat{x}, \hat{y}$  и  $\hat{k}_{\alpha} = -i\nabla_{\alpha}$  ( $\alpha = x, y, z$ ) — компоненты операторов радиус-вектора и волнового вектора дырки.

## 2. Методы расчета

Сравнивая выражения матричных элементов операторов (1) и (3) для состояний акцептора с *z*-проекциями полного углового момента  $F_z = \pm 3/2$  и  $F_z = \pm 1/2$ , получим систему двух линейных уравнений для параметров  $g_1$  и  $g_2$ 

$$\left( \gamma_{1} + \frac{5}{2} \gamma_{2} \right) \left\langle \frac{3}{2} \left| \hat{L}_{z} \right| \frac{3}{2} \right\rangle - 2 \gamma_{2} \left\langle \frac{3}{2} \left| \hat{N}_{2z} \frac{3}{2} \right| \right\rangle$$

$$- 2 \gamma_{3} \left\langle \frac{3}{2} \left| \hat{N}_{3z} \right| \frac{3}{2} \right\rangle + 2 \kappa \left\langle \frac{3}{2} \right| \hat{J}_{z} \left| \frac{3}{2} \right\rangle$$

$$+ 2 q \left\langle \frac{3}{2} \right| \hat{J}_{z}^{3} \left| \frac{3}{2} \right\rangle = g_{1} \frac{3}{2} + g_{2} \left( \frac{3}{2} \right)^{3},$$

$$\left( \gamma_{1} + \frac{5}{2} \gamma_{2} \right) \left\langle \frac{1}{2} \left| \hat{L}_{z} \right| \frac{1}{2} \right\rangle - 2 \gamma_{2} \left\langle \frac{1}{2} \right| \hat{N}_{2z} \left| \frac{1}{2} \right\rangle$$

$$- 2 \gamma_{3} \left\langle \frac{1}{2} \right| \hat{N}_{3z} \left| \frac{1}{2} \right\rangle + 2 \kappa \left\langle \frac{1}{2} \right| \hat{J}_{z} \left| \frac{1}{2} \right\rangle$$

$$+ 2 q \left\langle \frac{1}{2} \right| \hat{J}_{z}^{3} \left| \frac{1}{2} \right\rangle = g_{1} \frac{1}{2} + g_{2} \left( \frac{1}{2} \right)^{3}.$$

$$(5)$$

Угловыми скобками здесь обозначено интегрирование по всему **k**-пространству. Зная волновые функции  $\Psi_{F_z}(\mathbf{k})$ , можно рассчитать матричные элементы в левой части равенств, тогда при известных параметрах Латтинжера система (5) является неоднородной системой двух линейных уравнений относительно  $g_1$  и  $g_2$ . Угловая зависимость используемых для расчетов волновых функций  $\Psi_{F_z}(\mathbf{k})$ , была найдена в работах [28,29] в очень компактном аналитическом виде. Это позволило произвести интегрирование матричных элементов по углам аналитически и свести исходные трехмерные интегралы к одномерным, что существенно упростило дальнейшие расчеты и выражения для параметров  $g_1$  и  $g_2$ 

$$g_{1} = \left(\gamma_{1} + \frac{5}{2}\gamma_{2}\right)\bar{L}_{1} - 2\gamma_{3}\bar{N}_{1} + 2\kappa\bar{J}_{1} + 2q\bar{J}_{1}^{3},$$
$$g_{2} = \left(\gamma_{1} + \frac{5}{2}\gamma_{2}\right)\bar{L}_{2} - 2\gamma_{3}\bar{N}_{2} + 2\kappa\bar{J}_{2} + 2q\bar{J}_{2}^{3}.$$
 (6)

Здесь

$$\bar{L}_{1} = \left\langle \frac{(13 - 7\Delta)\Delta g_{20}(k)^{2}}{30} + \frac{\Delta(13 + 28\Delta)g_{20}(k)g_{24}(k)}{30\sqrt{21}} + \frac{(1976 - 749\Delta)\Delta g_{24}(k)^{2}}{4290} \right\rangle,$$

$$\begin{split} \bar{N}_{1} &= \left\langle \frac{(37 + 17\Delta)g_{20}(k)^{2}}{120} + \frac{(1781 - 1169\Delta)g_{14}(k)g_{24}(k)}{2860} \right. \\ &+ \frac{(59 + 64\Delta)g_{20}(k)g_{24}(k)}{40\sqrt{21}} + \frac{(6884 + 4159\Delta)g_{24}(k)^{2}}{17160} \\ &- \frac{(13 + 28\Delta)(7g_{14}(k)g_{20}(k) - 3g_{10}(k)g_{24}(k))}{120\sqrt{21}} \\ &- \frac{(-13 + 7\Delta)(-3g_{10}(k)g_{20}(k) + \\ &+ \frac{kg_{20}(k)g_{10}'(k) - kg_{10}(k)g_{20}'(k))}{60} \\ &- \frac{k(13 + 28\Delta)(g_{20}(k)g_{14}'(k) - g_{14}(k)g_{20}'(k))}{120\sqrt{21}} \\ &- \frac{k(13 + 28\Delta)(g_{24}(k)g_{10}'(k) - g_{10}(k)g_{24}'(k))}{120\sqrt{21}} \\ &+ \frac{k(-1976 + 749\Delta)(g_{24}(k)g_{14}'(k) - g_{14}(k)g_{24}'(k))}{\lambda} \end{split}$$

$$\bar{J}_{1} = \left\langle \frac{g_{10}(k)^{2} + g_{14}(k)^{2}}{4} + \frac{(-7 + 10\Delta^{2})g_{20}(k)^{2}}{60} \right\rangle$$

1...

$$-\frac{(21+20\Delta^2)g_{20}(k)g_{24}(k)}{30\sqrt{21}} + \frac{(-1379+1070\Delta^2)g_{24}(k)^2}{8580} \rangle,$$
$$J_1^3 = \left\langle \frac{91(-1+\Delta^2)g_{20}(k)^2}{240} - \frac{13\sqrt{\frac{7}{3}}(3+2\Delta^2)g_{20}(k)g_{24}(k)}{120} + \frac{7(-197+107\Delta^2)g_{24}(k)^2}{2640} \rangle,$$

Физика твердого тела, 2000, том 42, вып. 1

$$\begin{split} \bar{L}_2 &= \left\langle \frac{2(-1+\Delta)\Delta g_{20}(k)^2}{15} - \frac{2\Delta(1+4\Delta)g_{20}(k)g_{24}(k)}{15\sqrt{21}} \right. \\ &+ \frac{2\Delta(-152+107\Delta)g_{24}(k)^2}{2145} \right\rangle, \\ \bar{N}_2 &= \left\langle \frac{(\Delta-1)(6g_{10}(k)g_{20}(k)+g_{20}(k)^2)}{30} \right. \\ &+ \frac{(-137+167\Delta)g_{14}(k)g_{24}(k)}{715} - \frac{(7+8\Delta)g_{20}(k)g_{24}(k)}{10\sqrt{21}} - \frac{(332+73\Delta)g_{24}(k)^2}{4290} \right. \\ &- \frac{(1+4\Delta)(-7g_{14}(k)g_{20}(k)+3g_{10}(k)g_{24}(k))}{30\sqrt{21}} \\ &- \frac{k(-1+\Delta)(g_{20}(k)g_{10}'(k)-g_{10}(k)g_{20}'(k))}{15} \\ &- \frac{k(1+4\Delta)(g_{10}(k)g_{24}'(k)-g_{24}(k)g_{10}'(k))}{30\sqrt{21}} \\ &- \frac{k(-152+107\Delta)(g_{24}(k)g_{14}'(k)-g_{14}(k)g_{24}'(k))}{2145} \right\rangle, \\ \bar{J}_2^3 &= \left\langle \frac{g_{10}(k)^2+g_{14}(k)^2}{4} - \frac{(-13+10\Delta^2)g_{20}(k)^2}{60} \right. \\ &+ \frac{(39+20\Delta^2)g_{20}(k)g_{24}(k)}{30\sqrt{21}} \\ &- \frac{(-2561+1070\Delta^2)g_{24}(k)^2}{8580} \right\rangle, \end{split}$$

$$\bar{J}_{2} = \left\langle \frac{(1 - \Delta^{2})g_{20}(k)^{2}}{15} + \frac{2(3 + 2\Delta^{2})g_{20}(k)g_{24}(k)}{15\sqrt{21}} - \frac{(-197 + 107\Delta^{2})g_{24}(k)^{2}}{2145} \right\rangle,$$
(7)

где  $\Delta = \gamma_3 / \gamma_2$ , а угловыми скобками обозначено интегрирование по модулю волнового вектора:  $\langle f(k) \rangle = f_0^{\infty} f(k) k^2 dk$ . Функции  $g_{10}(k), g_{14}(k), g_{20}(k)$  и  $g_{24}(k)$  определяют зависимость волновой функции основного состояния акцептора  $\Psi_{F_2}(\mathbf{k})$  от модуля волнового вектора. В общем случае эти функции рассчитываются численно методом, описанным в работах [28,29]. Штрихом у функций  $g_{ii}(k)$  обозначено дифференцирование по модулю волнового вектора.



Зависимость величин g-факторов основного состояния акцептора  $(g_1 \, {\rm u} \, g_2)$  от энергии связи для Ge и GaAs.

В случае, когда известны экспериментальные значения величин  $g_1$  и  $g_2$  для одного или нескольких разных акцепторных центров (отличающихся энергией связи основного состояния), выражения (6) превращаются в уравнения на зонные параметры, что позволяет решать обратную задачу, т.е. определить зонные параметры по известным величинам *g*-факторов. Для каждого типа примеси (энергии связи) можно рассчитать волновые функции и матричные элементы (7), входящие в систему (6), которая является при этом системой двух линейных уравнений на магнитные параметры  $\kappa$  и *q*. Таким образом, знание величин  $g_1$  и  $g_2$  для одного акцептора позволяет рассчитать магнитные зонные константы.

Если известны *g*-факторы для нескольких разных центров, то магнитные параметры Латтинжера можно получить, минимизируя среднеквадратичное отклонение теоретических величин от экспериментальных как функцию зонных параметров. Такой подход был использован, например, в работе [19] для получения полного набора параметров Латтинжера для GaAs на основе сравнения расчетов расщепления магнитных подуровней основного и первых возбужденных состояний акцептора с экспериментальными данными из работы [3] в широком диапазоне магнитных полей. Однако в [19] не были учтены поправки центральной ячейки к примесному потенциалу и вклад кубического по спину дырки оператора  $2\mu_B q J_{lpha}^3$ в магнитный момент акцептора, а магнитная константа к не считалась независимым параметром и вычислялась по приближенной формуле. Как будет показано далее, это могло привести к изменению величины g-факторов основного состояния в несколько раз.

В настоящей работе для расчетов будут использованы экспериментальные значения  $\gamma$ -параметров, которые определяют эффективные массы дырок в валентных подзонах. Эти параметры известны из экспериментов по циклотронному резонансу с высокой степенью точности (см., например, [31]). Для магнитных констант  $\kappa$  и q существует несколько разных наборов [19,32], которые заметно отличаются друг от друга. Как будет показано далее, небольшие изменения этих параметров могут привести к изменению величин  $g_1$  и  $g_2$  в несколько раз. Поэтому магнитные константы  $\kappa$  и q будут определены в данной работе из сравнения рассчитанных величин g-факторов с экспериментальными.

### 3. Результаты расчетов

Найденные в работах [28,29] волновые функции основного состояния различных акцепторных центров были использованы для получения зависимости величин  $g_1$  и g2 от энергии связи акцептора для разных полупроводников. Результаты таких расчетов для Ge и GaAs приведены на рисунке сплошными линиями. Треугольниками даны экспериментальные значения величин g-факторов: для Ge:B [5], Ge:Ga [5] и GaAs:C [3], GaAs:Be [4]. Штриховыми линиями показаны результаты расчетов, полученные в модели потенциала нулевого радиуса, в рамках которой волновые функции можно получить в аналитическом виде [33]. При расчетах использовались следующие наборы зонных параметров:  $\gamma_1 = 13.38$ ,  $\gamma_2 = 4.24, \ \gamma_3 = 5.69 \ [31,32], \ \kappa = 3.134$  и q = 0.0861для Ge и  $\gamma_1 = 6.85, \, \gamma_2 = 2.1, \, \gamma_3 = 2.9 \, [32,34], \, \kappa = 1.30$ и q = 0.017 [35] для GaAs. Значения параметра  $\kappa$  для Ge и GaAs и параметра q для Ge были определены из сравнения с экспериментальными данными работ [4,5] по методу, описанному в разд. 2.

Из рисунка видна сильная зависимость величин  $g_1$  и  $g_2$  от энергии связи, т. е. от типа примеси (химического сдвига). Расчеты показывают, что зависимость параметра  $g_1$  от энергии связи  $E_A$  определяется в основном матричным элементом  $\bar{N}_1$ , величина которого отрицательна и монотонно уменьшается с увеличением  $E_A$ . Для Ge параметр  $g_1$  положителен в области малых энергий

Акцепторный центр	$E_A ({ m meV})$	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_3$	$\kappa$	q	$g_1$	<i>g</i> <sub>2</sub>
GaAS: Be	28	6.85	2.1	2.9	1.30	0.017	-0.31	-0.08
GaAs:Be	28	6.65	1.95	2.63	1.1	0.017	-0.22	-0.085
GaAs:Be [4]	28						-0.30	-0.07
GaAs:C [3]	27						-0.30(8)	-0.09(5)
Ge:B	10.82	13.38	4.24	5.69	3.134(4)	0.086(3)	0.158	-0.093
Ge:B [5]	10.82						0.164(1)	-0.091(1)
Ge:Ga	11.32	13.38	4.24	5.69	3.134(4)	0.086(3)	0.137	-0.083
Ge:Ga [5]	11.32						0.132(2)	-0.084(2)
Ge:Ga [11]	11.32						-0.16(8)	0.08(4)
$\operatorname{Ge}:\operatorname{Zn}^{(-)}$	87	13.38	4.24	5.69	3.134(4)	0.086(3)	-0.079	0.023
Ge: $Zn^{(-)}$ [6]	87						-0.53(1)	-0.002(7)

Таблица 1. Сравнение величин g<sub>1</sub> и g<sub>2</sub>, рассчитанных в данной работе, с существующими экспериментальными данными \*

\* Знаки параметров  $g_1$  и  $g_2$  из работ [3–6] изменены на обратные, что соответствует переходу от используемых в этих работах электронных обозначений для подуровней акцептора к дырочным.

Магнитные зонные параметры  $\kappa$  и q рассчитаны по методу, описанному в разд. 2.

 $E_A \leq 0.9E_B$  (здесь и далее  $E_B$  — боровская энергия тяжелой дырки; для GaAs  $E_B = 51.3$  meV, а для Ge  $E_B = 18.25$  meV) и также монотонно уменьшается с ростом энергии связи. При  $E_A \approx 0.9E_B$  величина  $g_1$ обращается в нуль. В случае GaAs качественное поведение параметра  $g_1$  такое же, однако в отличие от Ge смена знака происходит в области очень маленьких энергий связи, где нет реальных примесных центров. Энергия связи при этом заметно меньше кулоновской, что соответствует отталкивающему потенциалу центральной ячейки (отрицательной величине химического сдвига).

Поведение параметра  $g_2$  при меняющейся энергии связи в основном определяется матричным элементом  $\bar{L}_2$ , который положителен и монотонно растет с  $E_A$ . Как для Ge, так и для GaAs величина  $g_2$  отрицательна в области малых энергий связи  $E_A \leq E_B$  и монотонно возрастает с увеличением энергии. При  $E_A \approx E_B$  параметр  $g_2$  проходит через нуль и меняет знак. Таким образом, анизотропия магнитного расщепления основного состояния акцептора, определяемая параметром  $g_2$ , качественно изменяется с ростом энергии связи: при  $E_A \approx E_B$  величина  $g_2$  обращается в нуль, магнитный момент основного состояния акцептора становится изотропным и расщепление не зависит от направления магнитного поля.

В общем случае ( $g_1 \neq 0, g_2 \neq 0$ ) расщепления магнитных подуровней акцепторного центра при направлении магнитного поля **H** по оси [001] даются выражениями

$$\Delta E_{\pm 3/2}^{[001]} = \mp \mu_B \frac{3}{2} H \left( g_1 + \frac{9}{4} g_2 \right),$$
$$\Delta E_{\pm 1/2}^{[001]} = \mp \mu_B \frac{1}{2} H \left( g_1 + \frac{1}{4} g_2 \right),$$

а при направлении поля Н по оси [111]

$$\Delta E_{\pm 3/2}^{[111]} = \mp \mu_B \frac{3}{2} H \sqrt{\frac{2}{3} \left(g_1 + \frac{9}{4}g_2\right)^2 + \frac{1}{3} \left(g_1 + \frac{5}{4}g_2\right)^2},$$
$$\Delta E_{\pm 1/2}^{[111]} = \mp \mu_B \frac{1}{2} H \left(g_1 + \frac{13}{4}g_2\right). \tag{9}$$

В случае когда параметр  $g_1$  обращается в нуль (при  $E_A \approx 0.9E_B$  для Ge), расщепление целиком определяется параметром  $g_2$ . При этом для направления [001] расщепление состояний с  $F_z = \pm 3/2$  в 27 раз превосходит расщепление состояний с  $F_z = \pm 1/2$ , анизотропия магнитного момента состояний с  $F_z = \pm 3/2$  мала  $(\Delta E_{111}^{(3/2)}/\Delta E_{001}^{(3/2)} = \sqrt{187/243} \approx 0.88)$ , а магнитный момент состояний с  $F_z = \pm 1/2$  резко анизотропен  $(\Delta E_{111}^{(1/2)}/\Delta E_{001}^{(1/2)} = 13)$ .

Для глубоких примесных центров, энергия связи которых превосходит боровскую энергию тяжелой дырки  $(E_A > E_B)$ , величины  $g_1$  и  $g_2$  имеют разные знаки и анизотропия расщепления магнитных подуровней  $F_z = \pm 3/2$  больше, чем для состояний с  $F_z = \pm 1/2$ .

Некоторые описанные выше качественные особенности поведения магнитного момента акцепторных центров наблюдаются в экспериментах. Так, например, смена знака параметра  $g_1$  при увеличении энергии связи наблюдалась для акцепторов в Ge. В табл. 1 приведены экспериментальные и теоретические значения *g*-факторов различных акцепторных центров в Ge. Из таблицы видно, что для мелких примесных центров (В и Ga [5]) параметр  $g_1$  положителен, в то время как для более глубокого акцептора Zn<sup>(-)</sup> [6] этот параметр отрицателен. Табл. 1 демонстрирует хорошее количественное согласие теоретических результатов с экспериментальными данными для мелких примесных центров.

Изотропное магнитное расщепление основного состояния экспериментально наблюдалось в Ge, легированном Zn, который является двухзарядным акцептором в этом

Акцепторный центр	$E_A ({ m meV})$	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_3$	$\kappa$	q	$g_1$	<i>g</i> <sub>2</sub>
GaAs:C GaAs:A <sub>Coul</sub> GaAs:A <sub>Coul</sub> GaAs:A <sub>Coul</sub> [19]	27 25.70 25.70 25.59	6.65 6.65 6.65 6.65	1.95 1.95 1.95 1.95	2.63 2.63 2.63 2.63	1.1 1.1 1.1 1.1	0.017 0.017 0 0	-0.214 -0.202 -0.210 -0.208	-0.089 -0.095 -0.118 -0.115
$\begin{array}{l} Ge:Ga\\ Ge:A_{Coul}\\ Ge:A_{Coul}\\ Ge:A_{Coul}\end{array} \end{array}$	11.32 10.35 10.35	13.35 13.35 13.35 13.35	4.24 4.24 4.24 4.24	5.69 5.69 5.69 5.69	3.41 3.41 3.41 3.41	0.07 0.07 0 0	0.595 0.639 0.595 0.590	-0.131 -0.151 -0.236 -0.226

**Таблица 2.** Сравнение величин  $g_1$  и  $g_2$ , рассчитанных в данной работе для разных наборов зонных параметров Латтинжера, с теоретическими данными работы [19] \*

\* Знаки параметров  $g_1$  и  $g_2$  из работы [19] изменены на обратные, что соответствует переходу от используемых в этой работе электронных обозначений для подуровней акцептора к дырочным.

материале. В работе [6] для основного состояния однозарядного центра Zn<sup>(-)</sup> экспериментально была получена очень маленькая величина  $g_2$  (см. табл. 1). Теоретические результаты, представленные в табл. 1 для  $Ge: Zn^{(-)}$ , согласуются с экспериментальными лишь качественно: как и в эксперименте, абсолютное значение величины  $g_2$  мало, а величина  $g_1$  для глубокого центра  $Zn^{(-)}$ имеет обратный знак по сравнению со случаем мелких центров. Плохое количественное согласие с данными эксперимента, возможно, обусловлено тем, что Zn<sup>(-)</sup> является достаточно глубоким акцептором в Ge: энергия связи его основного состояния ( $E_A = 87 \text{ meV} [32]$ ) более чем в 4 раза превосходит боровскую энергию тяжелой дырки Е<sub>В</sub>. При такой большой энергии связи вклад спин-отщепленной валентной зоны в волновую функцию центра и магнитный момент не мал. Этот вклад необходимо учитывать для количественного описания экспериментальных результатов для глубоких акцепторов, что выходит за рамки рассматриваемой здесь модели.

В работах [36-38] был рассчитан g-фактор акцепторного центра в сферическом приближении. Результаты этих работ получаются из представленных здесь результатов в соответствующем пределе ( $\gamma_3 = \gamma_2 = \gamma$ ). В работе [37,38] было показано, что в сферическом приближении g-фактор основного состояния слабо зависит от энергии связи и хорошо описывается как в модели потенциала нулевого радиуса, так и в другой широко используемой предельной модели кулоновского центра, в рамках которой поправками центральной ячейки полностью пренебрегают. Из рисунка видно, что в отличие от случая сферического акцептора [37,38] предельная модель потенциала нулевого радиуса (штриховые линии) плохо согласуется с экспериментальными данными и результатами более точных расчетов (сплошные линии). Эта модель дает лишь асимптотические значения величин  $g_1$  и  $g_2$  при большой энергии связи ( $E_A \gg E_B$ ). В рамках сферического приближения модель потенциала нулевого радиуса [36,37] хорошо описывает расщепление подуровней  $F_z = \pm 3/2$  в магнитном поле, направленном вдоль оси [001]  $(g_F \approx g_{3/2}^{[001]} = g_1 + 9/4g_2).$ 

Следует обратить внимание на одно важное обстоятельство, связанное с расчетами магнитного момента акцептора с учетом кубической симметрии кристаллической решетки. При теоретических расчетах величин  $g_1$  и  $g_2$  вкладом оператора  $2\mu_B q \hat{J}_{\alpha}^3$  в магнитный момент акцепторного центра (4), как правило, пренебрегают [16,19], т.е. полагают q = 0. Это связано с тем, что константа q имеет релятивистскую природу и должна быть мала [20,30]: для Ge и GaAs характерная величина *q* примерно на 2 порядка меньше величин параметров  $\gamma_i$  и к. Такой подход является оправданным при рассмотрении высоковозбужденных состояний акцептора, для которых абсолютные значения g-факторов большие и вклад оператора  $\hat{J}^3_{\alpha}$  действительно незначителен. Для основного состояния величины g1 и g2, как правило, малы, так что вклад оператора  $2q \hat{J}_{lpha}^3/F_z$  может быть сравним с этими величинами. Например, как видно из табл. 2, пренебрежение параметром q приводит к изменению значения параметра g<sub>2</sub> в 1.5 раза при той же энергии связи невозмущенного акцептора в Ge (параметры к и *q* не влияют на энергию связи в нулевом приближении). Таким образом, для состояний акцептора с небольшими (сравнимыми с вкладом оператора  $2\mu_B q \hat{J}^3_{lpha}$ ) значениями магнитного момента пренебрежение константой q может привести к изменению ответа в несколько раз. К таким состояниям относятся, как правило, основное  $(1S_{3/2})$ , а возможно, и первое возбужденное  $(2P_{3/2})$  состояния акцепторного центра.

В работе [19] были численно рассчитаны величины расщеплений магнитных подуровней основного и первых возбужденных состояний акцептора в Ge и GaAs в широком диапазоне магнитных полей с учетом кубической симметрии. В результате подгонки к экспериментальным данным [3] был получен новый набор зонных параметров  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$  и  $\kappa$  для GaAs и продемонстрировано хорошее согласие теоретических расчетов величин  $g_1$ и  $g_2$  с эксперименальными данными для возбужденных состояний. Для основного состояния акцептора в GaAs рассчитанная величина  $g_1$  более чем на 30% отличалась от экспериментальной, что до сих пор оставалось необъясненным.

В табл. 2 приведены результаты расчетов величин  $g_1$ и g<sub>2</sub> для GaAs и Ge из работы [19] (строки 4 и 8), а также результаты собственного расчета, выполненного для зонных параметров, полученных в работе [19], и при упрощающих предположениях, использованных в этой работе, т.е. для кулоновского акцептора и q = 0(строки 3 и 7). Результаты этих двух независимых расчетов очень хорошо согласуются друг с другом. Однако, как видно из таблицы, при учете поправок центральной ячейки и конечности величины параметра q значения параметров  $g_1$  и  $g_2$  сильно меняются: при q = 0.017 [35] для GaAs и q = 0.07 [32] для Ge величина  $g_2$  изменяется примерно в 1.5 раза (строки 6 и 2), а учет некулоновской природы потенциала (строки 1 и 5) меняет ответ для g<sub>1</sub> и g<sub>2</sub> на 10-20% (при изменении энергии связи на 5–10%). Кроме этого, в работе [19] при подгонке зонных параметров для GaAs константа к не варьировалась. Предполагалось, что она удовлетворяет соотношению  $\gamma_1 - 2\gamma_2 - 3\gamma_3 + 3\kappa + 2 = 0$  [39], которое выполняется лишь приближенно. Однако, как будет показано, малые изменения параметра к могут привести к большим изменениям величины и анизотропии расщепления магнитных подуровней. Таким образом, использование модели кулоновского акцептора, приближенного соотношения для  $\kappa$  и пренебрежение вкладом оператора  $2\mu_B q \hat{J}_{\alpha}^3$  в магнитный момент и привело к существенным ошибкам в расчетах g-факторов основного состояния акцептора, представленных в работе [19].

Другим важным результатом расчетов является сильная зависимость величин  $g_1$  и  $g_2$  от зонных параметров Латтинжера. Так, например, уменьшение магнитной константы  $\kappa$  для Ge на 10% (с 3.41 до 3.1) приводит к смене знака величины  $g_1$  (при той же невозмущенной энергии связи акцептора). Абсолютное значение  $g_1$  меняется при этом примерно в три раза.

Сильная зависимость величин  $g_1$  и  $g_2$  от магнитных зонных параметров позволяет определить эти константы с хорошей точностью. В табл. 1 приведены экспериментальные данные для величин  $g_1$  и  $g_2$  для GaAs [3,4] и Ge [5,6,11], а также результаты расчетов этих величин и зонных параметров  $\kappa$  и q. При определении константы  $\kappa$  для GaAs использовались экспериментальные данные работы [4], поскольку в этой работе было достигнуто лучшее спектральное разрешение. По той же причине использовались данные работы [5] в случае Ge. Константы  $\kappa$  и q были получены в результате решения системы уравнений (6). Как видно из таблицы, теоретически рассчитанные величины  $g_1$  и  $g_2$  очень хорошо согласуются с экспериментальными для мелких акцепторов.

Хорошее согласие результатов расчетов, выполненных в данной работе, с имеющимися теоретическими и экспериментальными данными свидетельсвует о том, что предложенная модель магнитного момента основного состояния акцептора применима для точного количественного описания эффекта Зеемана на мелких акцепторных центрах. Это в большой степени обусловлено тем, что использованная при расчетах детальная модель основного состояния акцептора, построенная в работах [28,29], позволяет получить волновую функцию центра с высокой степенью точности. Это обстоятельство, а также сильные зависимости величин  $g_1$  и  $g_2$  от магнитных констант  $\kappa$ и q позволяют надеяться, что в рамках предложенного в данной работе метода расчета этих констант они определяются с хорошей точностью.

Таким образом, основные результаты работы сводятся к следующему.

1) Получены выражения для величин  $g_1$  и  $g_2$  для основного состояния мелкого акцепторного центра в кубических полупроводниках с сильным спин-орбитальным взаимодействием.

2) Показано, что параметры  $g_1$  и  $g_2$ , описывающие расщепление квартета подуровней акцептора в магнитном поле, сильно зависят от энергии связи основного состояния. Такие зависимости были рассчитаны для GaAs и Ge, и получено хорошее количественное согласие с экспериментальными данными.

3) Показано также, что оператор  $2\mu_B q \hat{J}_{\alpha}^3$ , которым часто пренебрегают при расчетах, вносит существенный вклад в магнитный момент основного, а возможно, и первого возбужденного состояния акцептора.

4) В работе приведены причины заметного расхождения результатов предыдущих теоретических расчетов *g*-факторов с экспериментальными данными для основного состояния акцептора.

5) Продемонстрировано, что величины  $g_1$  и  $g_2$  очень чувствительны к малым изменениям магнитных зонных констант Латтинжера  $\kappa$  и q.

6) Предложен новый метод определения магнитных параметров  $\kappa$  и q, основанный на использовании сильных зависимостей величин  $g_1$  и  $g_2$  от этих параметров и энергии связи акцептора. На основе этого метода рассчитаны величины магнитных констант для Ge и GaAs.

В заключение следует обратить внимание на то, что предложенная в данной работе модель справедлива для достаточно мелких акцепторных центров, энергия связи которых мала по сравнению с величиной спинорбитального расщепления валентной зоны.

Автор признателен И.А. Меркулову и А.В. Родиной за полезные обсуждения и Б.П. Захарчене за интерес к проведенным исследованиям.

Выполнение этой работы поддержано грантом РФФИ (№ 96-15-96392).

# Список литературы

- [1] H.P. Soepangkat, P. Fisher. Phys. Rev. B8, 870 (1973).
- [2] J. Schubert, M. Dahl, E. Bangert. Zeeman effect of the carbon acceptor in GaAs. High Magnetic Fields in Semiconductor Physics II by G. Landwehr. Springer, Berlin, (1989).
- [3] R. Atzmüller et al. J. Phys.: Condens. Matter. 3, 6775 (1991).
- [4] R.A. Lewis, M. Henini. Phys. Stat. Sol. (b) **210**, 821 (1998).
- [5] P. Fisher et al. Phys. Rev. **B47**, 12 999 (1993).

- [6] P. Fisher, C.A. Freeth, R.E.M. Vickers. Phys. Stat. Sol. (b) 210, 827 (1998).
- [7] R.E.M. Vickers, P. Fisher, C.A.Freeth. Sol. (b) 210, 839 (1998).
- [8] R.F. Kirkman, R.A. Stradling, P. Lin-Chung. J. Phys. C: Solid State Phys. 11, 419 (1978).
- [9] J. Broeckx et al. J. Phys. C: Solid State Phys. 12, 4061 (1979).
- [10] Y. Kamiura et al. Solid State Commun. 38, 883 (1981).
- [11] H. Tokumoto, T. Ishido. Phys. Rev. B15, 2099 (1977).
- [12] Р.И. Джиоев, Б.П. Захарченя, В.Г. Флейшер. Письма в ЖЭТФ 17, 5, 224 (1973).
- [13] D. Bimberg, K. Cho, W. Kottler. In: Proc. Int. Colloque on Physics in High Magnetic Fields (Grenoble, 1974); Colloques Internationaux CNRS (Paris) 242 (1975).
- [14] D. Bimberg. Phys. Rev. **B18** 1794 (1978).
- [15] A.K. Bhattacharjee, S. Rodriguez. Phys. Rev. B6, 3836 (1972).
- [16] P. Lin-Chung, R.F. Wallis. J. Phys. Chem. Solids 30 1453 (1969).
- [17] N.O. Lipari, M. Altarelli. Solid State Commun. 33, 47 (1980).
- [18] J. Broeckx, P. Claus. Solid State Commun. 28, 355 (1978).
- [19] Schmitt et al. J. Phys.: Condens. Matter. 3, 6789 (1991).
- [20] Г.Л. Бир, Г.Е. Пикус. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. Наука, М. (1972). С. 539.
- [21] B. Bleaney. Proc. Phys. Soc. 73, 937 (1959).
- [22] B. Bleaney. Proc. Phys. Soc. 73, 939 (1959).
- [23] W. Kohn, D. Schechter. Phys. Rev. 99, 1903 (1955).
- [24] K.S. Mendelson, H.M. James. J. Phys. Chem. Solids 25, 729 (1964).
- [25] A. Baldereschi, N.O. Lipari. Phys. Rev. B8, 2697 (1973).
- [26] Б.Л. Гельмонт, А.В. Родина. ФТП 25, 2189 (1991).
- [27] И.А. Меркулов, А.В. Родина. ФТП 28, 321 (1994).
- [28] А.В. Малышев, И.А. Меркулов, А.В. Родина. ФТП 30, 159 (1996).
- [29] A.V. Malyshev, I.A. Merkulov, A.V. Rodina. Phys. Rev. B55, 4388 (1997).
- [30] J.M. Luttinger. Phys. Rev. 102, 1030 (1956).
- [31] J.C. Hensel, K. Suzuki. Phys. Rev. B9, 4219 (1974).
- [32] Landolt-Borstein. Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology. Vol. 17. Subvol. a. Springer-Verlag (1982).
- [33] В.И. Перель, И.Н. Яссиевич. ЖЭТФ 82, 237 (1982).
- [34] K. Hess et al. Proc. 13 th Int. Conf. on the Physics of Semiconductors (Rome)/ Ed. by F.G. Fumi. North-Holland Amsterdam (1976). P. 142.
- [35] X. Marie, T. Amand, P. Le Jeune, M. Paillard, P. Renucci, L.E. Golub, V.D. Dymnikov, E.L. Ivchenko. Phys. Rev. B., в печати.
- [36] Б.Л. Гельмонт, М.И. Дьяконов. ФТП 7, 2013 (1973).
- [37] А.В. Малышев, И.А. Меркулов. ФТП 39, 58 (1997).
- [38] A.V. Malyshev, I.A. Merkulov, A.V. Rodina. Phys. Stat. Sol. (b) 210, 865 (1998).
- [39] H.-R. Trebin, U. Rössler, R. Ranvaud. Phys. Rev. B20, 686 (1979).