

## Электродинамическая конвекция свободных носителей заряда в полупроводниках

© Р.А. Браже

Ульяновский государственный технический университет,  
432027 Ульяновск, Россия

(Поступила в Редакцию 11 октября 1996 г.)

Показана возможность конвективного движения свободных носителей заряда в тонком слое полупроводника при наложении поперечного электрического поля. Исследованы условия возникновения такой электродинамической конвекции и критерии устойчивости конвективных ячеек.

Хорошо известно явление термоконвекции в жидкостях и газах. Оно было открыто Бенаром (1900 г.) и теоретически исследовано Рэлеем (1916 г.). Систематическое и подробное изложение различных аспектов, связанных с термоконвекцией в жидкостях, содержится в [1,2]. Известен также электрический аналог термоконвекции — электрогидродинамическая конвекция в жидких кристаллах [3]. В этом случае жидкий кристалл (нематик) помещается между прозрачными электродами, которые находятся под напряжением. Конвективная неустойчивость среды вызывает возмущения скорости частиц жидкости, зацепленные с их поляризацией. Таким образом, здесь роль градиента температуры играет градиент электрического потенциала.

В данной работе исследуются особенности электродинамического аналога этих явлений для свободных носителей заряда в полупроводниках, на возможность существования которого впервые обращено внимание автором [4]. Какие-либо другие работы, посвященные исследованию конвективных движений бенаровского типа электронного газа в полупроводниках, автору неизвестны. По-видимому, это связано со спецификой явления, требующей, во-первых, обеспечить в полупроводнике отсутствие столкновений носителей с рассеивающими центрами (так называемый баллистический режим [5]) и, во-вторых, реализовать в нем возможность появления неоднородностей их концентрации в электрическом поле и возникновение электрического аналога подъемной силы.

Как показано в [6], основными механизмами рассеяния заряда являются следующие: рассеяние на ионизированных примесях, спонтанное испускание оптических фононов и междолинное рассеяние. При этом движение носителей является баллистическим в широком интервале ускоряющих напряжений, если толщина образца  $L \lesssim L_b$ , где

$$L_b = \tau_s (2\hbar\omega_0/m^*)^{1/2}. \quad (1)$$

Здесь  $\tau_s \simeq 10^{-12} - 10^{-13}$  — время спонтанного испускания фононов,  $\omega_0$  — их предельная частота,  $m^*$  — эффективная масса носителей. При  $L > L_b$  баллистический режим сохраняется для напряжений

$U \gtrsim U_b$ , где

$$U_b = L^2 m^* / (2e\tau_s^2). \quad (2)$$

В этом случае носители заряда не успевают испустить фонон за время пробега по образцу. Снизу диапазон рабочих напряжений ограничен температурой образца ( $U > kT/e$ ), так как условием существования пространственных структур в полупроводнике является превышение средней направленной скоростью носителей заряда их тепловой скорости.

Рассмотрим теперь следующую задачу. Пусть полупроводниковый образец находится в постоянном однородном электрическом поле плоского конденсатора и изолирован от его обкладок тонкими слоями идеального диэлектрика (рис. 1). Относительно свойств и размеров образца введем предположения.

- 1) Полупроводник монополярный (для определенности  $n$ -типа).
- 2) Электроны проводимости возбуждаются термически и ведут себя как свободные электроны с постоянной изотропной эффективной массой  $m^*$ , образуя идеальный одноатомный электронный газ.
- 3) Электронный газ невырожден и подчиняется статистике Максвелла–Больцмана. При этом электроны располагаются вблизи дна зоны проводимости и имеют близкие значения энергии и скорости. Распределение электронов по скоростям не учитывается, что позволяет воспользоваться гидродинамическим приближением.
- 4) Режим движения электронов в полупроводнике является баллистическим, т. е.  $U > kT/e$  при  $L \lesssim L_b$  или  $U \gtrsim U_b$  при  $L > L_b$ , где  $L_b$  и  $U_b$  определяются выражениями (1), (2).

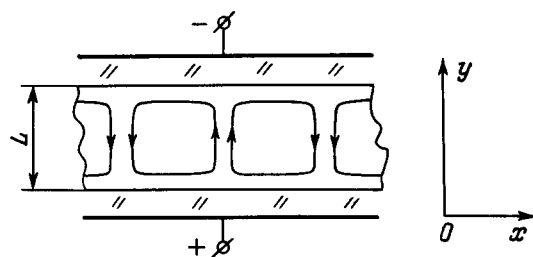


Рис. 1. Конфигурация рассматриваемой задачи.

5) Толщина образца превышает дебаевский радиус экранирования

$$L \gtrsim r_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon k T}{e^2 n}}, \quad (3)$$

так что в полупроводнике сохраняется квазинейтральность полного заряда, электронные сгустки не образуются, и сжимаемостью электронного газа можно пренебречь. Что касается неоднородностей концентрации носителей заряда, вызванных неоднородностями электрического поля, в масштабах, меньших  $r_D$ , то ими, разумеется, пренебречь нельзя, так как именно они приводят к возникновению конвекции.

### 1. Уравнения электродинамической конвекции

Исходная система уравнений, описывающих поведение электронного газа в рамках приведенной модели, включает уравнения движения

$$n \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right] = \frac{\nabla p}{m^*} + n D \Delta \mathbf{v} + n \frac{e \mathbf{E}}{m^*}, \quad (4)$$

тока

$$\mathbf{j}_- = -en\mathbf{v} + eD\nabla n \quad (5)$$

(где  $e$  — положительный заряд, численно равный заряду электрона), непрерывности

$$\nabla \mathbf{j} = e \frac{\partial n}{\partial t}, \quad (6)$$

несжимаемости

$$\nabla \mathbf{v} = 0, \quad (7)$$

состояния среды

$$n = n_0(1 + \beta\varphi'), \quad \beta = \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial \varphi} \quad (8)$$

(где  $\varphi' = \varphi - \bar{\varphi}$ ) — отклонение потенциала от среднего локального значения, взятого за начало отсчета).

Диффузионное слагаемое  $nD\Delta\mathbf{v}$  в уравнении (4) учитывает вязкость электронного газа, так как из кинетических соображений коэффициент вязкости  $\eta = D\rho$ , где  $\rho = nm^*$  — плотность электронного газа с учетом влияния кристаллической решетки.

Представив давление в виде  $p = \bar{p}_0 + p'$ , где  $\bar{p}_0$  — равновесное значение давления при  $n = n_0$ , для состояния равновесия ( $v = 0, n = n_0$ ) из (4) получаем  $\nabla \bar{p}_0 = n_0 e E$ . Тогда, подставляя (8) в (4) и пренебрегая в левой части полученного уравнения членами, содержащими  $\beta\varphi'$ , и сохраняя их в правой части, перепишем это уравнение в виде

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla p'}{n_0 m^*} + D \Delta \mathbf{v} + \frac{e E}{m^*} \beta \varphi' \mathbf{e}_y. \quad (9)$$

Разумеется, указанная процедура оправдана, когда вертикальное ускорение  $dv_y/dt$  мало по сравнению с  $eE/m^*$ , что обычно имеет место. Подставляя (6)–(8) в (5), получаем

$$\frac{\partial \varphi'}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla \varphi' = D \Delta \varphi'. \quad (10)$$

Система уравнений (8)–(10) содержит неоднородности концентрации носителей заряда лишь в уравнении движения, где они учитываются в члене с "подъемной" силой  $(eE/m^*)\beta\varphi'\mathbf{e}_y$ . С математической точки зрения эта система аналогична уравнениям термоконвекции Бенара–Рэлея в приближении Буссинеска [1,2], поэтому похожим будет и ее решение.

Линеаризуем задачу для малых возмущений равновесных параметров

$$p' = p_0 + p_1, \quad p_1 \ll p_0, \quad \varphi' = \varphi_0 + \varphi_1, \quad \varphi_1 \ll \varphi_0, \quad v = v_1$$

и, переходя к безразмерным величинам

$$\mathbf{v}^* = \mathbf{v}_1 L/D, \quad t^* = tD/L^2, \quad \nabla^* = L\nabla, \quad \Delta^* = L^2\Delta,$$

$$p^* = p_1 L^2/(n_0 m^* D^2), \quad \varphi^* = \varphi_1 U_0,$$

перепишем (8)–(10) в безразмерной форме (опустив звездочки)

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p + \Delta \mathbf{v} + \text{Br} \varphi \mathbf{e}_y, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} - (\mathbf{v} \mathbf{e}_y) = \Delta \varphi, \quad (12)$$

$$\nabla \mathbf{v} = 0, \quad (13)$$

где числовой параметр

$$\text{Br} = \frac{e}{m^*} \left( \frac{U_0 L}{D} \right)^2 \beta \quad (14)$$

играет ту же роль, что и число Рэлея Ra при свободной термоконвекции в жидкости.

Взяв  $\text{rot rot}$  от (11) и спроектировав полученное уравнение на ось  $y$ , получим систему из двух уравнений для возмущений вертикальной безразмерной скорости  $v_y$  и безразмерного потенциала  $\varphi$

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta v_y = \Delta \Delta v_y + \text{Br} \Delta_2 \varphi, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \Delta \varphi + v_y. \quad (16)$$

$$\Delta_2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Решая (15), (16) совместно с граничными условиями (электрически свободные границы)

$$y = 0, 1: \quad \varphi = 0, \quad v_y = 0, \quad \partial^2 v_y / \partial y^2 = 0$$

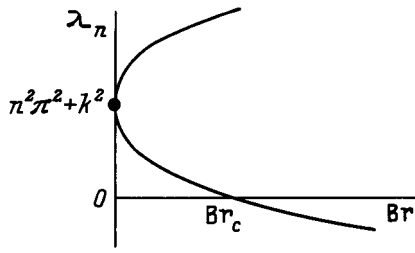


Рис. 2. Зависимость декремента затухания от критерия Br.

и представляя решение в виде нормальных волн возмущений

$$v_y(x, y, z, t) = v(y) \exp[-\lambda t + i(k_1x + k_3z)],$$

$$\varphi(x, y, z, t) = \varphi(y) \exp[-\lambda t + i(k_1x + k_3z)],$$

можно найти собственные значения декрементов затухания

$$\lambda_n = (n^2\pi^2 + k^2) \pm k\sqrt{\frac{Br}{n^2\pi^2 + k^2}}. \quad (17)$$

Зависимость  $\lambda_n$  от Br представлена на рис. 2, из которого видно, что, если Br превышает критическое значение

$$Br_c = (n^2\pi^2 + k^2)^3 / k^2, \quad (18)$$

декремент становится отрицательным, что означает нарастание одной из двух ветвей возмущения и возникновение конвективного процесса. Выражение (18) совершенно аналогично критерию Рэлея для конвекции Бенара–Рэлея [1,2], хотя ее спектр декрементов отличается от (17). В частности, при электродинамической конвекции свободных носителей заряда в полупроводниках отсутствуют мнимые значения декрементов, отвечающие колебательным неустойчивостям. Это связано с тем, что в отличие от числа Рэлея критерий Br принимает только положительные значения. Как и в случае конвекции Бенара–Рэлея, минимум  $Br_c$  достигается при волновом числе  $k_{\min} = n\pi/\sqrt{2}$

$$Br_{c \min} = \frac{27}{4}n^4\pi^4. \quad (19)$$

Для основной моды ( $n = 1$ ) из (19) получаем

$$k_{\min} = 2.21, \quad Br_{c \min} = 657.5.$$

## 2. Численные оценки и возможности эксперимента

Преобразуем выражение (14) для Br, имея в виду, что

$$\beta = \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial \varphi} \approx \frac{\Delta n/n}{U_0}.$$

В стационарном режиме устойчивой конвекции суммарный ток через поперечное электрическому полю сечение образца равен нулю и, согласно (5),  $e n \mu U_0 / L = e D \Delta n / L$ , откуда с использованием соотношения Эйнштейна  $D = \mu k T / e$  получаем  $\Delta n / n = \mu U_0 D = e U_0 / (k T)$  и

$$Br = \frac{e^4 U_0^2 L^2}{m^* \mu^2 k^3 T^3}. \quad (20)$$

Подставляя в (20)  $Br = Br_{c \min} = 657.5$ , получаем

$$U_0 L = \frac{\mu}{e^2} (k T)^{3/2} \sqrt{657.5 m^*}. \quad (21)$$

Для  $T = 300$  К критерий (21) принимает вид

$$U_0 L = 2.55 \cdot 10^{-7} \mu \sqrt{m_r^*} \text{ (V} \cdot \text{m)}, \quad (22)$$

где  $m_r^*$  — относительная эффективная масса электрона, выраженная в долях массы свободного электрона.

Поскольку баллистический режим движения свободных носителей заряда в полупроводниках выполняется при субмикронных толщинах образца [6], то, как следует из (1), для наблюдения электродинамической конвекции целесообразно выбирать полупроводники с малой эффективной массой носителей и большой предельной частотой фононов. Например, для InSb ( $m_r^* = 0.014$ ,  $\hbar\omega_0 = 0.23$  eV,  $\epsilon = 16.8$ ,  $\mu_n = 7.8$  m<sup>2</sup>/(V·s))  $L_b \approx 0.12$  μm. Для выполнения условия (3) при  $T \approx 300$  К положим  $r_D \approx 0.05$  μm, что достигается при концентрации электронов  $n \gtrsim 10^{22}$  m<sup>-3</sup>. Тогда для толщин образца  $0.05 \lesssim L \lesssim 0.12$  μm условия баллистичности выполняются при любых ускоряющих напряжениях. Однако для наблюдения конвекции на основной моде при  $L \approx 0.1$  μm, согласно (22), требуется напряжение  $U_0 \approx 2.2$  V. При этом напряженность электрического поля в образце близка к пробойному значению. При толщинах  $L > L_b$ , например  $L \approx 1.0$  μm, для обеспечения режима баллистичности, согласно (2), требуются напряжения, превышающие  $U_b \approx 16$  V, в то время как из (22) получается значение  $U_0 \approx 0.22$  V. Следовательно, условия экспериментального наблюдения электродинамической конвекции свободных носителей заряда в реальных полупроводниках хотя и с трудом, но вполне реализуемы.

Размеры конвективных ячеек сопоставимы с толщиной образца. Так, в случае ячеек квадратной формы их пространственный период равен  $4L$  [1], что при  $L = 0.1$  μm соизмеримо с длиной волны фиолетового света в вакууме. Это позволяет предложить дифракционный метод визуализации конвективной структуры в полупроводнике с использованием прозрачных электродов в виде пленок SnO<sub>2</sub> на стеклянной подложке. При этом дифракцию можно наблюдать как в отраженном, так и в проходящем свете, так как при таких толщинах пленки InSb достаточно прозрачны для света с длиной волны  $\lambda \approx 0.4$  μm. Дополнительная

генерация фотоносителей на исследуемом эффекте не скажется, так как приведет лишь к уменьшению величины  $r_D$ , т. е. облегчит выполнение условия (3).

Можно надеяться, что явление электродинамической конвекции свободных носителей заряда в полупроводниках найдет применение для исследования особенностей электропроводности твердых тел и будет использовано для создания новых типов электронных приборов.

## Список литературы

- [1] Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М. (1972). 392 с.
- [2] Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий, А.А. Непомнящий. Устойчивость конвективных течений. М. (1989). 320 с.
- [3] A. Joets, R. Ribotta. Lecture Notes in Physics / Ed. J.E. Westreid and S. Zalesky. В. (1984). P. 294.
- [4] Р.А. Браже. Электродинамическая конвекция свободных носителей заряда в полупроводниках. Тез. докл. 27-й науч.-техн. конф. УлПИ. Ульяновск (1993). С. 3–5.
- [5] M. Shur, L. Eastman. IEEE Trans. Electron Devices **26**, 11, (1979).
- [6] Ю.А. Ермолаев, А.Л. Санин. Электронная синергетика. Л. (1989). 248 с.