

## Переход металл–диэлектрик в самосогласованной теории локализации с учетом эффектов электрон–электронного взаимодействия

© Э.З. Кучинский, М.А. Эркабаев

Институт электрофизики Уральского отделения Российской академии наук,  
620219 Екатеринбург, Россия

(Поступила в Редакцию 1 апреля 1996 г.  
В окончательной редакции 24 сентября 1996 г.)

В рамках самосогласованной теории локализации, обобщенной в направлении учета эффектов электрон–электронного взаимодействия, численными методами исследуется частотное поведение обобщенного коэффициента диффузии как в металлической, так и в диэлектрической областях. Рассматривается поведение одночастичной плотности состояний вблизи перехода металл–диэлектрик. Вычисление одночастичной плотности состояний проводится с учетом влияния эффектов электрон–электронного взаимодействия на обобщенной диффузии.

Теоретическое изучение перехода металл–диэлектрик в неупорядоченных системах является одной из фундаментальных задач физики конденсированного состояния [1,2]. Принципиальные трудности здесь связаны с последовательным учетом электрон–электронного взаимодействия, важнейшая роль которого установлена даже для слабо неупорядоченных металлов [3]. При всех несомненных успехах существующего теоретико-полевого подхода [1,2,4–6], обобщающего скэйлинговую теорию локализации [1], эта задача еще далека от удовлетворительного решения, особенно в части сравнения с экспериментом. Теоретико-полевой подход позволяет проанализировать лишь непосредственную окрестность перехода [2], тогда как для эксперимента важно знать изменение свойств системы в достаточно широкой области описывающих переход параметров. В частности, авторам неизвестны работы, в которых теоретико-полевой подход был бы использован для описания свойств системы в диэлектрической области.

В теории перехода металл–диэлектрик, не учитывающей электрон–электронного взаимодействия, существует так называемая самосогласованная теория локализации [7–9], которая представляет собой удачную интерполяционную схему, позволяющую проводить вычисления в широкой области изменения параметров, от слабо неупорядоченного металла до андерсоновского диэлектрика. Причем результаты самосогласованной теории воспроизводят основные результаты скэйлинговой теории локализации [7,8].

В недавней работе авторов [10] была предпринята попытка построения теории перехода металл–диэлектрик в самосогласованной теории локализации, учитывающей эффекты электрон–электронного взаимодействия в первом порядке теории возмущений. При этом учитывалось существенное влияние электрон–электронного взаимодействия на обобщенный коэффициент диффузии системы. Рассматривалось несколько схем самосогласования, приводящих к различным физическим сценариям перехода металл–

диэлектрик. В частности, в зависимости от принимаемой схемы можно получить как непрерывный переход металл–диэлектрик, так и переход с минимальной металлической проводимостью. Хорошо известно, что современные эксперименты свидетельствуют в пользу сценария непрерывного перехода [1,2]. Для реалистического (в смысле сравнения с экспериментом) случая анализировалось частотное поведение обобщенного коэффициента диффузии в металлической и диэлектрической областях, а также рассчитывалась перенормировка одночастичной плотности состояний за счет электрон–электронного взаимодействия.

В [10] частотное поведение обобщенного коэффициента диффузии исследовалось численными методами для мацубаровских частот. Аналитического продолжения результатов на область вещественных частот не проводилось. При вычислении перенормировки одночастичной плотности состояний использовался обобщенный коэффициент диффузии самосогласованной теории локализации без учета эффектов электрон–электронного взаимодействия. В настоящей работе задача о частотном поведении обобщенного коэффициента диффузии рассматривается для вещественных частот, а вычисление одночастичной плотности состояний проводится с учетом влияния электрон–электронного взаимодействия на обобщенный коэффициент диффузии.

В самосогласованной теории локализации обобщенный коэффициент диффузии системы  $D(\omega)$  определяется уравнением [7–9]

$$\frac{D(\omega)}{D_0} = 1 - \frac{1}{\pi N_0(0)} \frac{D(\omega)}{D_0} \int_{|\mathbf{q}| < k_0} \frac{d^d \mathbf{q}}{(2\pi)^d} \frac{1}{-i\omega + D(\omega) \mathbf{q}^2}, \quad (1)$$

где  $D_0 = E_F / dm\gamma$  — классический (борновский) коэффициент диффузии,  $N_0(0)$  — одночастичная плотность состояний невзаимодействующих электронов на уровне Ферми,  $k_0 = x_0 \min\{k_F, l^{-1}\}$  — импульс обрезания,  $x_0 \simeq 1-2$  — параметр обрезания,  $k_F$  — импульс Ферми,  $E_F$  — энергия Ферми,  $l$  —

длина свободного пробега,  $\gamma = 1/2\tau$  — борновское затухание,  $\tau$  — время свободного пробега,  $d$  — размерность пространства.

Для случая  $d = 3$  обобщенный коэффициент диффузии самосогласованной теории локализации имеет следующий вид:

$$\frac{D(\omega)}{D_0} = \frac{3\pi\lambda}{2} \begin{cases} \left(\frac{\omega_c}{E_F}\right)^{\frac{1}{3}} = \alpha, & \omega \ll \omega_c, \quad \alpha > 0 \\ \text{(металл),} \\ \left(\frac{-i\omega}{E_F}\right)^{\frac{1}{3}}, & \omega \gg \omega_c \\ \text{(металл и диэлектрик),} \\ \left(\frac{\omega_c}{E_F}\right)^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{-i\omega}{E_F}\right), & \omega \ll \omega_c, \quad \alpha < 0 \\ \text{(диэлектрик),} \end{cases} \quad (2)$$

где  $\alpha = 1 - 3\lambda x_0$ ,  $\lambda = \gamma/\pi E_F$  — параметры беспорядка,  $\omega_c = (2|\alpha|/3\pi\lambda)^3 E_F$  — характерная частота. При значении параметра беспорядка  $3\lambda x_0 = 1$  статический обобщенный коэффициент диффузии системы обращается в нуль, что соответствует переходу Андерсона.

Рассмотрение в рамках самосогласованной теории локализации эффектов электрон-электронного взаимодействия в первом порядке теории возмущений для случая, соответствующего сценарию непрерывного перехода металл–диэлектрик, позволяет получить для обобщенного коэффициента диффузии системы следующее самосогласованное нелинейное интегральное уравнение [10]:

$$\begin{aligned} \frac{D(\omega)}{D_0} = 1 - \frac{1}{\pi N_0(0)} \frac{D(\omega)}{D_0} \int_{|\mathbf{q}| < k_0} \frac{d^d \mathbf{q}}{(2\pi)^d} \frac{1}{-i\omega + D(\omega)\mathbf{q}^2} \\ + \frac{8i}{d\pi} \frac{\mu D_0}{\pi N_0(0)} \int_{\omega}^{\infty} d\Omega \int_{|\mathbf{q}| < k_0} \frac{d^d \mathbf{q}}{(2\pi)^d} \\ \times \frac{\mathbf{q}^2}{(-i(\Omega + \omega) + D(\Omega + \omega)\mathbf{q}^2) (-i\Omega + D(\Omega)\mathbf{q}^2)^2}, \quad (3) \end{aligned}$$

где  $\mu = N_0(0)V_0$  — параметр взаимодействия,  $V_0$  — потенциал точечного взаимодействия.

Частотное поведение обобщенного коэффициента диффузии системы для случая  $d = 3$  выглядит следующим образом.

В металлической области

$$\frac{D(\omega)}{D_0} = \begin{cases} \alpha - \alpha^*, & \omega \ll \omega_c, \\ \frac{3\pi\lambda}{2} \left(\frac{-i\omega}{E_F}\right)^{\frac{1}{3}}, & \omega \gg \omega_c, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\omega_c = |\alpha - \alpha^*|^3 / (3\pi\lambda x_0/2)^2$  — характерная частота,  $\alpha^* = c\mu$  — сдвиг параметра беспорядка,  $c \simeq 0.89$ ; переход Андерсона сохраняется, но смещается в область меньших значений параметра беспорядка

$1 - 3\lambda x_0 = \alpha^* \simeq c\mu$ , критический индекс перехода  $\nu = 1$  остается неизменным, т.е. обобщенный коэффициент диффузии обращается в нуль линейно по параметру беспорядка  $\alpha - \alpha^*$ .

В диэлектрической области достаточно далеко от перехода, когда  $\alpha < 0$ , что соответствует диэлектрической области в самосогласованной теории локализации, и  $|\alpha| \gg \alpha^*$ , имеем

$$\frac{D(\omega)}{D_0} = \frac{3\pi\lambda}{2} \begin{cases} \left(\frac{\omega_c}{E_F}\right)^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{-i\omega}{E_F}\right), & \omega^* \ll \omega \ll \omega_c, \\ \left(\frac{-i\omega}{E_F}\right)^{\frac{1}{3}}, & \omega \gg \omega_c, \end{cases} \quad (5)$$

где  $\omega_c = |\alpha|^3 / (3\pi\lambda x_0/2)^2$ , а  $\omega^* \simeq 0.1\mu\alpha^2 / (3\pi\lambda x_0/2)^2$  — определяемая взаимодействием новая характерная частота. Следует отметить, что  $\omega^* \rightarrow 0$  при приближении к точке перехода металл–диэлектрик.

Итак, в диэлектрической области достаточно далеко от перехода, когда  $\alpha < 0$  и  $|\alpha| \gg \alpha^*$ , при частотах  $\omega \gg \omega^*$  частотное поведение обобщенного коэффициента диффузии также качественно не отличается от полученного в самосогласованной теории локализации.

В диэлектрической области вблизи перехода, когда  $\alpha - \alpha^* < 0$ , но  $\alpha > 0$ , что соответствует металлической области в самосогласованной теории локализации

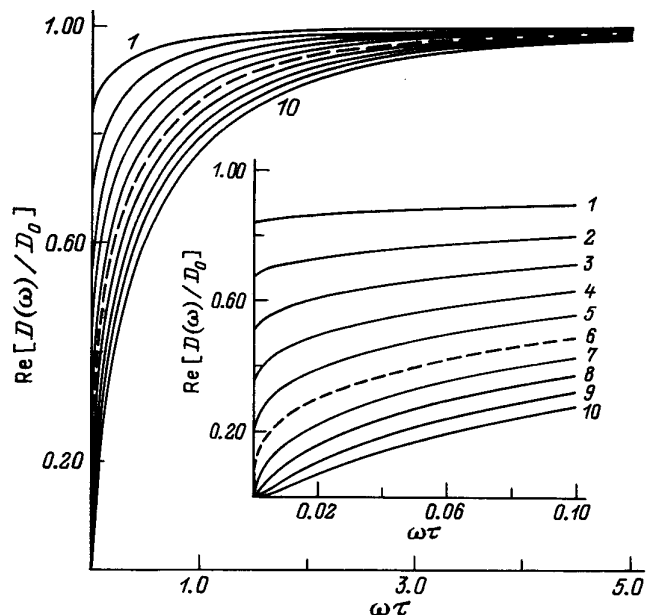


Рис. 1. Частотное поведение вещественной части обобщенного коэффициента диффузии при  $\frac{8}{3\pi}\mu = 1$  для различных значений параметра беспорядка  $3\lambda x_0$ : 1 — 0.1, ..., 5 — 0.5 — в металлической области; 7 — 0.7, ..., 10 — 1.0 — в диэлектрической области. Штриховая кривая (6) соответствует точке перехода металл–диэлектрик:  $3\lambda x_0 \simeq 0.6$ .

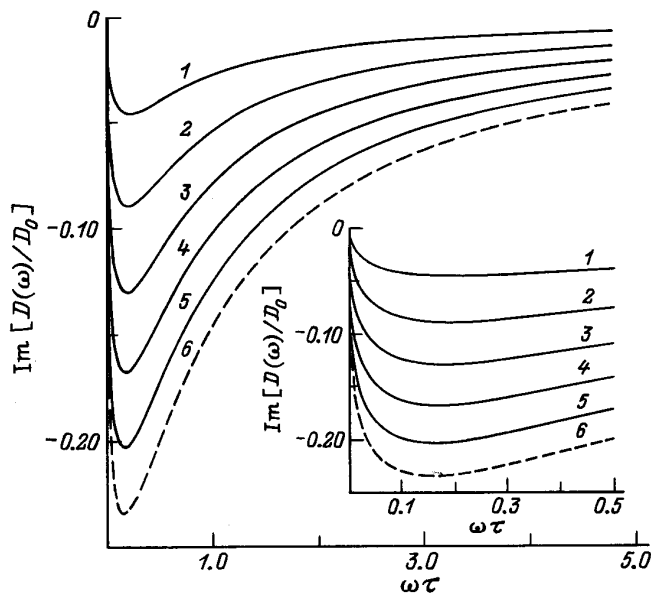


Рис. 2. Частотное поведение мнимой части обобщенного коэффициента диффузии при  $\frac{8}{3\pi}\mu = 1$  для различных значений параметра беспорядка  $3\lambda x_0$ : 1 — 0.1, ..., 6 — 0.6 — из металлической области до точки перехода металл–диэлектрик.

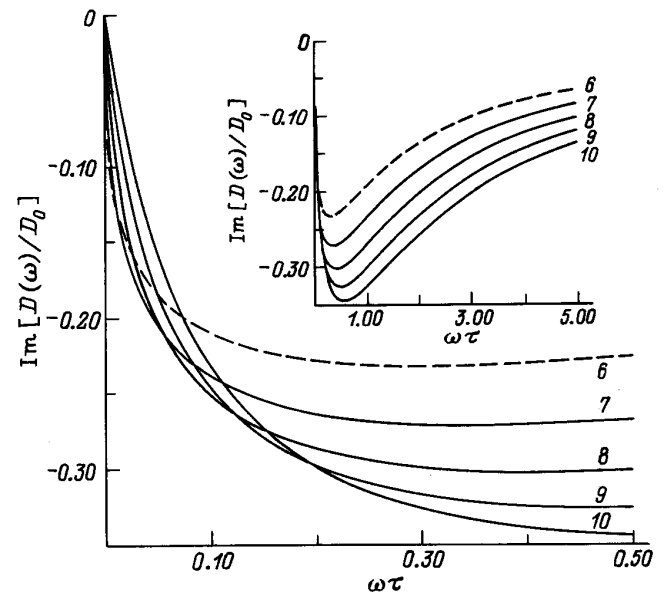


Рис. 3. Частотное поведение мнимой части обобщенного коэффициента диффузии при  $\frac{8}{3\pi}\mu = 1$  для различных значений параметра беспорядка  $3\lambda x_0$ : 6 — 0.6, ..., 10 — 1.0 — в диэлектрической области до точки перехода металл–диэлектрик.

ции,

$$\frac{D(\omega)}{D_0} = \begin{cases} (4.2\mu\lambda/\alpha)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{3\pi\lambda}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{-i\omega}{E_F}\right)^{\frac{1}{3}}, & \omega \ll \omega_c, \\ \frac{3\pi\lambda}{2} \left(\frac{-i\omega}{E_F}\right)^{\frac{1}{3}}, & \omega \gg \omega_c. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь  $\omega_c = |\alpha - \alpha^*|^3 / (3\pi\lambda x_0 / 2)^2$ , обобщенный коэффициент диффузии  $\sim \omega^{\frac{1}{3}}$  во всей области частот, но при низких частотах  $\omega \ll \omega_c$  коэффициент перед  $\omega^{\frac{1}{3}}$  отличается от получаемого в самосогласованной теории локализации и зависит от величины параметра взаимодействия.

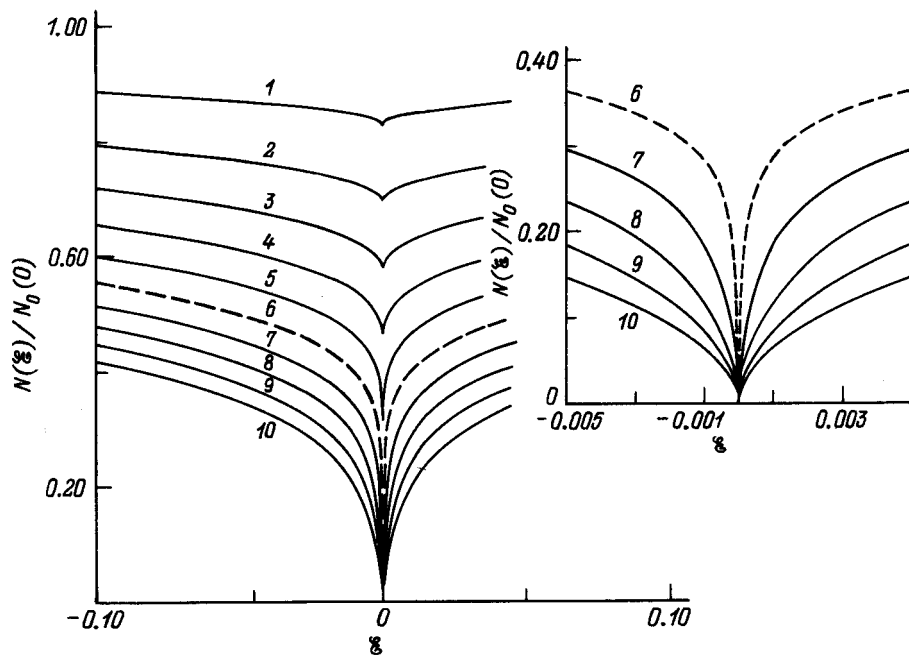
Нелинейное интегральное уравнение (3) исследовалось численными методами для широкой области частот как в металлической, так и в диэлектрической областях (см. Приложение). В соответствующих пределах результаты численных расчетов хорошо согласуются с аналитическими оценками (4)–(6).

Рис. 1 демонстрирует частотное поведение вещественной части обобщенного коэффициента диффузии при фиксированном параметре взаимодействия  $\frac{8}{3\pi}\mu = 1$  для различных значений параметра беспорядка  $3\lambda x_0$ : 1 — 0.1, ..., 5 — 0.5 — в металлической области; 7 — 0.7, ..., 10 — 1.0 — в диэлектрической области. Штриховая кривая (6) соответствует точке перехода металл–диэлектрик:  $3\lambda x_0 \approx 0.6$ . В металлической области с увеличением параметра беспорядка вещественная часть статического обобщенного коэффициента диффузии уменьшается в соответствии с (4) и в точке перехода металл–диэлектрик обращается в нуль. При малых частотах частотное

поведение вещественной части обобщенного коэффициента диффузии корневое (4). В диэлектрической области корневое поведение вещественной части обобщенного коэффициента диффузии меняется на степенное (5).

Рис. 2, 3 демонстрируют частотное поведение мнимой части обобщенного коэффициента диффузии при фиксированном параметре взаимодействия  $\frac{8}{3\pi}\mu = 1$  для различных значений параметра беспорядка  $3\lambda x_0$ : 1 — 0.1, ..., 5 — 0.5 — в металлической области; 7 — 0.7, ..., 10 — 1.0 — в диэлектрической области. Штриховые кривые (6) соответствуют точке перехода металл–диэлектрик. В металлической области при малых частотах частотное поведение мнимой части обобщенного коэффициента диффузии корневое (4). С увеличением параметра беспорядка коэффициент перед  $\omega^{\frac{1}{3}}$  растет, угол наклона кривых мнимой части обобщенного коэффициента диффузии вблизи нуля частоты увеличивается и достигает максимального значения в точке перехода металл–диэлектрик (рис. 2). В диэлектрической области при малых частотах частотное поведение мнимой части обобщенного коэффициента диффузии меняется на линейное. С увеличением параметра беспорядка коэффициент перед  $\omega$  уменьшается, угол наклона кривых мнимой части обобщенного коэффициента диффузии вблизи нуля частоты падает. С возрастанием частоты линейное поведение мнимой части обобщенного коэффициента диффузии меняется на корневое (5), (6) (рис. 3).

Рассмотрим влияние эффектов электрон–электронного взаимодействия на одночастичную плотность



**Рис. 4.** Плотность состояний системы в случае бесконечно широкой зоны при  $\frac{8}{3\pi}\mu = 1$  для различных значений параметра беспорядка  $3\lambda x_0$ :  $3\lambda x_0$ : 1 — 0.1, ..., 5 — 0.5 — в металлической области; 7 — 0.7, ..., 10 — 1.0 — в диэлектрической области. Штриховая кривая (6) соответствует точке перехода металл-диэлектрик. Энергия  $\varepsilon$  приведена в единицах  $D_0 k_0^2$ .

состояний системы

$$N(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \int \frac{d^d \mathbf{p}}{(2\pi)^d} G^R(\mathbf{p}, \varepsilon), \quad (7)$$

где  $G^{R(A)}(\mathbf{p}, \varepsilon) = [\varepsilon - \xi_{\mathbf{p}} - \Sigma_{ee}^{R(A)}(\mathbf{p}, \varepsilon)]^{-1}$  — запаздывающая (опережающая) одночастичная функция Грина,  $\varepsilon = E - E_F$  — энергия, отсчитываемая от уровня Ферми,  $\Sigma_{ee}^{R(A)}(\mathbf{p}, \varepsilon)$  — "фоковский" вклад в собственно энергетическую часть [3,10],

$$\begin{aligned} \Gamma_{ee}^{R(A)}(\mathbf{p}, \varepsilon) &= i \int_{\varepsilon}^{1/\tau} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{|\mathbf{q}| < k_0} \frac{d^d \mathbf{q}}{(2\pi)^d} \\ &\times G^{A(R)}(\mathbf{p} - \mathbf{q}, \varepsilon - \omega) V(\mathbf{q}) \gamma_{\mathbf{p}}^{RA}(\mathbf{q}, \omega) \\ &\approx i\gamma^2 \mu G_0^{A(R)}(\mathbf{p}, \varepsilon) [f_{\varepsilon} + g_{\varepsilon}]. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь

$$f_{\varepsilon} = \text{Re } S_{\varepsilon}, \quad g_{\varepsilon} = \text{Im } S_{\varepsilon},$$

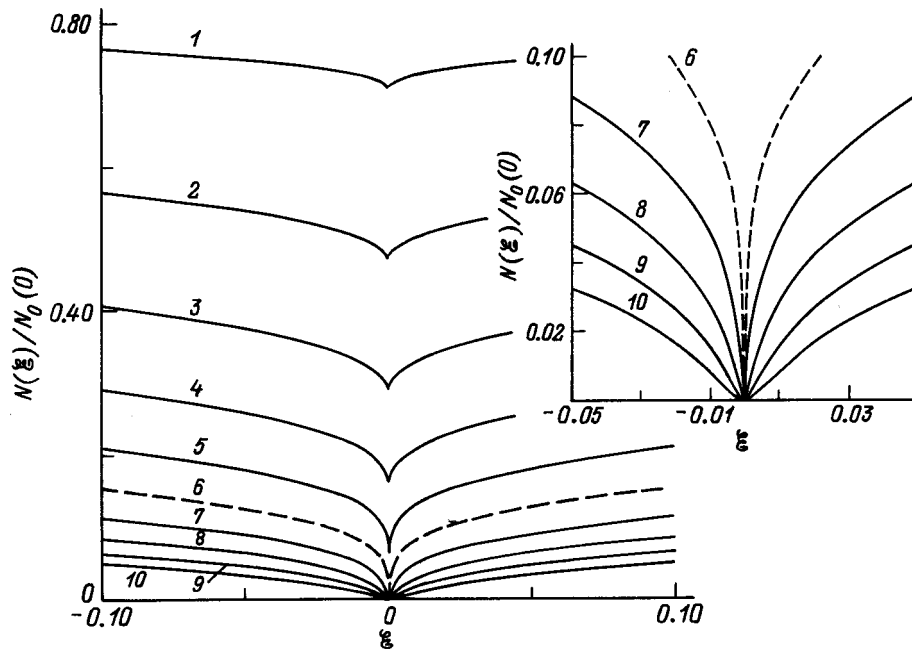
$$S_{\varepsilon} = 4N_0^{-1}(0) \int_{\varepsilon}^{1/\tau} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{|\mathbf{q}| < k_0} \frac{d^d \mathbf{q}}{(2\pi)^d} \frac{1}{[-i\omega + D(\omega)\mathbf{q}^2]^2}.$$

Поведение одночастичной плотности состояний системы (7) вблизи уровня Ферми исследовалось численными методами как в металлической, так и в диэлектрической областях для случаев бесконечно широкой зоны и зоны конечной ширины  $2E_F$  (см.

Приложение). Рассмотрение проводилось с учетом влияния эффектов электрон-электронного взаимодействия на обобщенный коэффициент диффузии (3). Результаты численных расчетов качественно хорошо согласуются с полученными ранее аналитическими оценками [10].

Результаты численных расчетов плотности состояний системы для случая бесконечно широкой зоны (рис. 4) демонстрируют образование и эволюцию "кулоновской псевдощели" вблизи уровня Ферми при переходе металл-диэлектрик с увеличением параметра беспорядка. В металлической области поведение плотности состояний вблизи "псевдощели" корневое [3]. При движении к переходу металл-диэлектрик глубина "псевдощели" растет, эффективная ширина области с корневой зависимостью плотности состояний уменьшается, и в точке перехода металл-диэлектрик плотность состояний на уровне Ферми обращается в нуль — образуется "кулоновская щель". В точке перехода металл-диэлектрик зависимость плотности состояний вблизи "щели" становится логарифмической [10]. В диэлектрической области корневая зависимость плотности состояний вблизи "щели" сохраняется.

Результаты численных расчетов плотности состояний системы для случая зоны конечной ширины (рис. 5) демонстрируют образование и эволюцию "кулоновской псевдощели" в плотности состояний при переходе металл-диэлектрик с увеличением параметра



**Рис. 5.** Плотность состояний системы в случае зоны конечной ширины  $2E_F$  при  $\frac{8}{3\pi}\mu = 1$  для различных значений параметра беспорядка  $3\lambda x_0$ .  $3\lambda x_0$ : 1 — 0.1, ..., 5 — 0.5 — в металлической области; 7 — 0.7, ..., 10 — 1.0 — в диэлектрической области. Штриховая кривая (6) соответствует точке перехода металл-диэлектрик. Энергия  $\epsilon$  приведена в единицах  $D_0 k_0^2$ .

тра беспорядка. В металлической области и в точке перехода металл-диэлектрик поведение плотности состояний качественно не отличается от поведения в случае бесконечно широкой зоны. В диэлектрической области корневое поведение плотности состояний вблизи "щели" меняется на степенное, что напоминает известное поведение "кулоновской щели" Эфроса-Шкловского [11,12] в диэлектрической области достаточно далеко от перехода металл-диэлектрик. Эффективная ширина области степенного поведения плотности состояний растет с увеличением параметра беспорядка.

Подобное поведение плотности состояний системы наблюдалось экспериментально в ряде неупорядоченных систем вблизи перехода металл-диэлектрик [1,2] (от аморфных сплавов [13-15] до неупорядоченных монокристаллов металлооксидов, включая высокотемпературные сверхпроводники [16]). Следует отметить, что при хорошем качественном соответствии с экспериментом удовлетворительное количественное соответствие отсутствует: в эксперименте эффективная ширина "псевдощели" вблизи перехода металл-диэлектрик значительно больше и поведение плотности состояний системы более соответствует степенной, а не логарифмической зависимости. В то же время получено значительное общее понижение плотности состояний системы в широком интервале энергий с ростом параметра беспорядка, что также наблюдается во всех экспериментах.

Авторы признательны М.В. Садовскому за постановку задачи и общее руководство работой, а также В.Г. Суворову за сотрудничество и обсуждения на начальном этапе работы.

Настоящая работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 96-02-16065-а).

### Приложение

Для случая  $d = 3$  нелинейное интегральное уравнение (3) после вычисления интегралов по импульсам, замены переменных  $\omega\tau \rightarrow \text{arth } z$ ,  $\Omega\tau \rightarrow \text{arth } x$ ,  $D(\omega)/D_0 \rightarrow D(z)$  и простых преобразований может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 D(z) &= 1 - (3\lambda x_0) \\
 &\times \left\{ 1 - \arctg \left( [iD(z)/\text{arth } z]^{\frac{1}{2}} \right) / [iD(z)/\text{arth } z]^{\frac{1}{2}} \right\} \\
 &+ i \left( \frac{8}{3\pi} \mu \right) (3\lambda x_0) D(z) \int_0^1 \delta x (1-x^2)^{-1} \frac{F(z_1, z_2)}{D(z_1)^2 D(z_2)}.
 \end{aligned}
 \tag{П1}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
 z_1 &= \frac{(x+z)}{(1+xz)}, \quad z_2 = \frac{z(1+xz) + (x+z)}{(1+xz) + z(x+z)}, \\
 F(z_1, z_2) &= f \left( \text{arth } z_1 / iD(z_1), \text{arth } z_2 / iD(z_2) \right),
 \end{aligned}$$

$$f(u, v) = \frac{u^{\frac{1}{2}}(u - 3v)\operatorname{arctg}(u^{-\frac{1}{2}}) + 2v^{\frac{3}{2}}\operatorname{arctg}(v^{-\frac{1}{2}}) - u(u - v)/(1 + u)}{2(u - v)^2},$$

для  $u = v$

$$f(u, u) = \frac{3}{8}u^{-\frac{1}{2}}\operatorname{arctg}(u^{-\frac{1}{2}}) - \frac{3}{8(1 + u)} - \frac{1}{4(1 + u)^2}.$$

Нелинейное интегральное уравнение (П1) решалось методом Эйткена-Стефенсена [17]. В качестве исходного приближения рассматривались результаты численного решения уравнения самосогласованной теории локализации без учета эффектов электрон-электронного взаимодействия (1). Интеграл в правой части равенства (П1) вычислялся методом Гаусса по  $\{x_i, i = 1, \dots, n\}$ -узлам,  $n \simeq 100-200$ . В каждой итерации значения функции  $D(z)$  в точках  $z_1$  и  $z_2$  вычислялись интерполяцией входящей функции  $\{D(x_i), i = 0, \dots, n + 1\}$  кубическими сплайнами с заданными граничными условиями: в металлической области  $D''(x_0) = D''(x_{n+1}) = 0$ , в диэлектрической области  $D''(x_0) = D''(x_0)|_{\mu=0} = 0$ ,  $D''(x_{n+1}) = D''(x_{n+1})|_{\mu=0} = 0$ .

Результаты численного решения нелинейного интегрального уравнения (П1) использовались при вычислении одночастичной плотности состояний (7), (8). Уравнение (8) для собственно энергетической части после вычисления интеграла по импульсу, замены переменных  $\omega\tau \rightarrow \operatorname{arth} x$ ,  $\varepsilon\tau \rightarrow \operatorname{arth} z$ ,  $D(\varepsilon + \omega)/D_0 \rightarrow D(v)$  (здесь  $v = \frac{(x+z)}{(1+xz)}$ ) и простых преобразований может быть представлено в следующем виде:

$$S_z = (3\lambda x_0) \int_0^1 dx \frac{D(v)^{-2}}{1 - x^2} \left\{ \operatorname{arctg}([iD(v)/\operatorname{arth} v]^{\frac{1}{2}}) \times [iD(v)/\operatorname{arth} v]^{\frac{1}{2}} - (1 + [iD(v)/\operatorname{arth} v]^{-1})^{-1} \right\}. \quad (\text{П2})$$

Численное интегрирование в уравнении (П2) выполнялось методом Гаусса по  $\{x_i, i = 1, \dots, n\}$ -узлам,  $n \simeq 100-200$ . Значения функции  $D(v)$  вычислялись интерполяцией численных результатов  $\{D(x_i), i = 0, \dots, n + 1\}$  (П1) кубическими сплайнами с аналогичными использованным выше заданными граничными условиями.

## Список литературы

- [1] P.A. Lee, T.V. Ramakrishnan. Rev. Mod. Phys. **57**, 287 (1985).
- [2] D. Belitz, T.R. Kirkpatrick. Rev. Mod. Phys. **66**, 261 (1994).
- [3] B.L. Altshuler, A.G. Aronov. In: Electron-Electron Interaction in Disordered Systems/ Ed. M. Pollak, A.L. Efros. North-Holland, Amsterdam (1984). P. 1.
- [4] А.М. Финкельштейн. ЖЭТФ **84**, 168 (1983).
- [5] А.М. Финкельштейн. ЖЭТФ **86**, 367 (1984).
- [6] C. Castellani, C. di Castro, P.A. Lee, M. Ma. Phys. Rev. **B30**, 527 (1984).
- [7] D. Vollhardt, P. Wolfe. In: Anderson Localization/ Ed. Y. Nagaoka, Fukuyama, Springer Verlag, N.Y. (1982). P. 26.
- [8] M.V. Sadovskii. Soc. Sci. Rev. Phys. **A7**, 1 (1986).
- [9] D. Vollhardt, P. Wolfe. In: Electronic Phase Transitions/ Ed. W. Hanke, Yu. Kopayev. North-Holland, Amsterdam (1992). P. 1.
- [10] Э.З. Кучинский, М.В. Садовский, В.Г. Суворов, М.А. Эркабаев. ЖЭТФ **107**, 2027 (1995).
- [11] A.L. Efros, B.I. Shklovskii. J. Phys. **C4**, L49 (1975).
- [12] A.L. Efros, B.I. Shklovskii. In: Electron-Electron Interaction in Disordered Systems/ Ed. M. Pollak, A.L. Efros. North-Holland, Amsterdam (1984). P. 409.
- [13] W.L. McMillan, Mochel. J. Phys. Rev. Lett. **46**, 556 (1981).
- [14] Y. Imry, Z. Ovadyahu. Phys. Rev. Lett. **49**, 841 (1982).
- [15] G. Hertel, D.J. Bishop, E.G. Spencer. et al. Phys. Rev. Lett. **50**, 743 (1983).
- [16] Н. Srikanth, К.Р. Rajeev. G.V. Shivashankar, А.К. Raychaudhuri. Physica **C195**, 87 (1992).
- [17] А.Ф. Верналь, В.С. Сизиков. Интегральные уравнения. Наук. думка, Киев (1986).