Динамическая магнитная проницаемость тонкой пластинки ВТСП

© К.С. Пигальский, Л.Г. Мамсурова

Институт химической физики им. Н.Н. Семенова Российской академии наук, 117977 Москва, Россия

(Поступила в Редакцию 6 февраля 1997 г. В окончательной редакции 12 мая 1997 г.)

Рассчитаны полевые зависимости колебательного вклада в динамическую магнитную проницаемость $\mu_V(H)$ для тонкой (толщиной $d \sim \lambda$) пластинки ВТСП в магнитном поле, параллельном ее поверхности. Данные зависимости получены на основе точного численного расчета вихревых структур как для термодинамически равновесной вихревой решетки, так и в присутствии сил пиннинга и поверхностного барьера Бина-Ливингстона. Показано, что кривые $\mu_V(H)$ являются весьма чувствительными к размерному фактору (d/λ) и испытывают скачки, отвечающие изменению числа рядов вихрей. Оказалось, что равновесная зависимость $\mu_V(H)$ по характеру поведения и абсолютной величине (полученной при учете распределения по размерам и с соответствующими значениями λ и \varkappa) близка к экспериментальной зависимости $\mu_V(H)$, реализующейся при азотной температуре для мелкозернистого YBa₂Cu₃O_x с размерами зерен $\langle D \rangle \sim \lambda$ при увеличении магнитного поля. Установлено, что основной причиной экспериментально наблюдаемого необратимого поведения кривых $\mu_V(H)$ при циклическом изменении магнитного поля является существование поверхностного барьера для выхода вихрей из сверхпроводника. Определены нижняя граница устойчивости смешанного состояния $H_{\min}(B)$ при наличии идеального поверхностного барьера в тонкой пластинке ВТСП ($d \sim \lambda$) и область реализации вихревого состояния ($H_{max} - H_{min}$) при неизменном количестве вихрей в зернах микронных размеров исследуемых образцов YBaCuO.

Настоящая работа является продолжением цикла статей, посвященных изучению отклика высокотемпературного сверхпроводника (ВТСП) на переменное магнитное поле в присутствии постоянного поля (см., например, [1-4]). Работы данного цикла в отличие от многих других, выполненных по той же тематике (см., например [5,6]), характеризуются тем, что исследуемой величиной в них является основная гармоника динамической магнитной проницаемости μ_{ac} , которая изучается в параллельных переменном поле низкой частоты (3 kHz) и малой амплитуды (h < 10 Oe) и постоянном поле Н, не сильно превышающем первое критическое поле *H*_{c1}. В соответствии с указанными диапазонами частот и амплитуд магнитных полей теоретический анализ экспериментальных данных проводится в квазистатическом приближении с учетом взаимодействия вихрей с поверхностью, а также дискретного характера вихревой решетки.

Как было показано в [1], действительная часть динамической магнитной проницаемости μ'_{ac} жесткого сверхпроводника второго рода в общем случае содержит три вклада. Первые два связаны с осцилляцией мейсснеровского тока и реализацией критического состояния вблизи поверхности (с входом и выходом вихрей под действием переменного поля), третий обусловлен индуцированным переменным полем колебательным движением приповерхностных вихрей, магнитный поток которых изменяется при изменении положения вихрей относительно поверхности.

Последний вклад (μ_V) представляет наибольший научный интерес по двум причинам. Во-первых, именно он определяется структурой и динамикой абрикосовских вихрей, расположенных вблизи поверхности в слое толщиной ~ λ (λ — лондоновская глубина проникновения магнитного поля), и, как показали наши предыдущие исследования, может быть теоретически описан без какихлибо подгоночных параметров на основе численного расчета структуры вихревой решетки [2]. Во-вторых, именно этот вклад обнаруживает эффект гистерезисного поведения при циклическом изменении постоянного магнитного поля, природа которого еще не получила своего полного и исчерпывающего объяснения.

Впервые задача точного численного расчета μ_V ставилась и решалась в рамках модели квазистатической дискретной решетки вихрей при учете взаимодействия вихрей между собой, с антивихрями, мейсснеровским током и центрами пиннинга в [2] для случая полуплоскости. В частности, было показано, что все изменения в значениях μ_V , происходящие в процессе ввода и вывода поля, целиком определяются изменением расстояния до первого ряда вихрей от поверхности (ε_1), а также был определен вид зависимости $\mu_V(\varepsilon_1)$. Однако причина, вызывающая различие в значениях ε_1 при вводе и выводе магнитного поля, осталась не выясненной. Неоднозначность в расчетах вихревых конфигураций, проявившаяся вследствие существования градиента dB/dx в глубине сверхпроводника (при учете сил пиннинга), не позволила решить задачу в полном объеме и восстановить из первых принципов поведение $\mu_V(H)$.

Более перспективным объектом для исследования природы необратимости $\mu_V(H)$ может явиться тонкая пластинка ВТСП, толщина которой $d \sim \lambda$. В этом случае градиентом магнитной индукции можно пренебречь, если поверхность пластинки ориентирована вдоль направления магнитного поля.

В настоящей работе получены теоретические полевые зависимости динамической магнитной проницаемости для тонкой пластинки ВТСП на основе численного расчета вихревых структур как для термодинамически равновесного (обратимого) состояния, так и для случая наличия условий, приводящих к необратимости исследуемых кривых, а также проведено сравнение теоретических кривых $\mu_V(H)$ с экспериментальными зависимостями магнитной проницаемости мелкозернистых образцов YBa₂Cu₃O_x (YBaCuO) с размерами зерен $\langle D \rangle \sim \lambda$, на основании чего дано объяснение эффекта гистерезиса $\mu_V(H)$ при циклическом изменении поля.

1. Теория. Случай термодинамического равновесия

Для образца в магнитом поле $H_{\Sigma} = H + h \sin(\omega t)$ колебательный вклад в динамическую магнитную проницаемость определяется, согласно [1], выражением

$$\mu_V = \frac{1}{\pi h} \int_{0}^{2\pi/\omega} dt \cos(\omega t) \frac{dB_V}{dt}, \qquad (1)$$

где B_V — та часть магнитной индукции, которая связана с колебательным движением вихрей, ω — частота.

Пусть пластинка сверхпроводника второго рода перпендикулярна оси x и занимает область пространства -d/2-d/2, а магнитное поле направлено вдоль оси z. Будем полагать (согласно общепринятой модели структуры вихревой решетки в тонкой пластинке [7,8]), что вихри магнитного потока образуют ряды, расположенные вдоль плоскости пластинки симметрично относительно ее оси (x = 0), а расстояние между вихрями a внутри всех рядов одинаково, причем позиции вихрей в соседних рядах смещены вдоль оси y на a/2 относительно друг друга. Учитывая, что в тонкой пластинке, толщина которой соизмерима с глубиной проникновения магнитного поля, величина потока вихря меньше кванта магнитного потока Φ_0 [9], для B_V можно записать

$$B_V = \frac{\Phi_0}{ad} \sum_{i=1}^N \left(1 - \frac{\operatorname{ch}(x_i/\lambda)}{\operatorname{ch}(d/2\lambda)} \right).$$
(2)

Здесь N — число рядов вихрей в пластинке, x_i — расстояние от *i*-го ряда до оси пластинки. Из (1) и (2) получаем

$$\mu_V = \frac{\Phi_0}{ad\lambda \operatorname{ch}(d/2\lambda)} \sum_{i=1}^N \frac{dx_i}{dH_{\Sigma}} \bigg|_{H_{\Sigma} = H} \operatorname{sh}(x_i/\lambda). \quad (3)$$

Выражение (3) позволяет рассчитать величину μ_V , если известны структура вихревой решетки (x_i , N, a) и ее подвижность при малом изменении поля.

Поиск равновесной вихревой конфигурации проводился численно с помощью следующей процедуры. Для заданных значений *a* и *N* находим точное расположение рядов в пластинке из условия баланса сил, действующих на вихри со стороны всех других вихрей, антивихрей и мейсснеровского экранирующего тока. Для удовлетворения граничных условий с учетом близости вихря к обеим граням пластинки для вихря с координатами (x_i, y_i) введем систему вихревых изображений: направленных вдоль внешнего поля, с координатами $(2dk + x_iy_i)$ $(k = -\infty - \infty, k \neq 0)$, и направленных против поля, с координатами $(d(2k + 1) - x_i, y_i)$ $(k = -\infty - \infty)$. С учетом этого условие баланса сил, действующих на вихрь в *p*-м ряду, имеет вид

$$\frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m,k=-\infty\\k\neq 0(n=p)}}^{N} (-1)^k K_1(\rho_{p,n,k,m}/\lambda)$$
$$\times \frac{dk + (-1)^k x_n - x_p}{\rho_{p,n,k,m}} + H \frac{\operatorname{sh}(x_p/\lambda)}{\operatorname{ch}(d/2\lambda)} = 0, \quad (4)$$

где

$$\rho_{p,n,k,m} = \left[\left(dk + (-1)^k x_n - x_p \right)^2 + \left(\frac{a}{4} - (-1)^k \frac{a}{4} + ma \right)^2 \right]^{1/2}$$

 K_i — функция Макдональда *i*-го порядка. Первый член выражения (4) учитывает силы, действующие на вихрь со стороны других вихрей и поля изображений, второй член — силы, действующие со стороны мейсснеровского экранирующего тока, причем в (4) использованы точные выражения, полученные в лондоновском приближении [10]. Далее рассчитывали плотность энергии Гиббса *G* полученной вихревой конфигурации, принимая за начало отсчета энергию пластинки в том же магнитном поле, но без вихрей [9]:

$$G = \frac{\Phi_0}{8\pi aD} \left[\sum_{p=1}^N b_V^p - 2H \sum_{p=1}^N \left(1 - \frac{\operatorname{ch}(x_p/\lambda)}{\operatorname{ch}(d/2\lambda)} \right) \right].$$
(5)

Первый член (5) описывает взаимодействие вихрей друг с другом и с полем изображений, причем полное поле в коре вихря в *p*-м ряду имеет вид

$$b_V^p = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \bigg[K_0(1/\varkappa) + 0.3835 \\ + \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{k,m=-\infty\\m\neq 0(n=p)}}^\infty (-1)^k K_0(\rho_{p,n,k,m}/\lambda) \bigg].$$
(6)

Варьируя параметр a при сохранении силового баланса, находим такое его значение, при котором плотность энергии Гиббса минимальна для данного N. Далее, сравнивая значения G_{\min} для разного числа рядов, определяем N, соответствующее наиболее термодинамически выгодной структуре вихрей.

Результаты расчетов показывают, что минимальному значению энергии Гиббса отвечает, как правило, такое *N*, при котором вихревая решетка внутри пластинки наиболее близка к треугольной. Однако точное соответствие



Рис. 1. Зависимости расстояния между вихрями вдоль рядов (*a*), положения ближайшего к поверхности ряда относительно оси пластинки (*b*), намагниченности (*c*), колебательного вклада в динамическую магнитную проницаемость (*d*) от магнитного поля. Расчеты выполнены для пластинки с $\lambda = 0.35 \,\mu\text{m}$ в термодинамически равновесном состоянии. Цифрами указано число рядов в пластинке. Сплошные линии отвечают $d/\lambda = 4$, штриховые — $d/\lambda = 2$. Штрихпунктирная линия — положение поверхности пластинки.

треугольной решетке имеет место лишь при больших N [8]. В случае же малых N при увеличении магнитного поля величина а осциллирует, отслеживая образование каждого последующего ряда вихрей (рис. 1, а). Из рис. 1, b видно, как при этом изменяется положение ближайшего к поверхности ряда вихрей. В соответствии с этим наблюдаются осцилляции как функции M(H), так и исследуемой зависимости $\mu_V(H)$ (рис. 1, *c* и *d*). На этих рисунках приведены зависимости M(H) и $\mu_V(H)$ для случаев $d/\lambda = 2$ и 4. Видно, что кривые $\mu_V(H)$ оказываются существенно зависящими от соотношения d/λ , причем даже в большей степени, чем намагниченность. Представляет интерес сравнить поведение расчетных термодинамических кривых $\mu_V(H)$, полученных для тонкой пластинки сверхпроводника, с экспериментально наблюдаемыми для мелкозернистных образцов ВТСП.

2. Сравнение с экспериментом. Учет пиннинга и поверхностного барьера

Экспериментальное изучение $\mu'_{ac}(H)$ для мелкозернистых образцов YBa₂Cu₃O_x показало, что для данных образцов в отличие от монокристаллических искомый вклад $\mu_V(H)$ от колебательного движения вихрей наблюдается практически в чистом виде, поскольку "биновский" вклад в μ'_{ac} от градиента вихрей в объеме зерен пренебрежимо мал в зернах размером $\sim \lambda$ (методика эксперимента подробно изложена в [1]). На рис. 2 приведена экспериментальная зависимость $\mu_V(H)$ для мелкозернистого YBa₂Cu₃O_x при 78 K, соответствующая

вводу и выводу магнитного поля и обнаруживающая гистерезисное поведение. Такой вид зависимости является типичным для образцов YBa₂Cu₃O_x с лубой микроструктурой, включая и монокристаллы [1–4].

Принимая во внимание наличие в реальном образце разброса по размерам зерен и сильную зависимость величины μ_V от соотношения d/λ , получим теоретическую кривую $\mu_V(H)$, пригодную для сравнения с экспериментом. При этом используются следующие модельные представления. Будем моделировать образец набором тонких пластин, ориентированных вдоль внешнего магнитного поля, с разбросом по толщине, соответствующим распределению по размерам зерен (сведения о таком распределении получены по данным электронной микроскопии и для удобства математической обработки могут быть представлены в виде нормального распределения Гаусса со средним размером $\langle d \rangle = 0.32\,\mu{
m m}$ и дисперсией $\sigma = \langle d \rangle$). Проведя усреднение по размерам d теоретических значений $\mu_V(H)$, получаем окончательно расчетную кривую 1 на рис. 2 (используя значение $\lambda = 0.38\,\mu\mathrm{m}$, полученное из обработки зависимостей M(H) при 78 K, аналогичной проведенной в [11]).

Видно, что скачки на расчетной кривой $\mu_V(H)$ после усреднения по размерами сгладились, а по характеру поведения и абсолютной величине данная кривая близка к экспериментальной зависимости при вводе поля. Этот факт заслуживает особого внимания, поскольку свидетельствует о том, что при входе вихрей в образац, повидимому, реализуется кривая B(H), близкая к равновесной (рис. 3), а возможное влияние на этот процесс таких факторов, как наличие пиннинга или поверхностного



Рис. 2. Зависимости колебательного вклада в динамическую магнитную проницаемость от магнитного поля (на вставке — зависимости от магнитного поля намагниченности того же образца). Точки — эксперимент для мелкозернистого YBa₂Cu₃O_x (T = 78 K) при вводе (кружки) и выводе (треугольники) магнитного поля. Сплошные кривые — расчет (с учетом распределения по размерам) для термодинамически равновесного состояния (1) и с учетом поверхностного барьера для выхода вихрей $H_{\min} = B + \Delta 2$. Штриховые линии — тот же расчет с дополнительным учетом силы пиннинга, направление которой соответствует направлению ввода (3) и вывода (4) магнитного поля.

барьера, крайне незначительно. Отметим, что поведение термодинамической кривой B(H) для тонкой пластинки отличается от соответствующей кривой для бесконечного образца (кривые 1 и 4 на рис. 3 соответственно) как наличием изломов, отвечающих входу очередного ряда вихрей, так и неравенством нулю величины B в полях $H < H_{c1}$. Последнее связано с увеличением влияния поверхностного слоя сверхпроводника с проникшим в него магнитным полем. Наклон кривой B(H) в этой области соответствует величине эффективной магнитной проницаемости μ_{eff} , которую можно определить экспериментально [12].

Учитывая явно выраженную необратимость экспериментальной кривой $\mu_V(H)$, введем в рассмотрение пиннинг и поверхностный барьер как возможные источники такой необратимости (имея в виду возможность проявления последнего при выходе вихрей из сверхпроводника).

Для учета влияния пиннинга введем в уравнение силового баланса силу пиннинга F_p , оценку которой получим на основе формулы $F_p = 4\pi j_c/c$ (c — скорость света), используя значение критического тока $j_c = 10^5 \text{ A/cm}^2$, характерное для мелкозернистых YBaCuO при азотных температурах [12] (заметим, что величина силы пиннин-

га при этом оказывается значительно меньше других учитываемых нами сил, т.е. пиннинг является слабым возмущением равновесного вихревого состояния). Под воздействием силы пиннинга положения рядов сдвигаются в сторону поверхности при вводе поля и от нее при выводе относительно термодинамически равновесного; возникающий в результате гистерезис имеет знак, противоположный экспериментальному, и размах, значительно меньший, чем реально наблюдающийся (о его величине можно судить из сравнения соответствующих кривых 1и 3 на рис. 2). Этот результат свидетельствует о том, что сила пиннинга не может быть ответственной за наблюдаемый эффект необратимости.

Для корректного описания процесса выхода вихрей необходимо принять во внимание возможное наличие поверхностного барьера и рассмотреть нижнюю границу области устойчивости смешанного состояния в тонкой пластинке ВТСП. Ранее аналогичная задача была решена в [13] для полуплоскости.

Существование барьера для выхода вихрей предполагает, что в процессе уменьшения поля от какого-то значения $H > H_{c1}$ в некоторой переходной области полей число вихрей не изменяется. Расчеты показывают, что в



Рис. 3. Зависимость магнитной индукции тонкой пластинки ВТСП $(d/\lambda = 4, \lambda = 0.35 \,\mu\text{m})$ от внешнего магнитного поля, параллельного плоскостям пластинки. Сплошные кривые: 1 расчет для термодинамически равновесного состояния вихревой решетки, 2 — нижняя границы устойчивости вихревого состояния в случае идеального барьера в пластинке ВТСП, 3 — кривая, отвечающая соотношению $H_{\min} = B + \Phi_0/4\pi\lambda^2$, которое использовалось в расчетах $\mu_V(H)$ при выводе поля (см. кривую 2 на рис. 2). Штриховая линия 4 — термодинамически равновесная кривая для бесконечного образца, рассчитанная по приближенной формуле, приведенной в [4] (дана для сравнения). Штрихпунктирная кривая — линия B = H. Стрелками обозначены кривые B(H), соответствующие неизменному количеству вихрей в переходной области.

этом случае вихри сдвигаются в сторону поверхности, а наклон B(H) на переходном участке близок к наклону начального участка термодинамической кривой, равному μ_{eff} (рис. 3). Такой процесс продолжается до тех пор, пока сила отталкивания со стороны мейсснеровского тока не станет меньше сил межвихревого взаимодействия. При этом значении поля $H = H_{\min}$ исчезает барьер для выхода вихрей из образца. Соответствующая кривая $H_{\min}(B)$ для случая идеального барьера представлена на рис. 3 (кривая 2).

Нижняя граница устойчивости смешанного состояния отвечает такому положению крайнего к поверхности ряда, в котором он находится в точке перегиба энергии Гиббса, т.е. в точке неустойчивости относительно малых изменений Н. Легко показать, что в этом случае величина μ_V обращается в бесконечность. Ввиду того что экспериментальыне значения $\mu_V(H)$ при выводе поля имеют вполне конечную величину, можно сделать вывод о том, что идеальный барьер на выходе вихрей также не реализуется в реальном образце ВТСП. Уточнить положение нижней границы устойчивости смешанного состояния в реальном исследуемом мелкозернистом образце YBaCO возможно, принимая во внимание экспериментальные реузультаты по измерению не только $\mu_V(H)$, но и намагниченности M(H) для данного образца (вставка на рис. 2).

Представленная на рис. 2 расчетная кривая 2 (полученная с учетом усреднения по размерам) отвечает кривой $H_{\min} = B + \Delta$ (где $\Delta \approx \Phi_0/4\pi\lambda^2 \approx 11$ Oe). Как видно из этого рисунка, именно при таких значениях полей выхода вихрей имеет место удовлетворительное согласие между теоретическими и экспериментальными кривыми как для зависимостей $\mu_V(H)$, так и для M(H). Видно также сколь незначительно сдвигается кривая 2 при учете силы пиннинга той же величины, что и при входе вихрей (кривая 4).

Таким образом, полученные результаты расчетов свидетельствуют о том, что наличие барьера для выхода вихрей (по величине несколько меньшего, чем для идеального сверхпроводника) может объяснить экспериментально наблюдаемую необратимость зависимостей $\mu_V(H)$ (так же как и зависимостей M(H) в области максимума). При этом, как уже отмечалось выше, входу вихрей более соответствует реализация практически равновесной решетки вихрей.

Относительно причины уменьшения поверхностного барьера (вплоть до фактического его исчезновения для входа вихрей) применительно к мелкозернистому УВаСиО при 78 К можно сделать несколько предположений. В частности, в основе этого эффекта может лежать как термоактивированный переход вихревых нитей через поверхностный барьер, так и влияние структурных неоднородностей на поверхности зерен образца [14,15].

Таким образом, проведенные расчеты вихревых структур при вводе и выводе магнитного поля в тонкой пластинке ВТСП (магнитное поле параллельно поверхности) как для термодинамически равновесного состояния, так и при учете поверхностного барьера и сил пиннинга, позволяющие получить согласованные с экспериментом теоретические полевые зависимости колебательного вклада в динамическую магнитную проницаемость $\mu_V(H)$ и намагниченности M(H), способствовали решению двух задач. Во-первых, установлены максимальное и минимальное значения внешнего поля, при которых реализуется смешанное состояние с данным количеством вихрей в зернах реального мелкозернистого образца YBaCuO при азотных температурах. Оказалось, что верхняя граница области существования смешанного состояния $H_{\text{max}}(B)$ близка к соответствующей термодинамической кривой, в то время как нижняя граница $H_{\min}(B)$ более отвечает кривой $B \approx H$.

Во-вторых, полученная информация позволяет полагать, что именно наличие барьера для выхода вихрей из сверхпроводника является ответственным за наблюдающийся экспериментально эффект необратимого поведения динамической магнитной проницаемости YBaCuO при циклическом изменении магнитного поля.

Авторы выражают благодарность Н.Г. Трусевичу за предоставленные экспериментальные данные по измерению статической намагниченности, а также В.П. Сакуну, К.И. Кугелю и А.Л. Рахманову за полезные дискуссии.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 95-02-05398), а также Научного совета по направлению "Сверхпроводимость" РНТП АНФКС (проект № 93112).

Список литературы

- L.G. Mamsurova, K.S. Pigalsky, V.P. Sakun, L.G. Scherbakova. Physica C200, 175 (1992).
- [2] Л.Г. Мамсурова, К.С. Пигальский, В.П. Сакун, Л.Г. Щербакова. ФТТ 37, 10, 2954 (1995).
- [3] Л.Г. Мамсурова, К.С. Пигальский, В.П. Сакун. ФНТ 22, 11, 1322 (1996).
- [4] В.П. Сакун, К.С. Пигальский. Хим. физика 15, 2, 3 (1996).
- [5] T. Ishida, R.B. Goldfarb. Phys. Rev. B41, 13, 8937 (1990).
- [6] L.M. Fisher, I.F. Voloshin, N.M. Makarov, V.A. Yampol'skii, E. Lópes-Cruz, F. Pérez-Rodriguez. J. Appl. Phys. 75, 7414 (1994).
- [7] В.В. Шмидт. ЖЭТФ **61**, *1*(7), 398 (1971).
- [8] А.И. Русинов, Г.С. Мкртчян. ЖЭТФ **71**, *2(8)*, 773 (1971).
- [9] В.В. Шмидт, Г.С. Мкртчян. УФН 112, 3, 459 (1974).
- [10] П. де Жен. Сверхпроводимость металлов и сплавов. М. (1968). 280 с.
- [11] А.С. Красильников, Л.Г. Мамсурова, К.К. Пухов, Н.Г. Трусевич, Л.Г. Щербакова. ЖЭТФ 109, 3, 1006 (1996).
- [12] А.А. Вишнев, А.С. Красильников, Л.Г. Мамсурова, Н.Г. Трусевич, Л.Г. Щербакова. СФХТ 7, 4, 630 (1994).
- [13] Ф.Ф. Терновский, Л.Н. Шехата. ЖЭТФ 62, 6, 2297 (1972).
- [14] L. Burlachkov, M. Konczykowski, Y. Yeshurun, F. Holtzberg. J. Appl. Phys. 70, 10, 5759 (1991).
- [15] F. Bass, V.D. Freilikher, B.Ya. Shapiro, M. Shvartser. Physica. C260, 231 (1996).