

# Дисперсия и неустойчивость дрейфовых волн в мелкослоистой полупроводниковой структуре

© А.А. Булгаков<sup>¶</sup>, О.В. Шрамкова<sup>¶¶</sup>

Институт радиофизики и электроники Национальной академии наук Украины,  
61085 Харьков, Украина

(Получена 30 июня 2005 г. Принята к печати 22 апреля 2006 г.)

Рассмотрены дрейфовые волны в мелкослоистой полупроводниковой периодической структуре, помещенной в электрическое поле, под действием которого возникает дрейф носителей разного знака. Показано, что дрейфовые волны в такой структуре могут распространяться под углом к направлению тока, а их свойства определяются толщинами слоев и направлением распространения. Эти волны образуются из волн концентрации в отдельных слоях, т.е. являются „коллективными“ волнами. Получены условия возникновения неустойчивостей и аналитические соотношения для инкрементов нарастания. Возникновение неустойчивостей связано с обменом энергией между дрейфовыми волнами отдельных слоев.

PACS: 73.20.Mf

## 1. Введение

Во второй половине прошлого века были достигнуты значительные успехи в освоении для практических целей широкого спектра частот электромагнитных волн вплоть до субмиллиметрового диапазона длин волн. Однако диапазон волн короче миллиметра (терагерцовый диапазон) оказался в стороне от этих достижений. В то же время терагерцовый диапазон может оказаться интересным не только в уже освоенных практически направлениях, но и в совершенно новых, как, например, медицина и исследование реликтовых излучений Вселенной.

Основным направлением современной технологии является создание объектов малых размеров порядка нескольких микрометров или меньше. Впечатляющие успехи технологии достигнуты в области создания наноструктур с размерами в тысячные и сотые доли микрометра.

В данной работе теоретически исследуются электродинамические свойства мелкослоистой периодической полупроводниковой структуры. Такая структура по сути является новым материалом, который может быть получен легированием одного и того же полупроводника (например, GaAs). Это так называемый *nipi*-кристалл. Если толщины слоев составляют от 0.1 до нескольких микрометров, то для терагерцового диапазона такая периодическая структура представляет собой одноосный анизотропный материал [1,2]. Так как толщины слоев больше длины свободного пробега электронов (или сравнимы с ним), рассмотрение ведется с помощью гидродинамической теории [3]. Это позволило получить простые аналитические формулы для инкрементов неустойчивости, возникающей во внешнем электрическом поле, при распространении собственных волн под произвольным углом к направлению дрейфа носителей. В работе рассмотрены особенности двухпоточ-

вых неустойчивостей, получивших в работах 60-х годов названия сносочная [4], резонансная неустойчивость (неустойчивость Бунемана) [5–7] и резонансная неустойчивость Бома и Гросса [8], которые были исследованы для однородных сред — газоразрядной и полупроводниковой плазмы. Оказывается, что в *nipi*-кристаллах имеется несколько эффективных плазменных частот, значения которых зависят от угла распространения волны и соотношения между толщинами слоев. Это приводит к ряду своеобразных резонансных взаимодействий.

## 2. Постановка задачи и дисперсионное соотношение

Рассмотрим безграничную периодическую структуру, образованную слоями двух полупроводников *n*- и *p*-типа проводимости. Будем предполагать, что структура помещена во внешнее электрическое поле, вызывающее дрейф электронов со скоростью  $v_{0e}$  в *n*-слое толщиной  $d_1$  и дрейф дырок со скоростью  $v_{0h}$  в *p*-слое толщиной  $d_2$ . Расположим оси координат таким образом, чтобы дрейф носителей происходил вдоль оси *Ox*, а направление периодичности структуры совпадало с осью *Oz*.

Электромагнитные процессы в такой структуре описываются уравнениями Максвелла, а также уравнениями непрерывности и движения носителей:

$$\begin{cases} \frac{\partial n_1}{\partial t} + \operatorname{div}(n_{01}\mathbf{v}_1 + n_1\mathbf{v}_{0e}) = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} + (\mathbf{v}_{0e}\nabla)\mathbf{v}_1 = -\frac{e}{m_e}\mathbf{E}_1, \\ \frac{\partial n_2}{\partial t} + \operatorname{div}(n_{02}\mathbf{v}_2 + n_2\mathbf{v}_{0h}) = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{v}_2}{\partial t} + (\mathbf{v}_{0h}\nabla)\mathbf{v}_2 = \frac{e}{m_h}\mathbf{E}_2, \end{cases} \quad (1)$$

где  $n_{01}$  и  $n_{02}$  — равновесные концентрации электронов и дырок соответственно,  $n_1$ ,  $n_2$  и  $\mathbf{v}_1$ ,  $\mathbf{v}_2$  — переменные концентрации и скорости носителей,  $m_e$  и  $m_h$  — массы

<sup>¶</sup> E-mail: bulgakov@ire.kharkov.ua

<sup>¶¶</sup> E-mail: oksana@ire.kharkov.ua  
Fax: 380(0572)441105

электронов и дырок. Переменные величины в этих уравнениях будем искать в виде  $\exp(ik_x x + ik_{z1,z2} z - i\omega t)$ , где

$$k_{z1,z2} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{s1,s2} - k_x^2},$$

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{01} - \frac{\omega_{L1}^2}{\omega(\omega - k_x v_{0e})},$$

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{02} - \frac{\omega_{L2}^2}{\omega(\omega + k_x v_{0h})},$$

$\omega_{L1,L2}$  — ленгмюровские частоты,  $\varepsilon_{01,02}$  — решеточные части диэлектрических проницаемостей  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  слоев. Так как в направлении оси  $Oy$  слои однородны, можно положить  $\partial/\partial y = 0$ . В этом случае уравнения Максвелла разделяются на уравнения для двух поляризаций. В работе рассматривается поляризация с компонентами электрического поля  $E_x, E_z$  и магнитного поля  $H_y$ , отличными от нуля.

Дрейф носителей в слоях приводит к возникновению поверхностных токов вдоль границы раздела. Предположим, что толщина переходного слоя гораздо меньше длины волны колебаний. В этом случае условия должны учитывать разрыв нормальных составляющих электрической индукции и непрерывность тангенциальных составляющих электрического поля на границах слоев [9]:

$$D_{z2} - D_{z1} = -\frac{\omega_{L1}^2 k_x v_{0e}}{(\omega - k_x v_{0e})^2 \omega} E_{z1} - \frac{\omega_{L2}^2 k_x v_{0h}}{(\omega + k_x v_{0h})^2 \omega} E_{z2}$$

$$E_{x1} = E_{x2}. \quad (2)$$

Используя метод матрицы передачи, связывающей поля в начале и конце периода, и теорему Флоке, учитывая периодичность структуры, получаем известное в литературе [10] дисперсионное соотношение:

$$\cos \bar{k} d = \cos k_{z1} d_1 \cos k_{z2} d_2 - \frac{1}{2} \left[ \frac{k_{z1} \varepsilon_2}{k_{z2} \varepsilon_1} + \frac{k_{z2} \varepsilon_1}{k_{z1} \varepsilon_2} \right] \sin k_{z1} d_1 \sin k_{z2} d_2, \quad (3)$$

где  $d = d_1 + d_2$ ,  $\bar{k}$  — блоховское волновое число.

Проведем исследование уравнения (3) для случая мелкослоистой среды, т.е. будем предполагать, что  $k_{z1} d_1, k_{z2} d_2 \ll 1$ . Тогда блоховское волновое число  $\bar{k} = k_z$  является величиной поперечного волнового вектора одноосной среды [1,2], а дисперсионное соотношение для мелкослоистой полупроводниковой структуры имеет вид

$$k_x^2 \varepsilon_{xx} + k_z^2 \varepsilon_{zz} = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz}, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_{xx} = (\varepsilon_1 d_1 + \varepsilon_2 d_2)/d$ ,  $\varepsilon_{zz} = d(d_1/\varepsilon_1 + d_2/\varepsilon_2)^{-1}$ . Как известно [4,11], в случае однородной плазмы это уравнение имеет решение для плазменных и обычных плоских электромагнитных волн. В нашем случае аналогичные решения получаются, если, например, положить  $k_z = 0$ .

Тогда для плазменной волны имеем  $\varepsilon_{xx} = 0$ , для поперечной  $k_x^2 = \omega^2 \varepsilon_{zz}/c^2$ . Если  $k_x = 0$ , то частоты плазменных волн определяются из соотношений  $\varepsilon_{1,2} = 0$ ,  $\varepsilon_{zz}^{-1} = 0$ , а  $k_z^2 = \omega^2 \varepsilon_{xx}/c^2$ . Таким образом, в анизотропной среде электродинамические свойства структуры существенно зависят от направления распространения волны. Наличие постоянного электрического поля приводит к ряду особенностей во взаимодействии волн. Эти особенности будут рассмотрены в нашей работе.

### 3. Неустойчивости при распространении волн вдоль направления дрейфа

Рассмотрим распространение волн в направлении, близком к оси  $Ox$ , т.е. будем предполагать, что  $k_z \ll k_x$ . Тогда уравнение (4) можно записать в следующем виде:

$$\varepsilon_{xx} \left( \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{k_x^2}{\varepsilon_{zz}} \right) = k_z^2.$$

Если  $k_z \rightarrow 0$ , то в этом приближении имеем два соотношения:

$$\varepsilon_1 d_1 + \varepsilon_2 d_2 = 0 \quad (\varepsilon_{xx} = 0); \quad (5a)$$

$$\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 \frac{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 d} = 0. \quad (5b)$$

Для решения уравнения (5a) запишем его в явном виде:

$$1 - \frac{\tilde{\omega}_{p1}^2}{(\omega - k_x v_{0e})^2} - \frac{\tilde{\omega}_{p2}^2}{(\omega + k_x v_{0h})^2} = 0, \quad (6)$$

где введены обозначения

$$\tilde{\omega}_{p1} = \omega_{p1} \sqrt{\frac{\varepsilon_{01} d_1}{\varepsilon_{01} d_1 + \varepsilon_{02} d_2}},$$

$$\tilde{\omega}_{p2} = \omega_{p2} \sqrt{\frac{\varepsilon_{02} d_2}{\varepsilon_{01} d_1 + \varepsilon_{02} d_2}},$$

$\omega_{p1} = \omega_{L1}/\sqrt{\varepsilon_{01}}$ ,  $\omega_{p2} = \omega_{L2}/\varepsilon_{02}$  — плазменные частоты. Уравнение (6) является полным уравнением четвертой степени по  $\omega$ . Введем обозначения  $\Omega = \omega - k_x v_{0e}$  и  $v = v_{0e} + v_{0h}$  и будем предполагать, что

$$\tilde{\omega}_{p1} \gg \tilde{\omega}_{p2}. \quad (7a)$$

Тогда получим уравнение (аналогичное (1.46) в монографии [4])

$$1 - \frac{\tilde{\omega}_{p1}^2}{\Omega^2} - \frac{\tilde{\omega}_{p2}^2}{(\Omega + k_x v)^2} = 0.$$

Его решение:

$$\omega_{1,2} \approx k_x v_{0e} \pm \tilde{\omega}_{p1},$$

$$\omega_{3,4} \approx -k_x v_{0h} \pm \tilde{\omega}_{p2} \sqrt{\frac{k_x^2 v^2}{k_x^2 v^2 - \tilde{\omega}_{p1}^2}}. \quad (7b)$$

Если

$$\tilde{\omega}_{p1} \ll \tilde{\omega}_{p2}, \quad (8а)$$

то будем иметь подобное решение:

$$\begin{aligned} \omega_{5,6} &\approx -k_x v_{0h} \pm \tilde{\omega}_{p2}, \\ \omega_{7,8} &\approx k_x v_{0e} \pm \tilde{\omega}_{p1} \sqrt{\frac{k_x^2 v^2}{k_x^2 v^2 - \tilde{\omega}_{p2}^2}}. \end{aligned} \quad (8б)$$

Видно, что в случае  $k_x v < \tilde{\omega}_{p1}$  (или  $k_x v < \tilde{\omega}_{p2}$ ) решения  $\omega_3$  (или  $\omega_7$ ) будут неустойчивыми. Эта неустойчивость в работе [4] названа сносной, так как связана с волнами, имеющими групповую скорость  $v_g = \partial\omega/\partial k_x$ , приблизительно равную скорости дрейфа. Отличие от работы [4] состоит в том, что плазменные частоты в нашей задаче зависят от толщин слоев  $d_{1,2}$ . Заметим, что технологически проще мелкослоистую среду получать из одного и того же полупроводника путем легирования различными примесями для получения  $n$ - и  $p$ -слоев. Тогда решеточные проницаемости будут приблизительно равны,  $\varepsilon_{01} \approx \varepsilon_{02}$ , и при  $d_1 \gg d_2$  будет реализовываться случай (7а), а для противоположного неравенства толщин — (8а). Предполагается, что электронная и дырочная плазменные частоты различаются меньше, чем толщины слоев.

Следуя [4], рассмотрим резонансное взаимодействие дрейфовых и плазменных волн, когда  $\Omega = k_x v \approx \tilde{\omega}_{p1}$ . Добавка первого порядка малости  $\delta\Omega$  для соотношения (7а) равна

$$\delta\Omega = \begin{cases} -\sqrt{(\tilde{\omega}_{p2}^2/2)k_x v} \\ \sqrt{(\tilde{\omega}_{p2}^2/2)k_x v(1 \pm i\sqrt{3})} \end{cases}, \text{ и } \omega = k_x v + \tilde{\omega}_{p1} + \delta\Omega. \quad (9)$$

В этом случае инкремент нарастания оказывается наибольшим. Аналогичное решение может быть получено и в случае (8а). Этот тип неустойчивости называется резонансной неустойчивостью (неустойчивость Бунемана) [5–7].

Если  $\tilde{\omega}_{p1} \approx \tilde{\omega}_{p2} = \tilde{\omega}_p$ , то преобразование уравнения удобно произвести иначе. Обозначим  $\omega - k_x v_{0e} = \Omega - k_x v$  и  $\omega + k_x v_{0h} = \Omega + k_x v$ , а уравнение (6) преобразуется следующим образом:

$$1 - \frac{\tilde{\omega}_p^2}{(\Omega - k_x v)^2} - \frac{\tilde{\omega}_p^2}{(\Omega + k_x v)^2} = 0. \quad (10)$$

Это биквадратное уравнение относительно  $\Omega$ , а его решение в случае, если  $\tilde{\omega}_p > k_x v$ , имеет вид

$$\begin{aligned} \omega &= k_x \frac{v_{0e} - v_{0h}}{2} \pm \sqrt{\tilde{\omega}_p^2 + k_x^2 v^2 \pm \tilde{\omega}_p \sqrt{\tilde{\omega}_p^2 + 4k_x^2 v^2}} \\ &\approx k_x \frac{v_{0e} - v_{0h}}{2} \pm \begin{cases} \sqrt{2}\tilde{\omega}_p \left(1 + \frac{3}{4} \frac{k_x^2 v^2}{\tilde{\omega}_p^2}\right) \\ ik_x (v_{0e} + v_{0h}) \end{cases}. \end{aligned} \quad (11)$$

Таким образом, одно решение является нарастающим, а действительная часть частоты меньше инкремента

нарастания. Эта неустойчивость обусловлена тем, что возмущение электрического поля притормаживает носители одного знака и ускоряет носители другого знака. В результате электрическое поле возрастает, и поле одного пучка модулирует плотность носителей другого. Этот процесс приводит к возникновению волны концентрации и нарастанию амплитуды возмущения концентрации. Такой процесс можно назвать неустойчивостью Бома и Гросса [8].

Перейдем к уравнению (5б). Можно показать, что все его решения оказываются устойчивыми, а волны, дисперсия которых описывается этим соотношением, — это поперечные волны. Заметим, что частота собственных волн больше, чем плазменные частоты слоев.

Таким образом, неустойчивость возникает только в продольных волнах, связанных с изменением концентрации в электронном и дырочном потоках. В зависимости от соотношений между толщинами слоев меняются характер неустойчивости и величина инкремента нарастания.

#### 4. Произвольное направление распространения волн

Для анализа неустойчивостей волн, распространяющихся под углом к направлению движения носителей, преобразуем исходное уравнение (4):

$$\begin{aligned} k_x^2 \frac{d_1 d_2}{d^2} \left( \frac{\varepsilon_1^2}{\varepsilon_2^2} + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \frac{d_1^2 + d_2^2}{d_1 d_2} + 1 \right) + k_z^2 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \\ = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\varepsilon_1}{d} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} d_1 + d_2 \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Рассмотрим случай электростатических волн, т.е. будем предполагать, что  $c \rightarrow \infty$ . Тогда из этого соотношения получим квадратное уравнение для отношения  $\varepsilon_1/\varepsilon_2$ , коэффициенты которого не зависят от частоты. Решение этого уравнения имеет вид

$$\alpha_{1,2} = \frac{1}{2} \left( \gamma + \frac{k_z^2}{k_x^2} (2 + \gamma) \right) \mp \frac{1}{2} \sqrt{\left( \gamma + \frac{k_z^2}{k_x^2} (2 + \gamma) \right)^2 - 4},$$

где

$$\gamma = \frac{d_1}{d_2} + \frac{d_2}{d_1}. \quad (13)$$

Окончательно получаем:

$$\varepsilon_1/\varepsilon_2 = -\alpha_{1,2}. \quad (14)$$

Отметим, что корни  $\alpha_{1,2}$  положительны при любых значениях параметров. Это значит, что одна из диэлектрических проницаемостей должна быть отрицательной, а другая положительной. Следовательно, в случае пренебрежения запаздыванием частоты собственных волн должны лежать в диапазоне между плазменными частотами слоев  $n$ - и  $p$ -типа. Кроме того,  $\alpha_1 = \alpha_2^{-1}$ . Физический смысл двух корней можно определить, если

положить  $k_z = 0$ , тогда  $\alpha_1 = d_2/d_1$ ,  $\alpha_2 = d_1/d_2$ . Оба случая были рассмотрены в предыдущем разделе.

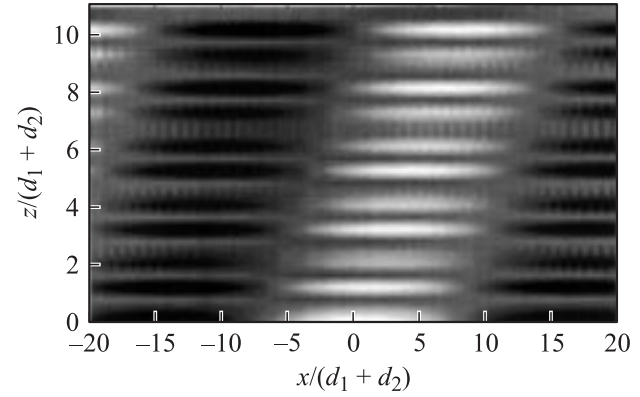
При распространении волн под углом к направлению дрейфа в дисперсионное уравнение входят обе компоненты тензора диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{xx}$  и  $\epsilon_{zz}$ . Формулу (12) можно представить в виде, аналогичном соотношению (6),

$$1 + \frac{\epsilon_{02}}{\epsilon_{01}} \alpha_{1,2} - \frac{\omega_{p1}^2}{(\omega - k_x v_{0e})^2} - \frac{\epsilon_{02}}{\epsilon_{01}} \alpha_{1,2} \frac{\omega_{p2}^2}{(\omega + k_x v_{0h})^2} = 0. \quad (15)$$

Решения этого уравнения имеют такой же вид, как и полученные ранее, если ввести обозначения:

$$\begin{aligned} \omega_{p1}^{(1)} &= \omega_{L1} (\epsilon_{01} + \epsilon_{02} \alpha_1)^{-1/2}, \\ \omega_{p2}^{(1)} &= \omega_{L2} [\alpha_1 / (\epsilon_{01} + \epsilon_{02} \alpha_1)]^{1/2}, \\ \omega_{p1}^{(2)} &= \omega_{L1} (\epsilon_{01} + \epsilon_{02} \alpha_2)^{-1/2}, \\ \omega_{p2}^{(2)} &= \omega_{L2} [\alpha_2 / (\epsilon_{01} + \epsilon_{02} \alpha_2)]^{1/2}. \end{aligned} \quad (16)$$

В отличие от неустойчивостей, возникающих при распространении волны вдоль направления дрейфа, в данном случае сносковая неустойчивость, неустойчивости Бунемана, Бома и Гросса имеют место при различных углах распространения волн, так как частоты  $\omega_{p1,p2}^{(1,2)}$  зависят от отношения  $k_z^2/k_x^2$ . Дрейфовая волна теперь представляет сгустки и разрежения концентрации носителей в  $n$ - и  $p$ -слоях, сдвинутые друг относительно друга при изменении координаты  $z$  на угол, зависящий от толщины слоев, т.е. угол, определяемый набегом фазы поля волны на толщине слоя (рис. 1). На рис. 1 темным показан минимум концентрации носителей, светлым — максимум. Видно, что вдоль некоторого направления происходит чередование светлых и темных областей. Это означает, например, максимум концентрации электронов в одном слое и минимум концентрации дырок в соседнем, т.е. разность потенциалов между слоями в этом направлении оказывается наибольшей. Кроме того, имеет место периодическое чередование этих участков. Таким образом, возникновение неустойчивости связано с образованием волны плотности концентрации под углом  $\theta = \arctg(k_z/k_x)$ . Эта волна возникает в результате взаимодействия полей дрейфовых волн в  $p$ - и  $n$ -слоях, т.е. происходит обмен энергией между дырочными и электронными дрейфовыми волнами. Наиболее эффективный обмен имеет место в тех направлениях, где, например, в электронном потоке имеется максимум плотности электронов, а в дырочном минимум плотности дырок. Можно сказать, что дрейфовая волна в периодической структуре является „коллективной волной“, образованной дрейфовыми волнами в отдельных слоях. Отметим, что при построении рис. 1 расстояние между соседними слоями было значительно меньше величины  $2\pi/k_z$ .



**Рис. 1.** Распределение концентрации носителей в слоях периодической структуры.  $v_{0e} = 1 \cdot 10^8$  см/с;  $v_{0h} = 1 \cdot 10^7$  см/с;  $\epsilon_{01} = 17.8$ ,  $\omega_{p1} = 10^{11}$  с<sup>-1</sup>,  $d_1 = 2 \cdot 10^{-4}$  см;  $\epsilon_{02} = 10$ ,  $\omega_{p2} = 10^{10}$  с<sup>-1</sup>,  $d_2 = 3 \cdot 10^{-4}$  см;  $k_z = 300$  см<sup>-1</sup>,  $k_x = -407.4$  см<sup>-1</sup>;  $\text{Re}\omega = 3.5 \cdot 10^8$  с<sup>-1</sup>,  $\text{Im}\omega = 8.2 \cdot 10^9$  с<sup>-1</sup>.

Область углов  $\theta = \arctg(k_z/k_x)$  для сносковой неустойчивости, когда для частот  $\omega_{p1,p2}^{(1)}$  (или  $\omega_{p1,p2}^{(2)}$ ) выполняются соотношения, подобные (7 а) или (8 а), определяется по формуле

$$\text{tg}^2 \theta = \frac{k_z^2}{k_x^2} < \frac{d_1 d_2}{d^2} \left[ \left( \frac{\omega_{L1}^2}{\omega_{L2}^2} + \frac{\omega_{L2}^2}{\omega_{L1}^2} \right) - \gamma \right]. \quad (17)$$

Отсчет угла  $\theta$  ведется от оси  $Ox$ . Из формулы следует, что сносковая неустойчивость (см. (7 б) (8 б)) возникает, если отношение ленгмюровских частот превышает отношение толщин слоев по крайней мере в  $\sqrt{2}$  раз, так как  $\gamma_{\min} = 2$  (минимальное значение параметра  $\gamma$ ). Наибольшее значение угол  $\theta$  имеет, если  $d_1 = d_2$ .

Для резонансной неустойчивости воспользуемся соотношением  $k_x v = \omega_{p1}^{(1)}$  (см. (9)). Этот вид неустойчивости имеет место при углах распространения волны, меньших некоторого угла  $\theta_{\max}$ :

$$\begin{aligned} \theta_{\max} &= \arctg \left[ \frac{\sqrt{d_1 d_2}}{d} \sqrt{\left( w + \frac{1}{w} \right) - \gamma} \right], \\ w &= \left( \frac{\omega_{p1}^2}{k_x^2 v^2} - 1 \right) \frac{\epsilon_{01}}{\epsilon_{02}}. \end{aligned} \quad (18)$$

Заметим, что  $k_x v < \omega_{p1}$ , так как  $\omega_{p1} > \omega_{p1}^{(1)}$ , а  $w$  — положительная величина. Отметим, что при  $w = 1$  и  $d_1 = d_2$  угол  $\theta_{\max} = 0$ . В этом случае скорость  $v$  равна фазовой скорости поверхностного плазмона в электронном полупроводнике на границах  $n$ - и  $p$ -слоев,  $v = \omega_{L1} (\epsilon_{01} + \epsilon_{02})^{-1/2}$ . Это означает, что неустойчивость Бунемана в данном случае возникает при выполнении черенковского условия равенства скоростей дрейфа и поверхностных плазмонов на границах слоев. Во всех остальных случаях суммарная скорость дрейфа должна быть меньше фазовой скорости объемного плазмона в

$n$ -слое

$$v = \frac{\omega_{p1}}{k_x} \left[ 1 + \frac{\varepsilon_{02}}{2\varepsilon_{01}} \left( \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - 4} \right) \right]^{-1/2}.$$

Этот вид неустойчивости также возможен, если  $k_x v = \omega_{p2}^{(1)}$ , или  $k_x v = \omega_{p1}^{(2)}$ , или  $k_x v = \omega_{p2}^{(2)}$ . Соотношение для инкремента нарастания можно получить, если в формуле (9) заменить  $\tilde{\omega}_{p2}$  под корнем на соответствующую частоту из равенства (16).

Неустойчивость Бома и Гросса возникает, когда  $\omega_{p1}^{(1)} = \omega_{p2}^{(1)} = \omega_p^{(1)}$  или  $\omega_{p1}^{(2)} = \omega_{p2}^{(2)} = \omega_p^{(2)}$ . Для обоих случаев получаем соотношение, аналогичное (18):

$$\theta_{\max} = \arctg \left[ \frac{\sqrt{d_1 d_2}}{d} \sqrt{\left( w + \frac{1}{w} \right) - \gamma} \right], \quad w = \frac{\omega_{L1}^2}{\omega_{L2}^2}. \quad (19)$$

В отличие от предыдущего случая неустойчивость имеет место только при одном значении угла  $\theta$ .

## 5. Численные результаты

Для иллюстрации полученных аналитических результатов были проведены расчеты по формуле (4), представленные на рис. 2. Отметим, что запаздывание, в этих расчетах было значительно меньше остальных, как это предполагалось при получении аналитических формул. На рис. 2, *a* и *b* приведены действительная и мнимая части частоты для неустойчивых решений. Толстая и тонкая линии относятся к значениям  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  соответственно (см. соотношение (14)). Штриховой линией на рисунке выделена область, в которой выполняются приближения, используемые при получении аналитических формул. Прямые штрихпунктирные линии на рисунке описываются формулами:

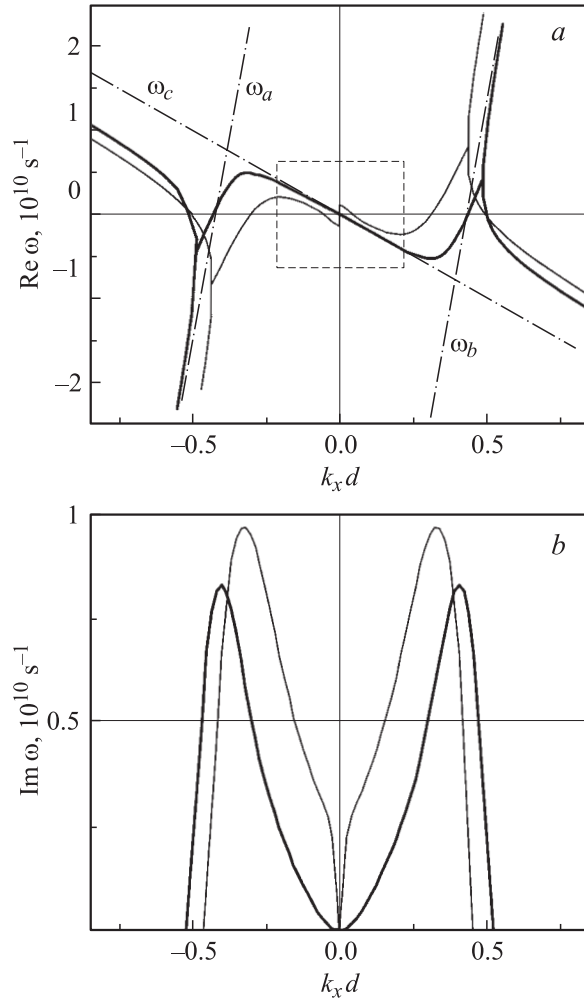
$$\omega_{a,b} \approx k_x v_{0e} \pm \omega_{L1} \sqrt{\frac{d_1}{\varepsilon_{01} d_1 + \varepsilon_{02} d_2}},$$

$$\omega_c \approx -k_x v_{0h},$$

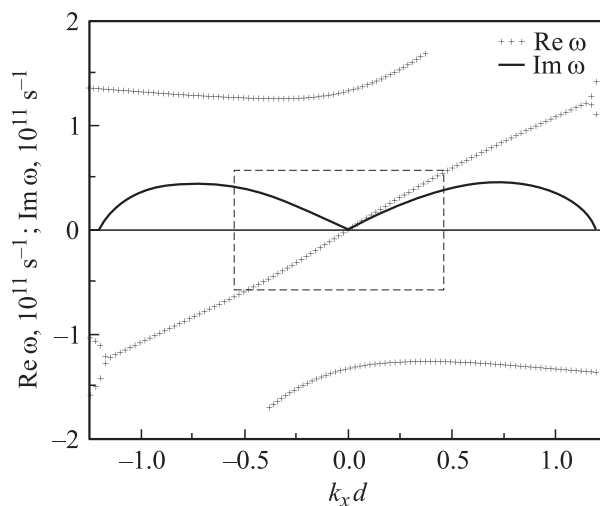
т. е. они являются дисперсионными зависимостями электронных и дырочных дрейфовых волн. Неустойчивость резонансного типа возникает в области, где  $\omega_a = \omega_c$  или  $\omega_b = \omega_c$ , т. е. в точке пересечения соответствующих прямых.

Численное решение уравнения (10) представлено на рис. 3. Штриховой линией отмечена область, в которой аналитические расчеты совпадают с численными.

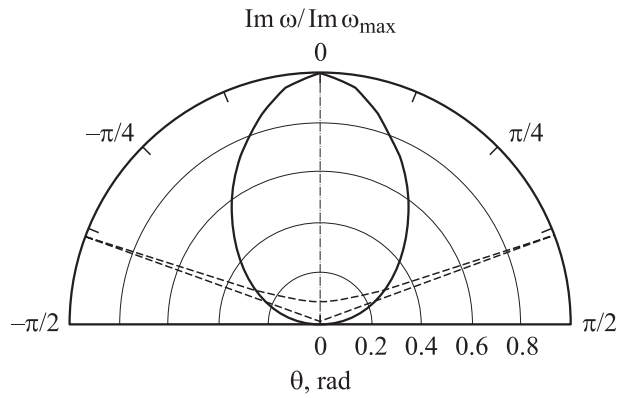
Необходимо отметить, что неустойчивости, сносная, резонансная и Бома и Гросса, располагаются в областях резонансного взаимодействия дрейфовых волн. Для резонансного взаимодействия могут быть получены аналитические формулы, если представить, например,



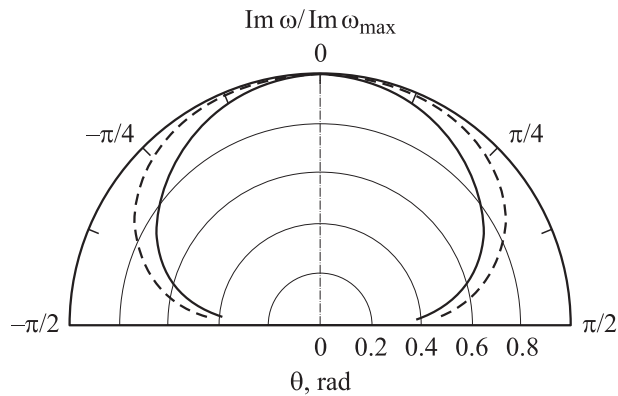
**Рис. 2.** Ветви колебаний электронных и дырочных дрейфовых волн. Толстая линия —  $\alpha_1$ , тонкая —  $\alpha_2$ .  $v_{0e} = 1 \cdot 10^8$  см/с;  $v_{0h} = 1 \cdot 10^7$  см/с;  $\varepsilon_{01} = 17.8$ ,  $\omega_{p1} = 10^{11}$  с $^{-1}$ ,  $d_1 = 2 \cdot 10^{-4}$  см;  $\varepsilon_{02} = 10$ ,  $\omega_{p2} = 10^{10}$  с $^{-1}$ ,  $d_2 = 3 \cdot 10^{-4}$  см;  $k_z = 170$  см $^{-1}$ .



**Рис. 3.** Дисперсионные кривые для равных эффективных плазменных частот первого и второго слоя.  $v_{0e} = 1 \cdot 10^8$  см/с;  $v_{0h} = 1 \cdot 10^7$  см/с;  $\varepsilon_{01} = 17.8$ ,  $\omega_{p1} = 10^{11}$  с $^{-1}$ ,  $d_1 = 2 \cdot 10^{-4}$  см;  $\varepsilon_{02} = 10$ ,  $\omega_{p2} = 1.634 \cdot 10^{11}$  с $^{-1}$ ,  $d_2 = 3 \cdot 10^{-4}$  см;  $k_z = 0$  см $^{-1}$ .



**Рис. 4.** Зависимость инкремента нарастания сносной неустойчивости, нормированного на максимальное значение, от угла распространения волны.  $v_{0e} = 1 \cdot 10^8$  см/с;  $v_{0h} = 1 \cdot 10^7$  см/с;  $\epsilon_{01} = 17.8$ ,  $\omega_{p1} = 10^{11}$  с<sup>-1</sup>,  $d_1 = 2 \cdot 10^{-4}$  см;  $\epsilon_{02} = 10$ ,  $\omega_{p2} = 10^{10}$  с<sup>-1</sup>,  $d_2 = 3 \cdot 10^{-4}$  см. Сплошная и штриховая линии соответствуют  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ .



**Рис. 5.** Зависимость инкремента нарастания неустойчивости Бунемана, нормированного на максимальное значение, от угла распространения волны (параметры структуры совпадают с параметрами, для которых был получен рис. 4). Сплошная и штриховая линии соответствуют  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ .

формулу (6) в следующем виде:

$$\left( (\omega - k_x v_{0e})^2 - \frac{\omega_{L1}^2}{\epsilon_{01}(1 + \alpha_{1,2})} \right) \times \left( (\omega - k_x v_{0h})^2 - \frac{\omega_{L2}^2 \alpha_{1,2}}{\epsilon_{02}(1 + \alpha_{1,2})} \right) = \frac{\omega_{L1}^2 \omega_{L2}^2 \alpha_{1,2}}{\epsilon_{01} \epsilon_{02} (1 + \alpha_{1,2})^2}.$$

Его решение определяет инкремент неустойчивости в резонансной точке с координатами

$$k_{xres} = -\frac{1}{\sqrt{1 + \alpha_{1,2}}} \frac{(\omega_{p1} + \omega_{p2} \sqrt{\alpha_{1,2}})}{v_{0e} + v_{0h}}.$$

Аналогичные формулы могут быть получены и при других резонансных взаимодействиях.

Зависимости инкрементов нарастания от угла  $\theta$  для различных типов неустойчивостей представлены на

нормированных диаграммах рис. 4, 5. Для сносной неустойчивости (рис. 4) расчет производился по формулам (7б) и (8б), в которых плазменные частоты были заменены на эффективные плазменные частоты из соотношений (16). Видно, что для  $\alpha_1$  наибольший инкремент нарастания направлен вдоль дрейфовых потоков носителей. Интерес представляет вторая диаграмма: это узкая диаграмма, ее ширина на рисунке  $\sim 1.1^\circ$ . Ее максимум соответствует случаю, когда скорость изменения фазы  $x$ -компоненты электрического поля дрейфовой волны близка к скорости дрейфа электронов. Инкремент нарастания резонансной неустойчивости (см. соотношение (9) с соответствующей заменой плазменных частот) приведен на рис. 5. Для  $\alpha_{1,2}$  диаграмма шире, чем в случае сносной неустойчивости. Максимум диаграммы направлен вдоль оси дрейфа.

## 6. Заключение

Проведенные исследования электродинамических свойств мелкослоистой периодической среды, образованной слоями электронного и дырочного полупроводников, показали, что наличие периодичности приводит к возникновению эффективных значений параметров среды, зависящих от угла распространения волн. Так, вместо двух плазменных частот, соответствующих электронному и дырочному полупроводникам, существует несколько эффективных частот. Это связано как с анизотропией свойств мелкослоистой среды, так и с наличием различных набегов фазы в зависимости от направления распространения волн по отношению к границам структуры. При приложении внешнего электрического поля вдоль границ структуры возникает дрейф носителей в противоположные стороны. В результате оказываются возможными различные типы взаимодействия электронных и дырочных дрейфовых волн, приводящие к неустойчивостям. Они в однородной плазме получили название сносной неустойчивости, неустойчивости Бунемана, неустойчивости Бома и Гросса. В работе показано, что эти неустойчивости также можно рассматривать как резонансные взаимодействия между электронными и дырочными дрейфовыми волнами. По нашему мнению, наиболее подходящим материалом для эксперимента является InSb при температуре жидкого азота. Толщина слоев должна быть  $\sim (1-2)$  мкм, а число периодов желательно иметь  $> 10$ .

Работа выполнена в рамках гранта Президента Украины для поддержки научных исследований молодых ученых GP/F8/33.

## Список литературы

- [1] Я.Б. Файнберг, Н.А. Хижняк. ЖТФ, **25**, 711 (1955).
- [2] С.М. Рытов. ЖЭТФ, **29**, 605 (1955).
- [3] Е.П. Богданов, Ю.А. Романов, В.М. Трошин. ЖТФ, **45**, 32 (1975).

- [4] А.Б. Михайловский. *Теория плазменных неустойчивостей*. Т. 1 *Неустойчивости однородной плазмы* (М., Атомиздат, 1975).
- [5] А.И. Ахиезер, Я.Б. Файнберг. Докл. АН СССР, **69**, 555 (1949).
- [6] O. Buneman. Phys. Rev. Lett., **1**, 8 (1958).
- [7] O. Buneman. Phys. Rev., **115**, 503 (1959).
- [8] D. Bohm, E.P. Gross. Phys. Rev., **75**, 1864 (1949).
- [9] А.Б. Михайловский, Э.А. Пашицкий. ЖЭТФ, **48**, 1787 (1965).
- [10] Ф.Г. Басс, А.А. Булгаков, А.П. Тетервов. *Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками* (М., Наука, 1989).
- [11] А.И. Ахиезер, И.А. Ахиезер, Р.В. Половин, А.Г. Ситенко, К.Н. Степанов. *Электродинамика плазмы* (М., Наука, 1974).

*Редактор Л.В. Шаронова*

## **Dispersion and instability of driving waves in a small-layer semiconductor structure**

*A.A. Bulgakov, O.V. Shramkova*

Institute for Radio Physics and Electronics,  
National Academy of Sciences of Ukraine,  
61085 Kharkov, Ukraine