# Магнитооптика квантовых ям с $D^{(-)}$ -центрами

© В.Д. Кревчик, А.Б. Грунин, Вас.В. Евстифеев

Пензенский государственный университет, 440026 Пенза, Россия

(Получена 13 октября 2005 г. Принята к печати 17 октября 2005 г.)

Рассмотрены  $D^{(-)}$ -состояния в квантовой яме при наличии продольного по отношению к направлению оси роста магнитного поля. В рамках модели потенциала нулевого радиуса получено уравнение, определяющее зависимость энергии связи  $D^{(-)}$ -состояния от параметров потенциала структуры, координат  $D^{(-)}$ -центра и величины магнитного поля. Проведено сравнение с экспериментальными данными по зависимости энергии связи  $D^{(-)}$ -состояния от величины магнитного поля и показано удовлетворительное согласие с теоретическими расчетами в области магнитных полей B < 10 Тл. Выявлен фактор размерности в координатной зависимости энергии связи при переходе  $2D \rightarrow 1D \rightarrow 0D$ . Рассчитан коэффициент примесного магнитооптического поглощения многоямной квантовой структуры и исследована его спектральная зависимость. Показано, что существенный вклад в уширение линий поглощения вносит дисперсия ширины квантовых ям структуры.

PACS: 78.67.De, 75.75. + a, 73.21.Fg

#### 1. Введение

Селективно-легированные полупроводниковые квантовые ямы (КЯ) представляют большой интерес для исследования так называемых  $D^{(-)}$ -состояний, соответствующих присоединению дополнительного электрона к нейтральному мелкому донору [1-3]. Эксперименты показывают [3], что энергия связи  $D^{(-)}$ -состояний в КЯ существенно зависит от величины внешнего магнитного поля. Так, в случае  $D^{(-)}$ -центров в селективно-легированных многоямных структурах GaAs/AlGaAs гибридизация размерного и магнитного квантования приводит к росту энергии связи  $D^{(-)}$ -состояний в несколько раз по сравнению с объемным материалом [3]. Возможность управления энергией связи  $D^{(-)}$ -центров в магнитном поле позволяет в принципе изменять концентрацию носителей заряда в достаточно широких пределах вследствие экспоненциальной зависимости функции распределения от энергии вблизи уровня Ферми в КЯ. С другой стороны, теоретические и экспериментальные исследования зависимости энергии связи  $D^{(-)}$ -центров от параметров потенциала структуры и магнитного поля открывают определенные перспективы для идентификации примесей. Эти исследования в сочетании с магнитооптическими методами изучения селективно-легированных КЯ [1,3] могут составить основу для разработки фотоприемников с управляемой чувствительностью в области примесного поглощения света [4].

Цель данной работы состоит в вычислении спектра  $D^{(-)}$ -центра в КЯ при наличии продольного по отношению к направлению оси роста магнитного поля, а также в теоретическом исследовании эффекта гибридизации спектра примесного магнитооптического поглощения в структурах с КЯ с учетом дисперсии их ширины. Будет выполнено сравнение результатов расчета энергии связи  $D^{(-)}$ -состояния с экспериментом [1,3] и показано их удовлетворительное согласие в области магнитных

полей *B* < 10 Тл. Для описания одноэлектронных состояний в КЯ используется параболический потенциал конфайнмента

$$V(z) = \frac{m^* \omega_0^2 z^2}{2},$$
 (1)

где  $m^*$  — эффективная масса электрона,  $\omega_0$  — характерная частота удерживающего потенциала КЯ,  $-L/2 \le z \le L/2, L$  — ширина КЯ.

Векторный потенциал магнитного поля **A** выбирается в симметричной калибровке:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} B \,\rho \mathbf{e}_{\varphi},\tag{2}$$

где **B** = (0, 0, B) — вектор магнитной индукции, **e**<sub> $\varphi$ </sub> — единичный вектор в цилиндрической системе координат  $(\rho, \varphi, z)$ .

Для невозмущенных примесями одноэлектронных состояний в квантующем магнитном поле гамильтониан в выбранной модели (1) имеет вид

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right] -\frac{i\hbar\omega_B}{2} \frac{\partial}{\partial \phi} + \frac{m^*\omega_B^2 \rho^2}{8} - \frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{m^*\omega_0^2 z^2}{2}, \quad (3)$$

где  $\omega_B = |e|B/m^*$  — циклотронная частота, |e| — заряд электрона.

Собственные значения  $E_{n_1,m,n}$  и соответствующие собственные функции  $\Psi_{n_1,m,n}(\rho, \phi, z)$  гамильтониана (3) даются выражениями вида

$$E_{n_1,m,n} = \frac{\hbar\omega_B}{2} \left(2n_1 + |m| + 1\right) + \frac{\hbar\omega_B}{2} m + \hbar\omega_0 \left(n + \frac{1}{2}\right), \quad (4)$$

$$\Psi_{n_{1},m,n}(\rho,\varphi,z) = \frac{1}{2^{|m|/2}a_{B}^{|m|+1}\sqrt{2^{n+1}n!\pi^{3/2}a}} \\ \times \left[\frac{n_{1}!}{(n_{1}+|m|)!}\right]^{1/2}\rho^{|m|}\exp\left[-\left(\frac{\rho^{2}}{4a_{B}^{2}}+\frac{z^{2}}{2a^{2}}\right)\right] \\ \times L_{n_{1}}^{|m|}\left(\frac{\rho^{2}}{2a_{B}^{2}}\right)H_{n}\left(\frac{z}{a}\right)\exp(im\varphi),$$
(5)

где  $n_1 = 0, 1, 2, \ldots$  — радиальное квантовое число, соответствующее уровням Ландау,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$  — магнитное квантовое число,  $n = 0, 1, 2, \ldots$  — осцилляторное квантовое число,  $a_B = \sqrt{\hbar/m^*\omega_B}$  — магнитная длина,  $a = \sqrt{\hbar/m^*\omega_0}$  — характерная длина осциллятора,  $L_{n_1}^{[m]}(x)$  — полиномы Лагерра,  $H_n(y)$  — полиномы Эрмита.

Следует отметить, что в используемом здесь приближении амплитуда потенциала КЯ  $U_0$  является эмпирическим параметром и, следовательно, выражения (4) и (5) справедливы, когда  $U_0/\hbar\omega_0 \gg 1$ , где  $U_0 = m^*\omega_0^2 L^2/8$ .

Потенциал примеси описывается в рамках модели потенциала нулевого радиуса  $V_{\delta}(\rho, \varphi, z; \rho_a, \varphi_a, z_a)$  мощностью  $\gamma = 2\pi\hbar^2/\alpha m^*$ :

$$V_{\delta}(\rho, \varphi, z; \rho_{a}, \varphi_{a}, z_{a}) = \gamma \frac{\delta(\rho - \rho_{a})}{\rho} \delta(\varphi - \varphi_{a}) \delta(z - z_{a})$$
$$\times \left[ 1 + (\rho - \rho_{a}) \frac{\partial}{\partial \rho} + (z - z_{a}) \frac{\partial}{\partial z} \right], \qquad (6)$$

где  $\alpha$  определяется энергией  $E_i = -\hbar^2 \alpha^2 / 2m^*$  связанного состояния этого же  $D^{(-)}$ -центра в объемном материале,  $R_a = (\rho_a, \varphi_a, z_a)$  — координаты  $D^{(-)}$ -центра.

Необходимо отметить, что моделирование  $D^{(-)}$ -центра электроном в поле потенциала нулевого радиуса использовалось в ряде теоретических работ при расчете энергии связи  $D^{(-)}$ -состояния в квантовых нитях и точках [4,5], а также в КЯ с потенциалом конфайнмента в виде прямоугольной потенциальной ямы конечной глубины [6]. В работе [7] проведено вычисление спектра  $A^+$ -центра в модели потенциала нулевого радиуса в случае бесконечно глубокой КЯ. Было показано [7], что модель  $A^+$ -системы с потенциалом нулевого радиуса достаточно хорошо описывает эксперимент и позволяет учесть химическую природу примеси.

## 2. Эволюция энергии связи *D*<sup>(-)</sup>-состояния с изменением величины продольного магнитного поля

В приближении эффективной массы волновая функция  $\Psi_{\lambda_{B}}(\rho, \phi, z; \rho_{a}, \phi_{a}, z_{a})$  электрона, локализованного

на D<sup>0</sup>-центре, удовлетворяет уравнению Шредингера

$$(E_{\lambda_{B}}^{(0)} - H) \Psi_{\lambda_{B}}(\rho, \varphi, z; \rho_{a}, \varphi_{a}, z_{a}) = V_{\delta}(\rho, \varphi, z; \rho_{a}, \varphi_{a}, z_{a})$$

$$\times \Psi_{\lambda_{B}}(\rho, \varphi, z; \rho_{a}, \varphi_{a}, z_{a}),$$

$$(7)$$

где  $E_{\lambda_B}^{(0)} = -\hbar^2 \lambda_B^2 / 2m^*$  — собственные значения гамильтониана  $H_B = H + V_{\delta}(\rho, \varphi, z; \rho_a, \varphi_a, z_a)$ . Одноэлектронная функция Грина к уравнению Шре-

Одноэлектронная функция Грина к уравнению Шредингера (7)  $G(\rho, \varphi, z, \rho_1, \varphi_1, z_1; E_{\lambda_B}^{(0)})$ , соответствующая источнику в точке  $(\rho_1, \varphi_1, z_1)$  и энергии  $E_{\lambda_B}^{(0)}$ , запишется в виде

$$G(\rho, \varphi, z, \rho_1, \varphi_1, z_1; E_{\lambda_B}^{(0)})$$
  
=  $\sum_{n_1, m, n} \frac{\Psi_{n_1, m, n}^*(\rho_1, \varphi_1, z_1) \Psi_{n_1, m, n}(\rho, \varphi, z)}{E_{\lambda_B}^{(0)} - E_{n_1, m, n}}.$  (8)

Используя стандартную процедуру метода потенциалов нулевого радиуса (см., например, [4]), для функции Грина в (8) получим

$$G(\rho, \varphi, z, \rho_{a}, \varphi_{a}, z_{a}; E_{\lambda_{B}}^{(0)}) = -2^{-5/2} \pi^{-3/2} \beta^{1/2} a_{B}^{-2} a_{d}^{-1} E_{d}^{-1}$$

$$\times \int_{0}^{\infty} dt \, e^{-(\beta \eta_{B}^{2} + 1/2)t} \left[ \operatorname{sh}(\beta a^{*}_{B}^{-2}t) \right]^{-1} (1 - e^{-2t})^{-1/2}$$

$$\times \exp\left[ -\frac{(\rho_{a}^{2} + \rho^{2}) \operatorname{cth}(\beta a^{*}_{B}^{-2}t)}{4a_{B}^{2}} \right]$$

$$\times \exp\left[ \frac{\rho_{a}\rho \operatorname{ch}\left[i(\varphi - \varphi_{a}) - \beta a^{*}_{B}^{-2}t\right)}{2a_{B}^{2} \operatorname{sh}(\beta a^{*}_{B}^{-2}t)} \right]$$

$$\times \exp\left\{ -\frac{(z_{a}^{2} + z^{2}) \operatorname{cth} t}{4\beta a_{d}^{2}} \right\} \exp\left\{ \frac{z_{a}z}{2\beta a_{d}^{2} \operatorname{sh} t} \right\}, \qquad (9)$$

где  $\eta_B = \sqrt{|E_{\lambda_B}^{(0)}|/E_d}$ ,  $\beta = L^*/4\sqrt{U_0^*}$ ,  $a_B^* = a_B/a_d$ ;  $E_d$ и  $a_d$  — эффективные боровская энергия и боровский радиус соответственно,  $L^* = L/a_d$ ,  $U_0^* = U_0/E_d$ .

Энергия связанного состояния электрона является полюсом функции Грина, т. е. решением уравнения [4]

$$\mathbf{1} = \gamma(TG) \left( \rho_a, \varphi_a, z_a, \rho_a, \varphi_a, z_a; E_{\lambda_B}^{(0)} \right), \qquad (10)$$

где

$$\begin{split} TG)\big(\rho_a, \varphi_a, z_a, \rho_a, \varphi_a, z_a; E^{(0)}_{\lambda_B}\big) &= \lim_{\substack{\rho \to \rho_a \\ \varphi \to \varphi_a \\ z \to z_a}} \big[1 + (\rho - \rho_a)\partial/\partial\rho \\ &+ (z - z_a)\partial/\partial z\big]G\big(\rho, \varphi, z, \rho_a, \varphi_a, z_a; E^{(0)}_{\lambda_B}\big). \end{split}$$

Подставляя (9) в (10) и выполняя необходимые предельные переходы, получим (в боровских единицах) уравнение, определяющее зависимость энергии связи



**Рис. 1.** Зависимость энергии связи  $|E_{\lambda_B}|$   $D^{(-)}$ -центра, локализованного в точке  $\mathbf{R}_a = (0, 0, 0)$ , от величины магнитной индукции *B* в КЯ на основе GaAs при  $|E_i| = 0.4$  мэВ, L = 10 нм для различных значений амплитуды потенциала  $U_0$ , эВ: I - 0.48, 2 - 0.45, 3 - 0.4. Точки — результаты эксперимента в селективно-легированных структурах GaAs/AlGaAs [3].

 $D^{(-)}$ -центра  $E_{\lambda_B}$  от параметров потенциала структуры, координат центра и магнитной индукции *B*:

$$\begin{split} \sqrt{|E_{\lambda_B}^*|} &= \eta_i - \sqrt{\frac{2}{\pi\beta}} \int_0^\infty dt \, e^{-|E_{\lambda_B}^*|\beta t} \\ &\times \left\{ \frac{1}{2t\sqrt{2t}} - \beta a^*{}_B^{-2} \left(1 - e^{-2\beta a^*{}_B^{-2}t}\right)^{-1} \\ &\times \left(1 - e^{-2t}\right)^{-1/2} \exp\left(-\frac{z^*{}_a^2 \operatorname{th}(t/2)}{2\beta}\right) \right\}, \ (11) \end{split}$$

где  $|E_{\lambda_B}^*| = \eta_B^2 + a_B^{*-2} + (2\beta)^{-1}$  — энергия связи  $D^{(-)}$ -центра, отсчитываемая от уровня энергии основного состояния КЯ,  $z_a^* = z_a/a_d$ .

Уравнение (11) соответствует случаю, когда примесный уровень расположен ниже дна КЯ, т.е.  $E_{\lambda_B}^{(0)} < 0$ . Если примесный уровень расположен между дном КЯ и уровнем энергии основного состояния электрона  $E_{0,0,0} = \hbar(\omega_0 + \omega_B)/2$  ( $E_{\lambda_B}^{(0)} > 0$ ), то соответствующее уравнение для определения энергии связи  $D^{(-)}$ -центра получается из (11) путем замены  $\eta_B^2$  на  $-\eta_B^2$ . На рис. 1 показана рассчитанная с помощью (11) зависимость энергии связи  $D^{(-)}$ -состояния  $|E_{\lambda_{B}}|$  от величины магнитной индукции В в КЯ на основе GaAs для  $\mathbf{R}_a = (0, 0, 0)$  (кривые 1-3). На этом же рисунке точками показаны результаты эксперимента в случае  $D^{(-)}$ -центров в селективно-легированных многоямных структурах GaAs/AlGaAs [3]. К сожалению, в работе [3] не обсуждался вопрос, связанный с влиянием на точность экспериментальных данных таких факторов, как зависимость энергии связи  $D^{(-)}$ -состояния от координат примесного центра, дисперсия ширины КЯ, а также приборная погрешность. Два подгоночных параметра теории U<sub>0</sub> и |E<sub>i</sub>| позволили оптимальным образом расположить теоретическую кривую по отношению к экспериментальным точкам. Можно видеть, что в области магнитных полей *B* < 10 Tл результаты расчета удовлетворительно согласуются с экспериментом. Как показывают численные оценки, в этом случае магнитная длина *а*<sub>в</sub> оказывается больше эффективного радиуса связанного  $D^{(-)}$ -состояния  $\lambda_B^{-1}$  (так, например, при B = 9 Тл:  $a_B \approx 9$  нм,  $\lambda_B^{-1} \approx 8$  нм), т.е. рост



**Рис. 2.** Зависимость энергии связи  $|E_{\lambda_B}|$   $D^{(-)}$ -центра  $(E_{\lambda_B}^{(0)} > 0)$  в 2D (1), 1D (2) и 0D (3) структурах на основе GaAs от координаты примеси при  $|E_i| = 6.6$  мэВ, L = 9.1 нм,  $U_0 = 0.4$  эВ, B = 10 Тл. В случае 1D структуры меняется радиальная координата примеси [4].



Рис. 3. Зависимость энергии связи  $|E_{\lambda_B}| D^{(-)}$ -центра  $(E_{\lambda_B}^{(0)} < 0)$  в 2D (1), 1D (2) и 0D (3) структурах на основе GaAs от координаты примеси при  $|E_i| = 0.4$  мэВ, L = 9.1 нм,  $U_0 = 0.4$  эВ, B = 10 Тл. 4, 5, 6 — энергии основного состояния в данных структурах [4].

энергии связи  $D^{(-)}$ -центра с увеличением магнитного поля обусловлен в основном с динамикой уровней Ландау. При B > 10 Тл выполняется неравенство  $a_B < \lambda_B^{-1}$  (например, при B = 15 Тл:  $a_B \approx 6.5$  нм,  $\lambda_B^{-1} \approx 6.7$  нм), т.е. заметной оказывается динамика примесного уровня. Следует отметить спиновые эффекты, которые не были учтены в рассматриваемой здесь модели, и этим отчасти можно объяснить различие результатов теории и эксперимента в области больших полей. Из рис. 1 видно, что с ростом амплитуды потенциала конфайнмента U<sub>0</sub> энергия связи  $D^{(-)}$ -состояния увеличивается (ср. кривые 1 и 3) вследствие большего влияния на волновую функцию  $D^{(-)}$ -центра ограничивающего потенциала КЯ. Рис. 2 дает возможность проследить фактор размерности в координатной зависимости энергии связи при переходе двумерная — одномерная — нульмерная структура  $(2D \to 1D \to 0D) \ (E_{\lambda_B}^{(0)} > 0) \ [3,5,8].$  Можно видеть, что с понижением размерности электронного газа  $(2D \to 0D)$ энергия связи  $D^{(-)}$ -состояния возрастает в несколько раз (ср. кривые 1 и 3). Это обусловлено кардинальной модификацией локальных электронных состояний вблизи границ квантовой точки [5]. Случай  $E_{\lambda_{B}}^{(0)} < 0$  представлен на рис. 3, из которого видно, что увеличение энергии связи  $D^{(-)}$ -состояния происходит в основном за счет динамики уровней Ландау с ростом *B*. Таким образом, двумерные  $D^{(-)}$ -состояния в продольном магнитном поле удовлетворительно описываются в рамках метода потенциала нулевого радиуса в области магнитных полей, когда радиус локализации  $D^{(-)}$ -состояния не превосходит магнитной длины. В случае, когда  $a_B < \lambda_B^{-1}$ , необходимо учитывать спиновые эффекты.

## Расчет коэффициента поглощения многоямной квантовой структуры в продольном магнитном поле

Рассмотрим примесное поглощение света в полупроводниковой КЯ в случае поперечной по отношению к направлению магнитного поля поляризации света. Предполагается, что  $D^{(-)}$ -центр располагается в точке  $\mathbf{R}_a = (0, 0, 0)$ , а примесный уровень расположен ниже дна КЯ ( $E_{\lambda_B}^{(0)} < 0$ ). Тогда, согласно (9), волновая функция  $\Psi_{\lambda_B}(\rho, \varphi, z)$  электрона, локализованного на короткодействующем потенциале, запишется в виде

$$\Psi_{\lambda_{B}}(\rho, \varphi, z) = C_{B} \int_{0}^{\infty} dt \exp\left(-\beta t |E_{\lambda_{B}}^{*}|\right) \\ \times \left[1 - \exp(-2t)\right]^{-1/2} \left[1 - \exp(-2\beta a_{B}^{*-2}t)\right]^{-1} \\ \times \exp\left[-\frac{\rho^{*2}}{4a_{B}^{*2}} \operatorname{cth}(\beta a_{B}^{*-2}t)\right] \exp\left[-\frac{z^{*2}}{4\beta} \operatorname{cth} t\right], \quad (12)$$

где нормировочный множитель С<sub>В</sub> определяется как

$$C_{B} = 2^{1/4} \pi^{-1} \beta^{-1/4} a_{B}^{*-1} a_{d}^{-3/2} \\ \times \left\{ \sum_{k_{1}=0}^{\infty} \frac{\Gamma(f_{2k_{1}+1}(\beta,\eta_{B}) + 1/4)}{\Gamma(f_{2k_{1}+1}(\beta,\eta_{B}) + 3/4)} \Big[ \Psi(f_{2k_{1}+1}(\beta,\eta_{B}) + 3/4) - \Psi(f_{2k_{1}+1}(\beta,\eta_{B}) + 1/4) \Big] \right\}^{-1/2},$$
(13)

где  $f_{2k_1+1}(\beta, \eta_B) = [\beta \eta_B^2 + \beta a_B^{*-2}(2k_1+1)]/2$ ,  $\Gamma(x)$  — гамма-функция,  $\Psi(x)$  — логарифмическая производная гамма-функции.

Эффективный гамильтониан взаимодействия с полем световой волны  $H_{\text{int}}$  в цилиндрической системе координат запишется в виде

$$H_{\rm int} = -i\hbar\lambda_0 \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2\alpha^*}{m^{*2}\omega}} I_0 \exp(iq_z z) \Big[\cos(\varphi - \alpha)\frac{\partial}{\partial \rho} \\ + \frac{1}{\rho}\sin(\alpha - \varphi)\frac{\partial}{\partial \varphi} - \frac{i|e|B}{2\hbar}\rho\sin(\varphi - \alpha)\Big], \quad (14)$$

где  $\lambda_0$  — коэффициент локального поля,  $\alpha^* = = |e|^2/4\pi\varepsilon_0\sqrt{\varepsilon}\,\hbar c$  — постоянная тонкой структуры с

учетом диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$ ,  $I_0$  — интенсивность света,  $\omega$  — частота,  $\mathbf{q} = (0, 0, q_z)$  — волновой вектор,  $\alpha$  — полярный угол единичного вектора  $\mathbf{e}_{\lambda}$  поперечной поляризации в цилиндрической системе координат.

Матричный элемент  $M_{f\lambda_B}$ , определяющий величину силы осциллятора дипольного оптического перехода из  $D^{(-)}$ -состояния  $\Psi_{\lambda_B}(\rho, \varphi, z)$  в состояния  $\Psi_{n_1,m,n}(\rho, \varphi, z)$ дискретного спектра КЯ, можно представить как

$$\begin{split} M_{f\lambda_{B}} &= 2^{n/2+2} (-1)^{(n+1)/2} \pi^{-1/4} \lambda_{0} \sqrt{\frac{\alpha^{*}I_{0}}{\omega}} a^{*}{}_{B}^{-1} a_{d} E_{d} \\ &\times \left\{ \sum_{k_{1}=0}^{\infty} \frac{\Gamma(f_{2k_{1}+1}(\beta,\eta_{B})+1/4)}{\Gamma(f_{2k_{1}+1}(\beta,\eta_{B})+3/4)} \right. \\ &\times \left[ \Psi(f_{2k_{1}+1}(\beta,\eta_{B})+3/4) - \Psi(f_{2k_{1}+1}(\beta,\eta_{B})+1/4) \right] \right\}^{-1/2} \\ &\times \delta_{n,2k} (n!)^{-1/2} \Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right) \left[ \frac{(n_{1}+|m|)!}{n_{1}!} \right]^{1/2} (|m|!)^{-1} \\ &\times \left( \frac{\exp(-i\alpha)\delta_{m,1}}{2f_{2n_{1}+1}(\beta,\eta_{B})+3/2} + \frac{\exp(i\alpha)\delta_{m,-1}}{2f_{2n_{1}+3}(\beta,\eta_{B})+3/2} \right), \end{split}$$
(15)

где  $\delta_{\alpha,\beta}$  — символ Кронекера; выражения для  $f_{2n_1+1}(\beta,\eta_B)$  и  $f_{2n_1+3}(\beta,\eta_B)$  получаются из  $f_{2k_1+1}(\beta,\eta_B)$  путем замены  $k_1$  на  $n_1$  и  $2k_1 + 1$  на  $2n_1 + 3$  соответственно.

При вычислении М <sub>*f*<sub>*l*<sub>*p*</sub></sub> появляются интегралы вида</sub>

$$I_{1} = \int_{0}^{2\pi} d\varphi \exp(-im\varphi)$$

$$\times \left\{ \exp[i(\varphi - \alpha)] + \exp[-i(\varphi - \alpha) - 2\beta a_{B}^{*-2}t] \right\}$$

$$= 2\pi \left[ \exp(-i\alpha)\delta_{m,1} + \exp(i\alpha - 2\beta a_{B}^{*-2}r)\delta_{m,-1} \right],$$

$$I_{2} = \int_{-\infty}^{+\infty} dz H_{n}\left(\frac{z}{a}\right) \exp\left[-\frac{z^{2}}{a^{2}}\frac{1}{\left[1 - \exp(-2t)\right]}\right]$$

$$(16)$$

$$=\begin{cases} a(-1)^{k} 2^{2k} \Gamma(k+1/2) \exp(-2kt) \left[1-\exp(-2t)\right]^{k} \\ 0, \quad \text{если} \quad n \neq 2k, \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$
(17)

Из (16) и (17) следует, что оптические переходы с примесного уровня возможны только в состояние КЯ с четными значениями осцилляторного квантового числа n = 2k и значениями магнитного квантового числа  $m = \pm 1$ .

С практической точки зрения представляет интерес расчет коэффициента примесного магнитопоглощения света  $K_B(\omega)$  многоямной квантовой структуры с учетом дисперсии ширины КЯ. Будем предполагать, что в

каждой КЯ структуры находится по одному  $D^{(-)}$ -центру в точке  $\mathbf{R}_a(0,0,0)$ , а дисперсия ширины КЯ  $u = L/\bar{L}$  ( $\bar{L}$  — среднее значение ширины КЯ) описывается распределением вида

$$P(u) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\pi} \Phi(0.5)} \exp\left[-(u-1)^2\right], & \text{если } 0.5 \le u \le 1.5, \\ 0, & \text{если } u < 0.5 & \text{или } u > 1.5, \end{cases}$$
(18)

где  $\Phi(x)$  — интеграл ошибок.

Применяя стандартную процедуру расчета [4,9], для коэффициента примесного магнитопоглощения света с учетом (18) получим

$$\begin{split} K_{B}(\omega) &= \frac{\sigma_{0}}{\overline{L_{c}}S\sqrt{\pi}\,\Phi(0.5)} \,(\bar{\beta})^{-1}a^{*}{}_{B}^{-2}X^{-1} \\ &\times \sum_{m=-1}^{+1}\sum_{k=0}^{N_{1}(\beta^{*})}\sum_{n_{1}=0}^{N_{2}(\beta^{*})} 2^{2k} \left[(2k)!\right]^{-1} \left(2k + \frac{1}{2}\right)^{-1} \\ &\times (n_{1} + 1)\Theta\left(1.5 - \frac{\beta^{*}}{\bar{\beta}}\right)\Theta\left(\frac{\beta^{*}}{\bar{\beta}} - 0.5\right) \\ &\times \Gamma^{2}\left(k + \frac{1}{2}\right)\exp\left[-\left(\frac{\beta^{*}}{\bar{\beta}} - 1\right)^{2}\right]\beta^{*2}A(\beta^{*}) \\ &\times \left\{\delta_{m,1}\left[\beta^{*}\eta_{B}^{2} + \beta^{*}a^{*}_{B}^{-2}(2n_{1} + 1) + \frac{3}{2}\right]^{-2} \\ &+ \delta_{m,-1}\left[\beta^{*}\eta_{B}^{2} + \beta^{*}a^{*}_{B}^{-2}(2n_{1} + 3) + \frac{3}{2}\right]^{-2}\right\}, \end{split}$$
(19)

где  $\sigma_0=2^5\,\pi^{1/2}\,\lambda_0^2\,\alpha^*\,a_d^2,\,X=\hbar\omega/E_d,\,N_1(\beta)=[C_1]$ — целая часть выражения  $C_1=\left\{\beta[X-\eta_B^2-a_B^{*-2}(|m|+m+1)]-1/2\right\}/2,\,N_2(\beta)=[C_2]$ — целая часть выражения  $C_2=[X-\eta_B^2-\beta^{-1}(2k+1/2)]/(2a_B^{*-2})-(|m|+m+1)/2;$  $A(\beta)=2^{-1/4}\pi\beta^{1/4}a_B^*a_d^{3/2}C_B;\,\overline{L_c}$ — средний период структуры с КЯ, S— площадь сечения структуры плоскостью, перпендикулярной ее оси роста;  $\Theta(x)$ — единичная функция Хевисайда;  $\beta^*=\bar{\beta}u^*, \bar{\beta}=\overline{L^*}/4\sqrt{U_0^*},\,\overline{L^*}=\bar{L}/a_d.$ 

На рис. 4 приведена спектральная зависимость коэффициента примесного магнитопоглощения света многоямной квантовой структуры в относительных единицах  $K_B(\omega)/K_0$ , где  $K_0 = \sigma_0/\overline{L_cS}$ . Как видно из рис. 4, для спектральной зависимости коэффициента поглощения характерен дублет Зеемана с ярко выраженными пиками 1 и 1', связанными с оптическими переходами электронов из  $D^{(-)}$ -состояния в состояния с магнитным квантовым числом  $m = \mp 1$  соответственно. Эффект гибридизации спектра примесного оптического поглощения проявляется в том, что расстояние между пиками в дублете определяется циклотронной частотой  $\omega_{B}$ , а период появления дублета  $(1, 1' \rightarrow 2, 2')$  — гибридной частотой  $\Omega = \sqrt{4\omega_0^2 + \omega_B^2}$ . Амплитуда пика 1' больше амплитуды пика 1 в первом дублете. Такая особенность пиков в первом дублете Зеемана наблюдалась экспериментально в многоямных квантовых структурах GaAs/AlGaAs [1]. Это обусловлено тем, что состояние





**Рис. 4.** Спектральная зависимость коэффициента примесного магнитопоглощения  $K_B(\omega)/K_0$  (в относительных единицах) света поперечной поляризации в многоямной квантовой структуре с учетом дисперсии ширины КЯ при  $|E_i| = 35$  мэВ,  $\bar{L} = 72$  нм,  $U_0 = 0.2$  эВ,  $L_c = 432$  нм, B = 5 Тл.

с энергией  $E_{0,+1,0}$  является двукратно вырожденным, т. е.  $E_{0,+1,0} = E_{1,-1,0}$  (см. формулу (4)), причем за счет дисперсии ширины КЯ возможно увеличение кратности вырождения.

Как известно [9], в магнитном поле край полосы примесного поглощения сдвигается в коротковолновую область спектра. В случае структуры с КЯ этот сдвиг происходит по закону  $(\hbar\omega)_{\rm th} = |E_{\lambda_B}| + \hbar\omega_B/2 + (3\bar{\beta})^{-1}E_d.$ Оценка величины  $(\hbar\omega)_{\rm th}$  для структуры на основе GaAs при численных значениях параметров  $\overline{L} = 9.1$  нм,  $U_0 = 0.2$  эВ,  $|E_i| = 0.4$  зВ показывает, что при изменении магнитного поля от 0 до 10 Тл сдвиг края поглощения составляет ~ 10 мэВ. Средняя полуширина линий поглощения  $\Delta$  в первом дублете, как показывает оценка, составляет  $\Delta \approx 5.2$  мэВ, что несколько отличается от экспериментального значения полуширины 4.8 мэВ [1]. В работе [10] был сделан вклад в величину  $\Delta$  многофононного механизма уширения линий поглощения, который составил 3.4 мэВ. Следовательно, учет дисперсии ширины КЯ является важным при оценке уширения линий поглощения в многоямных квантовых структурах в продольном магнитном поле.

Таким образом, в данной работе показано, что модель потенциала нулевого радиуса удовлетворительно описывает эксперимент с двумерными  $D^{(-)}$ -центрами в продольном магнитном поле до 10 Тл, включая примесное магнитооптическое поглощение с учетом дисперсии ширины КЯ полупроводниковой структуры.

#### Список литературы

- S. Huant, S.P. Najda, B. Etienne. Phys. Rev. Lett., 65 (12), 1486 (1990).
- [2] S. Huant, A. Mandray, J. Zhu, C.G. Louie, T. Pang, B. Etienne. Phys. Rev. B, 48 (3), 2370 (1993).
- [3] S. Huant, S.P. Najda, B. Etienne. Phys. Rev. B, 51 (7), 4637 (1995).
- [4] В.Д. Кревчик, А.Б. Грунин. ФТП, 45 (7), 1272 (2003).
- [5] В.Д. Кревчик, Р.В. Зайцев. ФТТ, **43** (3), 504 (2001).
- [6] А.А. Пахомов, К.В. Халипов, И.Н. Яссиевич. ФТП, 30 (8), 1387 (1996).
- [7] Н.С. Аверкиев, А.Е. Жуков, Ю.Л. Иванов, П.В. Петров, К.С. Романов, А.А. Тонких, В.М. Устинов, Г.Э. Цырлин. ФТП, 38 (2), 222 (2004).
- [8] В.Д. Кревчик, Р.В. Зайцев, В.В. Евстифеев. ФТП, 34 (10), 1244 (2000).
- [9] В.Д. Кревчик, А.Б. Грунин, Р.В. Зайцев. ФТП, 36 (10), 1225 (2002).
- [10] Э.П. Синявский, С.М. Соковнич. ФТП, 34 (7), 844 (2000).

Редактор Л.В. Шаронова

# Magnetooptics of quantum wells with $D^{(-)}$ -centres

V.D. Krevchik, A.B. Grunin, Vas.V. Evstifeev

Penza State University, 440026 Penza, Russia