# Влияние внутризонной электронной релаксации на пороговые характеристики лазеров на квантовых ямах

© И.А. Костко, Н.А. Гунько, Н.Л. Баженов, К.Д. Мынбаев, Г.Г. Зегря<sup>¶</sup>

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, 194021 Санкт-Петербург, Россия

(Получена 19 июля 2005 г. Принята к печати 5 сентября 2005 г.)

Исследовано влияние внутризонной релаксации носителей заряда на пороговые характеристики лазеров на квантовых ямах на основе InGaAsP. Исследована зависимость времени внутризонной дырочно-дырочной релаксакции  $\tau_{int}$  от температуры и концентрации носителей. Показано, что учет конечного значения  $\tau_{int}$  и его зависимости от температуры и концентрации носителей оказывает сильное влияние на величину коэффициента усиления и пороговой плотности тока в лазерах на квантовых ямах.

PACS: 42.55.Ah, 42.55.Px, 78.67.De

#### 1. Введение

Процессы внутризонной релаксации существенно влияют на механизмы рекомбинации как в объемных полупроводниках, так и в полупроводниковых квантовых ямах (КЯ) [1–3]. Время внутризонной релаксации, как правило, намного меньше времени межзонной рекомбинации. Поэтому именно процессы внутризонной релаксации приводят к увеличению ширины линии спектра излучения полупроводникового лазера, деформации и уменьшению интенсивности спектров усиления и излучения, повышению плотности порогового тока и подавлению мощности полупроводникового лазера [1,2,4,5].

Пороговый ток определяет быстродействие лазера. С увеличением роли процессов внутризонной релаксации пороговый ток увеличивается. В режиме внешней токовой модуляции увеличение порогового тока приводит к уменьшению частоты релаксационных колебаний и ухудшению быстродействия полупроводникового лазера.

Таким образом, для разработки новых высокоскоростных источников излучения исследование влияния процессов релаксации на пороговые характеристики лазера является весьма актуальным.

Как правило, при расчете коэффициента усиления и анализе пороговых характеристик лазеров на КЯ полагают, что время внутризонной релаксации  $\tau_{int} = \infty$  или  $\tau_{int} = \text{const} [6]$ . Однако оба эти подхода не точны, так как, во-первых, время внутризонной релаксации  $\tau_{int}$  конечно, а во-вторых, оно существенно зависит как от температуры, так и от концентрации  $\mathcal{N}$  носителей заряда, особенно в области больших концентраций и высоких температур. Зависимость  $\tau_{int}$  от T и  $\mathcal{N}$  существенно влияет на зависимости коэффициента усиления  $\bar{g}$  от Tи  $\mathcal{N}$ , пороговой концентрации  $n_{th}$  от T, плотности порогового тока  $J_{th}$  от T и  $\mathcal{N}$ , а следовательно, и на зависимость выходной оптической мощности P от тока накачки.

Данная работа посвящена вычислению зависимости времени внутризонной релаксации от температуры и концентрации, а также учету влияния процессов внутризонной релаксации на пороговые характеристики лазеров на КЯ.

## 2. Пороговые характеристики лазеров. Коэффициент усиления

Коэффициент усиления и скорость рекомбинации могут быть найдены с помощью метода температурных функций Грина [7]. Этот метод использовался, например, в работах [1,8]. Однако при выводе волновых функций в [1] не была учтена сложная структура валентной зоны. Кроме того, функции Грина для дырок имели вид диагональных матриц, что позволяло сильно упростить аналитические выражения для времени релаксации. В работе [9] приведены спектры и волновые функции носителей заряда в рамках модели Кейна в квантовой яме с учетом сложной структуры валентной зоны. В наших вычислениях мы учли сложную структуру валентной зоны, а функции Грина для дырок являлись недиагональными матрицами, что дает более точные выражения для коэффициента усиления, чем в [1].

В рамках приближения линейного отклика скорость стимулированной излучательной рекомбинации записывается следующим образом [10]:

$$R(\omega) = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{e^2 \gamma^2}{\hbar^2 c^2} A_{\alpha} A_{\beta}$$

$$\times \sum \int \frac{1}{(2\pi)^2} \left[ f_c \left( E_c(q) \right) + f_v \left( \hbar \omega - E_c(q) \right) - 1 \right]$$

$$\times M_{l\xi, n\eta}^{*\alpha} M_{l\xi, n\xi}^{\beta} D_{m\eta, n\xi} \left( q, \hbar \omega - E_c(q) \right) d^2 q. \tag{1}$$

Здесь  $A_{\alpha}, A_{\beta}$  — компоненты векторного потенциала;  $\gamma$  — кейновский матричный элемент;  $\omega$  — частота; c — скорость света;  $f_c$  и  $f_v$  — фермиевские функции распределения электронов и дырок;  $\xi$  и l — спиновый индекс и номер уровня энергии квантования для электронов;  $\eta, \xi$  и m, n — аналогичные индексы для дырок с учетом их вырождения, причем по всем квантовым числам ведется суммирование;  $E_c(q)$  — энергия электрона в зоне

<sup>¶</sup> E-mail: zegrya@theory.ioffe.ru

проводимости. Интеграл перекрытия волновых функций электрона и дырки *М* имеет следующий вид:

$$M^{\alpha}_{l\xi,m\eta} = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^{cs*}_{l\xi}(x,q) \Psi^{\nu\alpha}_{m\eta}(x,q) \, dx, \qquad (2)$$

где  $\Psi$  — спинор [9], относящийся к электронам (индекс c) и дыркам (индекс v), а s и  $\alpha = x$ , y, z определяют компоненты волновой функции. Спектральная функция D(q, E) равна мнимой части функции Грина и имеет вид

$$D_{m\eta,n\xi}(q,E) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} G_{n\eta,n\xi}(q,E).$$
(3)

В работе [1] авторы предположили, что *D* — диагональная матрица, имеющая вид функции Лоренца. Это предположение верно только в том случае, если переходы между различными подуровнями энергии за счет взаимодействия отсутствуют. В общем случае *D* недиагональная матрица.

С помощью формулы для скорости стимулированной излучательной рекомбинации получаем коэффициент усиления для одиночной квантовой ямы [10]:

$$\bar{g}(\omega) = \frac{R(\omega)}{aV_g N_\omega} = \frac{4\pi^2}{\sqrt{\varepsilon_0} a} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{\gamma^2}{\hbar \omega} e_\alpha e_\beta$$

$$\times \sum \int \frac{1}{(2\pi)^2} \left[ f_c \left( E_c(q) \right) + f_v \left( \hbar \omega - E_c(q) \right) - 1 \right]$$

$$\times M^{*\alpha}_{l\xi, n\eta} M^{\beta}_{l\xi, n\xi} D_{m\eta, n\xi} \left( q, \, \hbar \omega - E_c(q) \right) d^2 q. \tag{4}$$

Здесь а — ширина квантовой ямы;  $V_g$  — групповая скорость света;  $N_\omega$  — плотность фотонов;  $e_\alpha$ ,  $e_\beta$  — единичные векторы, параллельные компонентам векторного потенциала  $A_\alpha$ ,  $A_\beta$ ;  $\varepsilon_0$  — статическая диэлектрическая проницаемость.

Это выражение будет использовано для нахождения коэффициента усиления структуры с КЯ. Следует отметить, что выражение (4) для коэффициента усиления является более точным, чем выражение, приведенное в работе [6], поскольку учитывает не только основной уровень размерного квантования дырок, но и остальные уровни. В этом случае спектральная функция *D* является недиагональной матрицей. Кроме того, интеграл перекрытия в выражении (2) учитывает как непараболичность спектра, так и подмешивание *p*-состояний к волновым функциям электронов и *s*-состояний к волновым функциям дырок.

## Расчет времени внутризонной релаксации

Время внутризонной релаксации в зоне проводимости в результате рассеяния носителей вычисляется из мнимой компоненты Г собственно энергетической части функции Грина [7]. Наибольший вклад в  $\Gamma(q, E)$  вносят кольцевые диаграммы [7,11]. Диэлектрическая постоянная, входящая в  $\Gamma(q, E)$ , вычислялась в так называемом приближении случайных фаз [7,11].

Общее выражение для Г для двумерной системы имеет вид [7,12]:

$$\Gamma(k,\omega+i0) = \int \frac{d^2q}{(2\pi)^2} \int dE_{\omega} \left[ f(E_{\omega}) + g(E_{\omega} - \hbar\omega) \right]$$
$$\times D^R(\mathbf{k} - \mathbf{q}, E_{\omega}) \operatorname{Im} \Pi^R(q, \hbar\omega - E_{\omega}) U_0^2(q), \quad (5)$$

где

$$U_0(q) = \frac{2\pi e^2}{q\varepsilon} \tag{6}$$

— кулоновский потенциал взаимодействия в двумерной системе [13–15], f и g — функции распределения Ферми и Бозе. Выбор выражения (6) требует некоторых комментариев. Известно [13], что при понижении размерности системы роль экранирования подавляется. В квантовой яме экранирование происходит более сложным образом и лишь в предельных случаях сводится к трехмерному (широкая мелкая яма) или к двухмерному (глубокая узкая яма). В существующих работах [1], посвященных вычислению времени внутризонной релаксации для лазеров на КЯ, авторы учитывали трехмерное экранирование. В настоящей работе  $U_0$  в (6) имеет вид, характерный именно для экранирования в двумерной системе, т.е. по существу мы рассматриваем альтернативный предельный случай.

В соотношении (5) величина П представляет собой поляризационный оператор взаимодействия, связанный с диэлектрической проницаемостью:

$$\delta \varepsilon = -\Pi U_0. \tag{7}$$

Следует отметить, что спектральная функция D сама зависит от времени релаксации, т.е. от  $\Gamma$ . Поэтому выражение (5) представляет собой нелинейное уравнение для  $\Gamma$ . В данной работе мы для простоты пренебрежем зависимостью D от  $\Gamma$ .

Тогда  $D^R$  в (5) записывается как

$$D^{R}(\mathbf{k}-\mathbf{q},\omega_{1})=\pi\delta(E_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}-\hbar\omega_{1}). \tag{8}$$

Для простоты расчетов мы воспользуемся следующим выражением для диэлектрической проницаемости в приближении случайных фаз [13,16]:

$$\varepsilon(\omega, q) = 1 - \lim_{\alpha \to 0} \frac{U_0(q)}{L^2} \sum_{k} \frac{f(E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}) - f(E_{\mathbf{k}})}{E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - E_{\mathbf{k}} - \hbar\omega + i\hbar\alpha}$$
$$= (1 + \delta\varepsilon') + i\delta\varepsilon'', \tag{9}$$

$$E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} = E_k + E_q + 2\sqrt{E_k E_q} \cos\psi, \qquad (10)$$

где L — размер "нормировочного ящика",  $\delta \varepsilon'$  и  $\delta \varepsilon''$  — вещественная и мнимая части диэлектрической проницаемости соответственно. Данное выражение получено

при выборе волновых функций в виде плоских волн и, следовательно, не учитывает особенностей зонной структуры в отличие, например, от выражений, полученных в работе [17]. Мнимая часть произведения поляризационного оператора двухчастичного взаимодействия на  $U_0$  записывается как

$$\operatorname{Im}(\Pi^{R}U_{0}) = \frac{\delta\varepsilon''}{(1+\delta\varepsilon')^{2} + (\delta\varepsilon'')^{2}},$$

где вещественная и мнимая части диэлектрической проницаемости имеют вид:

$$\delta\varepsilon' = -U_0(q) \int \frac{dk^2}{(2\pi)^2} \frac{f(E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}) - f(E_{\mathbf{k}})}{E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - E_{\mathbf{k}} - E},$$
 (11)

$$\delta \varepsilon''(q, E) = \pi U_0(q) \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \left[ f(E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}) - f(E_{\mathbf{k}}) \right]$$
$$\times \delta(E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - E_{\mathbf{k}} - E). \tag{12}$$

Тогда выражение (5) для Г принимает вид

$$\Gamma(k, E) = \int_{0}^{\infty} \frac{e^2 dq}{2\pi\varepsilon_0} \int_{0}^{\infty} dE_1 (f(E_1) + g(E_1 - E))$$
$$\times \frac{\delta\varepsilon''}{(1 + \delta\varepsilon')^2 + (\delta\varepsilon'')^2} \pi \delta(E_q - E_1).$$
(13)

#### 4. Результаты и обсуждение

В качестве примера для расчетов был выбран полупроводниковый гетеролазер с квантовыми ямами на основе InGaAsP [6].

На рис. 1 представлены зависимости времени внутризонной дырочно-дырочной релаксации  $\tau_{\rm hh} = \hbar/\Gamma$  от концентрации носителей заряда для структуры на основе



**Рис. 1.** Расчетные зависимости времени внутризонной релаксации от концентрации дырок при температуре 300 (1, 3) и 400 К (2, 4). Ширина ямы составляет 35 (1, 2) и 100 Å (3, 4).



**Рис. 2.** Расчетные зависимости времени внутризонной релаксации от температуры при плотности дырок  $\mathcal{N}$ ,  $10^{12}$  см<sup>-2</sup>: I, 2 - 4; 3, 4 - 1. Ширина ямы составляет 35 (I, 3)и 100 Å (2, 4).

InGaAsP с одной КЯ. Представлены результаты для двух значений температур: 300 и 400 К. При низких концентрациях ( $10^{11} ) <math>\tau_{\rm hh}$  остается постоянным (на рисунке этот диапазон не показан). При  $p > 10^{12} \,\mathrm{cm}^{-2}$   $\tau_{\rm hh}$  плавно убывает до минимального значения, а затем при  $p > 5 \cdot 10^{12} \,\mathrm{cm}^{-2}$  резко возрастает.

Зависимость  $\tau_{hh}$  от концентрации носителей заряда в яме на рис. 1 приведена для двух значений ширины ямы a = 35 Å и a = 100 Å. Видно, что концентрация, при которой  $\tau_{hh}$  достигает минимума, увеличивается с увеличением ширины ямы.

Мы предполагали, что внутризонная релаксация происходит только на основном уровне валентной зоны. Поскольку с увеличением ширины квантовой ямы количество квантово-размерных уровней возрастает, следует ожидать, что эффект внутризонной релаксации и зависимость времени внутризонной релаксации от концентрации, особенно при высоких значениях концентраций, будет проявляться сильнее в случае более узкой ямы.

Зависимость  $\tau_{hh}$  от температуры для лазера с одной КЯ при a = 35 Å и a = 100 Å представлена на рис. 2. С ростом температуры значение  $\tau_{hh}$  слабо уменьшается. Это связано с тем, что энергия Ферми растет линейно с температурой, а величина  $\tau_{hh}$  пропорциональна значению энергии Ферми для дырок. Зависимость  $\tau_{hh}(T)$ слабее при низких значениях концентрации носителей заряда и усиливается при больших концентрациях.

На рис. З представлены зависимости максимального коэффициента усиления от концентрации при значениях  $\tau_{\rm hh} = 2.6 \cdot 10^{-14}$  и  $1.9 \cdot 10^{-14}$  с ( $\Gamma_{\rm hh} = 25$  и 35 мэВ). Видно, что при высоких концентрациях носителей заряда процессы внутризонной релаксации существенно уменьшают максимальный коэффициент усиления. Для сравнения приведены расчеты по формуле для максимального коэффициента усиления из работы [6], полученной в

490



Рис. 3. Расчетные зависимости максимального коэффициенгта усиления  $g_0^{\text{max}}$  от концентрации при  $\tau_{\text{hh}}$ , с:  $I - \infty$ ,  $2 - 2.6 \cdot 10^{-14}$ ,  $3 - 1.9 \cdot 10^{-14}$ .



**Рис. 4.** Расчетные зависимости плотности порогового тока  $I_{\rm th}$  от температуры. При расчетах полагалось, что  $\tau_{\rm th}(T, p)$ =const и составляет  $\tau_{\rm th}$ , с:  $I = 1.9 \cdot 10^{-14}$ ,  $2 = 2.6 \cdot 10^{-14}$ ,  $3 = \infty$ .

предположении  $\tau_{\text{int}} = \infty$ , и, следовательно, для спектральной функции, равной  $D(E_{cv}) = \delta(E_{cv} - \hbar\omega)$ . Видно, что учет конечного времени релаксации существенно уменьшает значение максимального коэффициента усиления.

На рис. 4 представлены зависимости плотности порогового тока  $J_{\text{th}}$  от температуры при бесконечной и конечной величинах времени внутризонной релаксации. Здесь учтено, что пороговый ток складывается из двух составляющих:  $J_{\text{th}} = J_R^{\text{th}} + J_A^{\text{th}}$ , где  $J_R^{\text{th}}$  — плотность излучательного, а  $J_A^{\text{th}}$  — плотность безызлучательного токов на пороге генерации. Видно, что плотность порогового тока значительно увеличивается, если в расчетах учитываются процессы внутризонной релаксации. Как показано на рис. 1 и рис. 2,  $\tau_{\text{int}}$  зависит как от температуры, так

Физика и техника полупроводников, 2006, том 40, вып. 4

и от концентрации носителей. Поэтому при вычислениях пороговых характеристик необходимо учитывать явный вид этой зависимости  $\tau_{int}$ . Таким образом, приходится решать самосогласованную задачу. Такой анализ будет проведен авторами в отдельной работе.

#### 5. Заключение

В работе представлен анализ влияния процессов внутризонной релаксации на пороговые характеристики полупроводниковых лазеров на квантовых ямах. Показано, что время внутризонной релаксации в значительной степени зависит от температуры и концентрации носителей заряда. Роль процессов внутризонной релаксации возрастает с увеличением концентрации носителей заряда.

Показано, что величина пороговой плотности тока оказывается значительно больше, если вместо широко используемого приближения  $\tau_{int} = \infty$  в расчетах учесть конечность времени релаксации. Показано, что учет зависимостей времени релаксации носителей от температуры, концентрации носителей и ширины квантовой ямы оказывает сильное влияние на величину коэффициента усиления. Зависимость максимального коэффициента усиления от концентрации носителей заряда при больших концентрациях становится нелинейной.

Работа была частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты 04-07-90148 и 04-02-16786), а также программой Президиума РАН "Низкоразмерные квантовые структуры".

### Список литературы

- [1] M. Asada. IEEE J. Quant. Electron., QE-25, 2019 (1989).
- [2] Quantum Well Lasers, ed. by P. Zory (N.Y., Academic Press, 1993).
- [3] F. Jahnke, S. Koch. Phys. Rev. A, 52, 1712 (1995).
- [4] M. Asada, Y. Suematsu. IEEE J. Quant. Electron., QE-21, 434 (1985).
- [5] M. Yamada, Y. Suematsu. J. Appl. Phys., 52, 2653 (1981).
- [6] L.V. Asryan, N.A. Gun'ko, A.S. Polkovnikov, G.G. Zegrya, R.A. Suris, P.-K. Lau, T. Makino. Semicond. Sci. Technol., 15, 1131 (2000).
- [7] A.I. Fetter, I.D. Walecka. Quantum Theory of Many Particle Systems (N.Y., McGraw-Hill, 1971).
- [8] A. Polkovnikov, G. Zegrya. Phys. Rev. B, 64, 073 205 (2001).
- [9] G.G. Zegrya, A.S. Polkovnikov. ЖЭΤΦ, **113**, 1491 (1998).
- [10] G.G. Zegrya, E.B. Dogonkin, A.S. Polkovnikov. Proc. Int. Semicond. Conf. (CAS'99) (Sinaia, 5–9 October, 1999) p. 351.
- [11] А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статической физике (М., Гос. изд. физ.-мат. лит-ры, 1962).
- [12] Л.Е. Воробьев, С.Н. Данилов, Г.Г. Зегря, Д.А. Фирсов, В.А. Шалыгин, И.Н. Яссиевич, Е.В. Берегулин. Фотоэлектрические явления в полупроводниках и размерноквантовых структурах, под ред. В.И. Ильина, А.Я. Шика (СПб., Наука, 2001) гл. 2.
- [13] T. Ando, A.B. Fowler, F. Stern. Rev. Mod. Phys., 54, 437 (1982).

- [14] S.-C. Lee, I. Galbraith. Phys. Rev. B, 59, 15796 (1999).
  [15] S.-C. Lee, I. Galbraith. Phys. Rev. B, 62, 15327 (2000).
- [16] F. Stern, W.E. Howard. Phys. Rev., 163, 816 (1967).
- [17] H. Ehrenreich, M.H. Cohen. Phys. Rev., 115, 786 (1959).

Редактор Т.А. Полянская

# Effect of intraband carrier relaxation on threshold characteristics of quantum well lasers

I.A. Kostko, N.A. Gun'ko, N.L. Bazhenov, K.D. Mynbaev, G.G. Zegrya

Ioffe Physicotechnical Institute, Russian Academy of Sciences, 194021 St. Petersburg, Russia

**Abstract** Effect of intraband carrier relaxation on threshold characteristics of InGaAsP-based quantum well lasers was studied. Dependences of intraband hole-hole relaxation time  $\tau_{int}$  on temperature and carrier concentration were considered. Account for finite values of  $\tau_{int}$  and its dependence of temperature and carrier concentration were shown to strongly affect the gain coefficient and threshold current of the quantum well lasers.