Резонансная оптическая спектроскопия длиннопериодных структур с квантовыми ямами

© Е.Л. Ивченко, В.П. Кочерешко, А.В. Платонов, Д.Р. Яковлев*, А. Baar*, В. Оссау*, Г. Ландвер*

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, 194021 Санкт-Петербург, Россия *Physikalisches Institut der Universität Wüerzburg, 97074 Wüerzburg, Germany

(Поступила в Редакцию 22 мая 1997 г.)

Построена теория зеркального отражения света от длиннопериодных структур с квантовыми ямами с учетом экситонного вклада в диэлектрическую поляризацию и при произвольном соотношении между фоновым показателем преломления в яме (n_a) и показателем преломления материала барьеров (n_b) . С помощью методов функций Грина и матрицы переноса выведены общие выражения для коэффициентов оптического отражения и пропускания для структуры с N эквидистантными квантовыми ямами. В спектрах нормального и наклонного отражения света от гетероструктур, выращенных на основе соединений A_2B_6 , обнаружена яркая интерференционная картина, обусловленная различием n_a и n_b . Из сравнения теории с экспериментом определена дисперсия n_a , n_b в широком диапазоне длин волн и найдены параметры квазидвумерного экситона с тяжелой дыркой (e1-hh1): резонансная частота, радиационное и нерадиационное затухание. Рассчитаны спектры отражения от резонансных брэгтовских и квазибрэгговских структур с реальными экситонными параметрами, проанализировано влияние на эти спектры рассогласования показателей преломления и расстройки относительно резонансного брэгтовского условия.

Нормальные электромагнитные волны в окрестности частоты экситонного резонанса представляют собой смешанные экситон-фотонные элементарные возбуждения в кристалле, называемые экситонными поляритонами, или светоэкситонами [1-4]. Новый повышенный интерес к экситонным поляритонам [5-14] возник в связи с современным стремительным развитием технологии выращивания совершенных твердотельных гетероструктур. В короткопериодных полупроводниковых структурах с квантовыми ямами и сверхрешетках можно использовать приближение эффективной однородной среды [5,6,8,15], вводить эффективный тензор диэлектрической проницаемости и описывать распространение света в таких структурах, привлекая методы резонансной кристаллооптики. В длиннопериодных неограниченных структурах энергетический спектр экситонных поляритонов состоит из совокупности разрешенных и запрещенных мини-зон, размытых с учетом нерадиационного затухания и неоднородного уширения частоты экситонного резонанса. Картина формирования экситонных поляритонов в длиннопериодной структуре с конечным числом квантовых ям требует отдельного анализа. В терминах квантовой электродинамики состояния квазидвумерных экситонов, возбуждаемых в различных ямах, связаны между собой через электромагнитное поле, излучаемое этими экситонами. Аналогично системе N связанных осцилляторов система из N квантовых ям характеризуется (при фиксированном волновом векторе k в плоскости интерфейсов *xy*) *N* собственными частотами экситонных поляритонов $\omega_{j}, j = 1, \dots, N.$ При $k < (\omega_{0}/c)n_{b},$ где ω_{0} резонансная частота экситона в одиночной яме, n_h показатель преломления в материале барьера, частоты ω_i комплексны даже в отсутствие нерадиационного затухания.

В [11] были впервые рассмотрены оптические свойства резонансных брэгговских структур с квантовыми ямами, период которых подобран таким образом, чтобы при $N \to \infty$ нормальной световой волной на частоте ω_0 была стоячая волна с электрическим полем E(z), нечетным относительно отражения в плоскости, проходящей через центр z_j любой ямы: $E(z) = -E(2z_j - z)$, где z — главная ось структуры, или ось роста. В пренебрежении различием между n_b и фоновым показателем преломления в яме n_a период резонансной брэгговской структуры d равен половине длины волны света в барьере, т.е.

$$\frac{\omega_0}{c} n_b d = \pi. \tag{1}$$

Как показано в [11], при выполнении этого условия в структуре из N ям N-1 собственных состояний системы не взаимодействуют со светом и только одна мода оказывается оптически активной. Сила осциллятора последней превышает в N раз силу осциллятора для экситона в одиночной яме, а излучательное время жизни — в N раз короче. В результате коэффициент отражения света от N брэгговских квантовых ям описывается простым выражением

$$R_N(\omega) = \frac{(N\Gamma_0)^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\Gamma + N\Gamma_0)^2},$$
 (2)

где ω — частота света, Γ и Γ_0 — соответственно нерадиационное и радиационное затухание экситона в структуре с одиночной ямой. С ростом N максимальное значение коэффициента отражения стремится к единице, а полуширина спектра отражения возрастает пропорционально N. Экспериментально спектры оптического отражения, фотолюминесценции и четырехволнового смешивания в резонансных брэгговских структурах с квантовыми ямами исследовались вначале в системах на основе полупроводников A_2B_6 [16–20], а затем и в полупроводниках A_3B_5 [21,22].

В настоящей работе исследовано влияние рассогласования между фоновым показателем преломления в яме (n_a) и показателем преломления в барьере (n_b) на резонансные оптические свойства длиннопериодных структур с квантовыми ямами. Выведены аналитические выражения для коэффициентов отражения и пропускания света в структуре, содержащей N квантовых ям и характеризуемой различными значениями n_a и n_b , сформулировано обобщенное условие на период резонансной брэгговской структуры, которое при $n_a = n_b$ переходит в условие (1). Экспериментально изучались длиннопериодные гетероструктуры CdTe/Cd $_{1-x}$ Mg $_x$ Te, состоящие из двадцати эквивалентных ям с периодом, заметно отличающимся от резонансного брэгговского. Анализ спектров отражения, измеренных при различных углах падения света на структуру, позволил определить показатели преломления n_a и n_b и показать, что в исследованной системе они различаются на 10%. Найденные из эксперимента значения n_a , n_b и экситонные параметры использованы для расчета реалистических спектров отражения от резонансных брэгговских и квазибрэгговских структур, а также для анализа влияния на эти спектры рассогласования $n_a - n_b$ и отступления периода от точного брэгговского условия.

1. Отражение от одиночной квантовой ямы

Для расчета оптических свойств многослойной структуры достаточно рассчитать амплитудные коэффициенты отражения (r_1) и пропускания (t_1) для одиночной ямы, помещенной между полубесконечными барьерами, и воспользоваться далее методом матриц переноса. Коэффициенты r_1 и t_1 находятся из решения интегродифференциального волнового уравнения

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon_0(z)\right] E(z) = -\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 4\pi P_{\rm exc}(z), \quad (3)$$

в котором $\varepsilon_0(z)$ — фоновая (локальная) диэлектрическая проницаемость, принимающая значения $\varepsilon_a = n_a^2$ и $\varepsilon_b = n_b^2$ в слоях квантовой ямы и барьера соответственно, $P_{\rm exc}$ — вклад экситона, возбуждаемого в квантовой яме, в нелокальную диэлектрическую поляризацию [7,8],

$$4\pi P_{\rm exc}(z) = \frac{\varepsilon_a \omega_{LT} \pi a_B^3}{\omega_0 - \omega - i\Gamma} \Phi(z) \int dz' \Phi(z') E(z').$$
(4)

Здесь ω_0 и Γ — соответственно резонансная частота и нерадиационное затухание экситона, $\Phi(z)$ — огибающая его волновой функции при совпадающих координатах электрона и дырки. Общий множитель $4\pi e^2 p_{cv}^2 / \hbar \omega_0^2 m_0^2$ (p_{cv} — междузонный матричный элемент, m_0 — масса свободного электрона) для удобства записан в виде

произведения $\varepsilon_0 \omega_{LT} \pi a_B^3$, где ω_{LT} и a_B — продольнопоперечное расщепление и боровский радиус экситона в эквивалентном объемном материале. Для простоты мы пренебрегаем вкладом туннельных хвостов огибающей $\Phi(z)$ в поляризацию P_{exc} и считаем, что функция $\Phi(z)$ отлична от нуля только в слоях квантовой ямы. Для удобства изложения выкладки проводятся для случая нормального падения света на структуру.

Интегродифференциальное уравнение (3) можно преобразовать к интегральному уравнению

$$E(z) = E^{(0)}(z) + 4\pi k_0^2 \int dz' G(z, z') P_{\text{exc}}(z'), \quad (5)$$

где $k_0 = \omega/c$, $E^{(0)}(z)$ — решение волнового уравнения в пренебрежении экситоном, т.е. при $\omega_{LT} = 0$. Одномерная функция Грина G(z, z') удовлетворяет уравнению

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} + k_0^2 \varepsilon_0(z)\right] G(z, z') = -\delta(z - z') \tag{6}$$

и максвелловским граничным условиям, т. е. эта функция и ее производная $\partial G(z, z')/\partial z$, умноженная на показатель преломления $n(z) = \sqrt{\varepsilon_0(z)}$, непрерывны на интерфейсах. Решение можно представить в виде

$$G(z, z') = \frac{i}{2k_a} \begin{cases} e^{ik_a|z-z'|} \\ +e^{ik_a a} r_{ab} [F(k_a z, k_a z') \\ +F(-k_a z, -k_a z')] - & \text{внутри ямы,} \\ t_{ab} e^{i(k_a - k_b)a/2} \\ \times F(\mp k_b z, \pm k_a z') - & \text{слева и справа} \\ & \text{от ямы} \end{cases}$$
(7)

где

$$F(x, x') = e^{i(x+x')} \frac{1 + e^{i(k_a a - 2x')} r_{ab}}{1 - e^{2ik_a a} r_{ab}^2}$$

Умножив (5) на $\Phi(z)$ и проинтегрировав по *z*, получим линейное алгебраическое уравнение для интеграла $\Lambda = \int dz \Phi(z) E(z)$. Решая это уравнение и подставляя решение в (5), приходим к следующим выражениям для коэффициентов отражения и пропускания:

$$r_1 = \frac{E_r}{E_0} = r^{(0)} + r_{\text{exc}}, \qquad t_1 = \frac{E_t}{E_0} = t^{(0)} + r_{\text{exc}}.$$
 (8)

Здесь $r^{(0)}$ и $t^{(0)}$ — коэффициенты отражения и пропускания, рассчитанные в пренебрежении экситонным вкладом,

$$r^{(0)} = e^{-ik_a a} r_{ba} \frac{1 - e^{2ik_a a}}{1 - r_{ba}^2 e^{2ik_a a}},$$

$$t^{(0)} = e^{ik_a a} (e^{-ik_b a} + r_{ab} r^{(0)}),$$
 (9)

 $k_{a,b} = k_0 n_{a,b}, r_{ba} = -r_{ab} = (n_b - n_a)/(n_b + n_b), a$ — толщина слоя квантовой ямы. Для симметричной ямы с четной функцией $\Phi(z)$ экситонный вклад в r_1 и t_1 имеет вид

$$r_{\rm exc} = t^{(0)} \frac{i\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i(\Gamma + \bar{\Gamma}_0)},\tag{10}$$

$$\bar{\Gamma}_0 = \frac{1 + r_{ab} e^{ik_a a}}{1 - r_{ab} e^{ik_a a}} \Gamma_0,$$

$$\Gamma_0 = \frac{1}{2} k_a \omega_{LT} \pi a_B^3 \left[\int dz \Phi(z) \cos k_a z \right]^2, \qquad (11)$$

частота ω_0 перенормирована по сравнению с резонансной частотой, фигурирующей в (4), на величину

$$\delta\omega_0 = \frac{1}{2}k_a\omega_{LT}\pi a_{\rm B}^3 \iint \Phi(z)\Phi(z')\sin k_a|z-z'|dzdz'|$$

Заметим, что отраженная и прошедшая волны в барьерах определены здесь как $E_r e^{-ik_b z}$ и $E_r e^{ik_b z}$, а начало отсчета координаты z выбрано в центре квантовой ямы. При совпадающих показателях преломления n_a и n_b величина $\tau_0 = (2\Gamma_0)^{-1}$ есть радиационное время жизни экситона в одиночной квантовой яме [8]. Поскольку полюса коэффициента отражения или пропускания на комплексной плоскости определяют собственные частоты системы, согласно (10), (11), при $r_{ab} \neq 0$ величина $\overline{\Gamma}_0$ вносит вклад как в вещественную, так и в мнимую часть комплексной частоты экситона. При $k_a a \ll 1$ поправки Im $\overline{\Gamma}_0$ и $\delta\omega_0$ к резонансной частоте пренебрежимо малы и их можно не учитывать.

2. Матрица переноса и отражение от системы квантовых ям

Рассмотрим регулярную систему из N квантовых ям с периодом d. Матрица переноса через слой толщины d с квантовой ямой в середине слоя выражается через амплитудные коэффициенты (8) в виде [10,11]

$$\hat{T} = \frac{1}{\bar{t}_1} \begin{bmatrix} \tilde{t}_1^2 - \tilde{r}_1^2 & \tilde{r}_1 \\ -\tilde{r}_1 & 1 \end{bmatrix},$$
(12)

где $\tilde{r}_1 = e^{ik_b d} r_1$, $\tilde{t}_1 = e^{ik_b d} t_1$.

Для собственных чисел $\lambda_1 = e^{iQd}, \lambda_2 = e^{-iQd}$ матрицы \hat{T} имеем [7,10]

$$\lambda_j = G \pm \sqrt{G^2 - 1}, \quad \cos Qd = G,$$
$$G(\omega) \equiv \frac{1}{2}(T_{11} + T_{22}), \tag{13}$$

где Q — волновой вектор света в неограниченной системе эквидистантных квантовых ям. Коэффициенты отражения (\tilde{r}_N) и пропускания (\tilde{t}_N) для N квантовых ям находятся из условия

$$\hat{T}^{N}\begin{pmatrix}1\\\tilde{r}_{N}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\tilde{t}_{N}\\0\end{pmatrix}.$$
(14)

Решение этого матричного уравнения с двумя неизвестными \tilde{r}_N , \tilde{t}_N можно представить в виде

$$\tilde{r}_N = \frac{\tilde{r}_1 \sin NQd}{\sin NQd - \tilde{t}_1 \sin(N-1)Qd},$$

$$\tilde{t}_N = \frac{\tilde{t}_1 \sin Qd}{\sin NQd - \tilde{t}_1 \sin(N-1)Qd}.$$
 (15)

При $\varepsilon_a = \varepsilon_b$ эта формула переходит в аналогичные формулы (13) в [11] и (21) в [14], если учесть тождество

$$\frac{1}{2}(T_{11}-T_{22})+\frac{1}{\tilde{t}_1}=\cos Qd.$$

Выражения для коэффициентов \tilde{r}_N и \tilde{t}_N , выведенные для случая нормального падения, можно использовать и при наклонном падении, если переобозначить некоторые величины, входящие в эти выражения. Во-первых, нужно заменить $k_a = k_0 n_a$ и $k_b = k_0 n_b$ на $k_{a,z} = (k_a^2 - k_{\parallel}^2)^{1/2}$ и $k_{b,z} = (k_b^2 - k_{\parallel}^b)^{1/2}$, где $k_{\parallel} = k_a \sin \theta_a = k_b \sin \theta_b$ составляющая волнового вектора света в плоскости интерфейсов, θ_a , θ_b — углы падения в слоях ямы и барьера. Во-вторых, в выражениях для *r*_{ab}, *r*_{ba}, *t*_{ab}, *t*_{ba} нужно показатели преломления n_a , n_b заменить на $n_a \cos \theta_a$, $n_b \cos \theta_b$ для света s-поляризации (TE-мода, электрический вектор Е перпендикулярен плоскости падения) и на $n_a/\cos\theta_a$, $n_b/\cos\theta_b$ для света *p*-поляризации (*TM*-мода, вектор Е лежит в плоскости падения). В полупроводниковых гетероструктурах с решеткой цинковой обманки экситон с тяжелой дыркой в поляризации Е || z оптически не активен. С учетом этого правила отбора при наклонном падении величина $\Gamma_0(k_a)$ в (11) заменяется на $\Gamma_0(k_{a,z})/\cos^2 heta_a$ для *TE*-моды и на $\Gamma_0(k_{a,z})$ для *TM*-моды.

3. Эксперимент

Исследовались периодические структуры $CdTe/Cd_{1-x}Mg_xTe$ с квантовыми ямами, выращенные методом молекулярно-пучковой эпитаксии на подложках из $Cd_{0.96}Zn_{0.04}Te$ с ориентацией (001). Специального



Рис. 1. Спектры отражения света от периодической структуры с двадцатью квантовыми ямами CdTe/Cd_{0.56}Mg_{0.44}Te шириной 70 Å с периодом d = 1350 Å при углах падения света $\theta = 0$ и 45° в *p*-поляризации. На вставке представлена зависимость спектрального положения главного интерференционного максимума λ_m от угла падения света.

Физика твердого тела, 1997, том 39, № 11



Рис. 2. Спектры отражения в области резонанса тяжелого экситона при нормальном (*a*) и наклонном падении под углом $\theta = 45^{\circ}$ (*b*) света на периодическую структуру с двадцатью квантовыми ямами CdTe/Cd_{0.6}Mg_{0.4}Te с периодом 1620 Å, близким к брэгтовскому: $(\omega_0/c)n_bd = 1.09\pi$, при температуре 1.6 K.

легирования структур не проводилось, остаточная концентрация примесей составляла 10^{16} cm⁻³. Изучались низкотемпературные (T = 1.6 K) спектры отражения при номальном и наклонном падении света.

На рис. 1 представлен спектр отражения при нормальном падении света (сплошные кривая) на гетероструктуру с двадцатью квантовыми ямами CdTe/Cd_{0.56}Mg_{0.44}Te шириной a = 70 Å каждая, с периодом d = 1350 Å. Толщина покрывающего структуру слоя Cd_{0.56}Mg_{0.44}Te составляла (d - a)/2. В спектре выделяются сильный интерференционный максимум (photonic stop-band) в области 7000 Å, обусловленный нерезонансным брэгговским отражением света из-за различия показателей преломления n_a и n_b , а также интерференционная структура, более яркая с длинноволновой и менее выраженная с коротковолновой стороны от этого максимума. В области 7500 Å видны две узкие линии, связанные с возбуждением тяжелого (e1-hh1) и легкого (e1-lh1) экситона в квантовой яме, а также линия 1s-экситона в подложке. Затухание интерференционной структуры в коротковолновой области связано с ростом поглощения света с энергией кванта, превышающей ширину запрещенной зоны барьеров. При увеличении угла падения света θ_b эта структура смещается в сторону бо́льших энергий, следуя зависимости $\lambda_m = 2d\sqrt{n_b^2 - \sin^2 \theta_b}$, при этом спектральное положение экситонных линий не изменяется (штриховая кривая на рис. 1). Наличие такой яркой нерезонансной интерференционной структуры может сильно осложнить анализ спектра экситонного отражения света и сделать неоднозначным процесс определения параметров, описывающих резонансный экситонный вклад в спектры отражения.

На рис. 2 представлен спектр отражения света от структуры с квантовыми ямами CdTe/CdMgTe в узкой спектральной области вблизи экситонного резонанса e1-hh1 при наклонном (в *p*-поляризации) и нормальном падении света. Период этой структуры на 9% больше, чем требуется для точного выполнения брэгговского условия. Амплитуда контура экситонного отражения при нормальном падении составляет около 20%. При увеличении угла падения света в вакууме θ до 45° спектральное положение экситонных особенностей не изменяется, в то время как амплитуда контура отражения заметно падает (рис. 1). При этом видоизменяется и его форма.

Наличие интерференционной структуры в спектре отражения (рис. 1) и ее смещение при увеличении угла падения позволили нам независимо определить дисперсию показателей преломления света в материалах барьеров и ям. Для описания дисперсии n(E) применяется трехпараметрическая эмпирическая формула [24]

$$n^{2}(E) = A + \frac{BE^{2}}{1 - (E/C)^{2}},$$
(16)

где *Е* — энергия падающего фотона (в электронвольтах), параметры *A*, *B*, *C* находятся из наилучшего согласия



Рис. 3. Спектр отражения света от периодической структуры CdTe/Cd_{0.56}Mg_{0.44}Te с двадцатью квантовыми ямами шириной 70 Åc периодом d = 1350 Å. Сплошная кривая — эксперимент, штриховая — расчет с использованием формулы (15) при $\hbar\omega_0 = 1.656$ eV, $\hbar\Gamma = 0.7$ meV, $\hbar\Gamma = 0.12$ meV. На вставке — подгонка спектра в области резонанса тяжелого экситона.

с экспериментом. Из подгонки экспериментального и расчетного спектров в широком диапазоне длин волн получено A = 6.9, B = 0.2, C = 1.98 для ям CdTe и A = 6.26, B = 0.178, C = 3.0 для барьеров Cd_{0.56}Mg_{0.44}Te. Таким образом, фоновые показатели преломления света в области экситонного резонанса (E = 1.65 eV) для барьеров и квантовых ям различаются на 10–15%.

Мы использовали полученные из анализа интерференционной картины значения фоновых показателей преломления света для полного описания спектра отражения этого образца и определения параметров, описывающих экситонный вклад в отражение. Результат расчета с использованием формул (15) представлен на рис. 3 штриховой линией, сплошной кривой показан экспериментальный спектр отражения. На вставке изображен фрагмент подгонки этого спектра непосредственно вблизи резонансной частоты экситона с тяжелой дыркой. В результате подгонки получены следующие экситонные параметры: $\hbar\omega_0 = 1.656 \,\text{eV}, \, \hbar\Gamma = 0.7 \,\text{meV}, \,$ $\hbar\Gamma_0 = 0.12 \,\text{meV}.$

Резонансные брэгговские и квазибрэгговские структуры

Как отмечалось выше, при $\varepsilon_a = \varepsilon_b \equiv \varepsilon_0$ резонансная брэгговская структура удовлетворяет условию

$$\sqrt{\varepsilon_0} \frac{\omega_0}{c} d = \pi. \tag{17}$$

В этом случае $r^{(0)} = 0, t^{(0)} = 1$ и выражения (8) для \tilde{r}_1 и \tilde{t}_1 , а также выражение (13) для *G* упрощаются

$$\tilde{r}_{1} = e^{ikd} r_{\text{exc}}, \quad \tilde{t}_{1} = e^{ikd} (1 + r_{\text{exc}}),$$

$$r_{\text{exc}} = \frac{i\Gamma_{0}}{\omega_{0} - \omega - i(\Gamma + \Gamma_{0})},$$

$$G(\omega) = \cos kd - \frac{\Gamma_{0}}{\omega_{0} - \omega - i\Gamma} \sin kd, \quad k = \sqrt{\varepsilon_{0}} \frac{\omega}{c}$$

В структуре с N ямами при $N|kd - \pi| \ll 1$ коэффициенты отражения и пропускания принимают вид [11]

$$\tilde{r}_{N} = \frac{iN\Gamma_{0}}{\omega_{0} - \omega - i(\Gamma + N\Gamma_{0})},$$
$$\tilde{t}_{N} = (-1)^{N} \frac{\omega_{0} - \omega - i\Gamma}{\omega_{0} - \omega - i(\Gamma + N\Gamma_{0})},$$
(18)

откуда и следует формула (2). Заметим, что при $N|kd - \pi| \ge 1$ конструктивная интерференция световых волн нарушается, и формула (18) неприменима. В бесконечной резонансной брэгговской структуре нормальная световая волна в области частот $\omega \approx \omega_0$ представляет собой стоячую волну с полем $E(z) \propto \sin(\pi z/d)$, нечетным относительно центра любой квантовой ямы. Эта волна не взаимодействует с экситонами и характеризуется двумя волновыми векторами, $Q = \pm \pi/d$. Переходя теперь к анализу структуры, соседним слоям которой отвечают различные значения фоновой диэлектрической проницаемости ε_a и ε_b , введем величину

$$\rho = 1 + e^{ik_b d} (t_1 - r_1) = 1 + e^{ik_b d} (t^{(0)} - r^{(0)}), \qquad (19)$$

которая не зависит от экситонных параметров, так как, согласно (8), экситонные вклады в r_1 и t_1 совпадают и

$$t^{(0)} - r^{(0)} = e^{i(k_a - k_b)a} \frac{1 - r_{ba}e^{-ik_aa}}{1 - r_{ba}e^{ik_aa}}.$$
 (20)

При $k_a a \ll 1$ отклонение разности $t^{(0)} - r^{(0)}$ от единицы начинается с члена третьего порядка

$$t^{(0)} - r^{(0)} \approx 1 - \frac{i}{3} \frac{r_{ba}(1+r_{ba})}{(1-r_{ba})^3} (k_a a)^3.$$
 (21)

Используя обозначение (19), перепишем дисперсионное уравнение (13) в виде

$$\cos Qd = -1 + \rho \left(\tilde{r}_1 + \frac{1}{2}\rho\right) \frac{1}{\tilde{t}_1}.$$
 (22)

Следовательно, при $\varepsilon_a \neq \varepsilon_b$ следует использовать обобщенное брэгговское условие

$$\rho(\omega = \omega_0) = 0. \tag{23}$$

Это условие можно удовлетворить подбором периода d, так как при вещественных ε_a , ε_b модуль $|t^{(0)} - r^{(0)}|$ равен единице. При $\rho = 0$ формулы (15) существенно упрощаются

$$\tilde{r}_N = \frac{N\tilde{r}_1}{N + (N-1)\tilde{t}_1}, \quad \tilde{t}_N = (-1)^N \frac{\tilde{t}_1}{N + (N-1)\tilde{t}_1}.$$
 (24)

Если период структуры d отклоняется от значения $d_{\rm Br}$, определяемого условием (23), или частота ω сдвинута относительно ω_0 , величина ρ отлична от нуля. При малых значениях комбинации

$$u = \left[2\rho\left(\tilde{r}_1 + \frac{1}{2}\rho\right)\frac{1}{\tilde{t}_1}\right]^{1/2}$$
(25)

произведение $Qd \approx \pi + u$ и вместо (18) применимы приближенные формулы

$$\tilde{r}_N = \frac{\tilde{r}_1}{1 + \tilde{t}\frac{\sin(N-1)u}{\sin Nu}}, \quad \tilde{t}_N = \frac{\tilde{t}_1}{\frac{\sin Nu}{\sin u} + \tilde{t}_1 \frac{\sin(N-1)u}{\sin u}}.$$
 (26)

5. Обсуждение результатов

На рис. 4, *а* представлен результат расчета спектра отражения брэгговской структуры с двадцатью квантовыми ямами, удовлетворяющей условию (23), с реальными экситонными параметрами, взятыми из эксперимента, и с учетом различия показателей преломления *n_a* и *n_b*. Расчет проводился для случая нормального падения света из вакуума на структуру с использованием точной формулы



Рис. 4. *а*) Теоретический спектр отражения от структуры с одиночной квантовой ямой (1) и от структуры с двадцатью квантовыми ямами при $n_a = n_b = 2.653$ (2) и $n_a = 2.916$, $n_b = 2.638$ (3). *b*) Спектры отражения, рассчитанные по точной формуле (15) (сплошная кривая) и приближенной формуле (26) (штриховая кривая).

(15) в пренебрежении дисперсией и мнимой частью $n_{a,b}$. Для сравнения на том же рисунке показаны спектры отражения от структуры с двадцатью ямами при $n_a = n_b$ (кривая 2) и структуры с одиночной квантовой ямой и покрывающим слоем (d - a)/2 (кривая 3). Видно, что при переходе от структуры с N = 1 к структуре с N = 20пик отражения сильно уширяется, а амплитуда пика возрастает более чем в 6 раз. Два минимума на кривой 2 обусловлены зависимостью $k = (\omega/c)n_b$ от частоты ω и расположены в области частот, где $N|kd - \pi| \sim 1$. В структуре с n_a и n_b , различающимися на 10%, основной пик становится заметно асимметричным и возникает длиннопериодная интерференционная система гребней и впадин.

На рис. 4, *b* сплошная кривая, совпадающая с аналогичной кривой на рис. 4, *a*, сравнивается со спектром отражения, рассчитанным при тех же параметрах, но с использованием приближенной формулы (26). Видно, что при приближенном расчете хорошо воспроизводится форма основного максимума, но полностью смазывается интерференционная структура.

Рис. 5 и 6 иллюстрируют влияние рассогласования показателей преломления при $n_a > n_b$ и $n_a < n_b$ и отклонения периода от значения d_{Br} , удовлетворяющего брэгговскому условию (23). Для удобства анализа представлены спектры отражения, рассчитанные при нормальном падении света на эквидистантную систему из двадцати квантовых ям, помещенных между полубесконечными барьерами. В этом случае при $n_a = n_b$ отражение уменьшается до нуля по мере удаления частоты от экситонного резонанса. При различных n_a и n_b положение максимума отражения незначительно сдвигается в сторону длинных волн, если n_a превышает n_b , и в сторону

коротких волн, если $n_a < n_b$; максимальное значение возрастает в обоих случаях и спектры становятся асимметричными. В спектре отражения от квазибрэгговской структуры, $d \approx d_{\rm Br}$, вблизи пика отражения появляется дополнительная особенность (рис. 6). При $d < d_{\rm Br}$ эта особеность имеет форму плеча на коротковолновом краю, а при $d > d_{\rm Br}$ она представляет собой узкий минимум, амплитуда которого растет с ростом разности $d - d_{\rm Br}$. Для сравнения на рис. 6, *а* представлен также спектр отражения от структуры с рассогласованием между *d* и $d_{\rm Br}$ на 5%, соответствующим экспериментально исследованному образцу.



Рис. 5. Спектры отражения при нормальном падении света из материала барьера на резонансную брэгтовскую систему из двадцати квантовых ям. Экситонные параметры те же, что и на рис. 3, показатели преломления $n_a = n_b = 2.653$ (1), $n_a = 2.916$, $n_b = 2.638$ (2) и $n_a = 2.638$, $n_b = 2.916$ (3).



Рис. 6. Влияние отклонения периода *d* структуры относительно резонансного брэгтовского условия. Спектр нормального отражения *l* рассчитан при $d = d_{\rm Br}$, кривые n > 1 рассчитаны при $d = d_{\rm Br} + (n-1)l$, где $l = -6 \cdot 10^{-3} d_{\rm Br}$ (*a*) и $3 \cdot 10^{-3} d_{\rm Br}$ (*b*). Показатели преломления $n_a = 2.916$, $n_b = 2.638$, экситонные параметры те же, что и на рис. 3. Кривая, обозначенная звездочкой, рассчитана при $d_{\rm Br} - d = 0.05 d_{\rm Br}$.

Таким образом, в работе изучены оптические свойства структур с эквидистантными квантовыми ямами с периодом, сравнимым с половиной длины волны света на резонансной частоте квазидвумерного экситона. Рассчитаны матрица переноса через одну яму и коэффициенты отражения и преломления в структуре с N ямами при учете различия между показателями преломления n_a и n_b . Сформулировано обобщенное условие, которому удовлетворяет резонансная брэгговская структура при несовпадающих n_a и n_b . Результаты теории использованы для описания спектров отражения, измеренных в периодических структурах с квантовыми ямами CdTe/Cd_{1-x}Mg_xTe с периодом, близким к брэгговскому, и для определения экситонных параметров в этих структурах. Проанализированы зависимости теоретических спектров отражения от рассогласования показателей преломления и от отклонения периода d относительно периода d_{Br}, удовлетоворяющего резонансному брэгговскому условию. Анализ показывает, что для квазибрэгговской структуры форма спектра отражения вблизи максимума очень чувствительна как к расстройке $d - d_{\rm Br}$, так и к величине рассогласования $n_a - n_b$.

Работа поддержана грантом Российского гранда фундаментальных исследований 96-02-17929, программой "Наноструктуры" Министерства науки России, грантом INTAS 93-3657-Ext, а также фондом Volkswagen.

Д.Р.Я. благодарит Deutsche Forschungsgemeinschaft (SFB410).

Список литературы

- В.М. Агранович, В.Л. Гинзбург. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. Наука, М. (1979). 432 с.
- [2] А.С. Давыдов. Теория твердого тела. Наука, М. (1976). 639 с.
- [3] С.И. Пекар. Кристаллооптика и добавочные световые волны. Наук. думка, Киев (1982). 295 с.
- [4] Экситоны / Под ред. Э.И. Рашбы и М.Д. Стэрджа. Наука, M. (1982) (Excitons / Ed. E.I. Rashba and M.D. Sturge. North-Holland (1982)).
- [5] Е.Л. Ивченко, В.А. Кособукин. ФТП 22, 1, 24 (1988).
- [6] E.L. Ivchenko, V.P. Kochereshko, P.S. Kop'ev, V.A. Kosobukin, I.N. Uraltsev, D.R. Yakovlev. Solid State Commun. 70, 529 (1989).
- [7] Е.Л. Ивченко. ФТТ **33**, *8*, 2388 (1991).
- [8] E.L. Ivchenko, A.V. Kavokin, V.P. Kochereshko, G.R. Pozina, I.N. Uraltsev, D.R. Yakovlev, R.N. Bicknell-Tassius, A. Waag, G. Landwehr. Phys. Rev. B46, 7713 (1992).
- [9] V.A. Kosobukin, R.P. Seisyan, S.A. Vaganov. Semicond. Sci. Technol. 8, 1235 (1993).
- [10] В.А. Кособукин. ФТТ 34, 10, 3107 (1992).
- [11] Е.Л. Ивченко, А.И. Несвижский, С. Йорда. ФТТ 36, 7, 2118 (1994); Superlatt. Microstruct. 16, 17 (1994).
- [12] L.C. Andreani. Phys. Lett. A192, 99 (1994); Phys. Stat. Sol. (b) 188, 29 (1995).
- [13] D.S. Citrin. Solid State Commun. 89, 139 (1994); Phys. Rev. B49, 1943 (1994).
- [14] В.А. Кособукин, М.М. Моисеева. ФТТ 37, 12, 3694 (1995).
- [15] E.L. Ivchenko, G.E. Pikus. Superlattices and other heterostructures. Symmetry and optical phenomena. Springer Series in Solid State Sci. Springer-Verlag (1995). V. 110.
- [16] Y. Merle d'Aubigne, A. Wasiela, H. Mariette, A. Shem. Proc. 22nd Int. Conf. Physics of Semiconductors (Vancouver 1994) / Ed. D.J. Lockwood. World Scientific, Singapore (1995). P. 1201.
- [17] V.P. Kochereshko, G.R. Pozina, E.I. Ivchenko, D.R. Yakovlev, A. Waag, W. Ossau, G. Landwehr, R. Hellmann, E.O. Göbel. Ibid. P. 1372.
- [18] V.P. Kochereshko, G.R. Pozina, E.I. Ivchenko, D.R. Yakovlev, A. Waag, W. Ossau, G. Landwehr, R. Hellmann, E.O. Göbel. Superlatt. Microstruct. 15, 471 (1994).
- [19] Д.Р. Яковлев, Г.Р. Позина, В.П. Кочерешко, А. Вааг, В. Оссау, Г. Ландвер. Письма в ЖЭТФ 61, 613 (1995).
- [20] Y. Merle d'Aubigne, A. Wasiela, H. Mariette, T. Dietl. Phys. Rev. B54, 14 003 (1996).
- [21] T.Stroucken, A. Knorr, C. Anthony, A. Schulze, P. Thomas, S.W. Koch, M. Koch, S.T. Cundiff, J. Feldmann, E.O. Göbel. Phys. Rev. Lett. 74, 2391 (1995).
- [22] M. Hübner, J. Kuhl, T. Stroucken, A. Knorr, S.W. Koch, R. Hey, K. Ploog. Phys. Rev. Lett. **76**, 4199 (1996); Prog. 23th Int. Conf. Physics of Semicond. (Berlin 1996) / Ed. M. Scheffler and R. Zimmermann. World Scientific (1996). P. 769.
- [23] L.C. Andreani, F. Bassani. Phys. Rev. B41, 7536 (1990);
 L.C. Andreani, F. Tassone, F. Bassani. Solid State Commun. 77, 641 (1991).
- [24] H.-J. Lugauer, F. Fischer, T. Litz, A. Waag, D. Hommel, G. Landwehr. Semicond. Sci. Technol. 9, 1567 (1994).