

Влияние размерного квантования спектра акустических фононов на рассеяние электронов в сверхрешетке GaAs/Al_xGa_{1-x}As

© С.И. Борисенко[†]

Сибирский физико-технический институт им. В.Д. Кузнецова,
634050 Томск, Россия

(Получена 22 июля 2003 г. Принята к печати 15 декабря 2003 г.)

Проведен расчет времени релаксации квазидвумерных электронов нижней мини-зоны сверхрешетки GaAs/Al_{0.35}Ga_{0.65}As за счет рассеяния на акустических фононах. Показано, что учет размерного квантования фононного спектра, выполненный в рамках теории упругости, слабо влияет на рассеяние электронов. Данное рассеяние хорошо описывается в рамках фононного спектра объемных полупроводников, входящих в состав сверхрешетки.

1. Введение

Влияние размерного квантования фононной подсистемы на рассеяние электронов в гетероструктурах из отдельных квантовых ям (КЯ) GaAs/Al_xGa_{1-x}As и сверхрешеток (СР) на их основе исследовалось во многих работах. Однако объектом изучения в большинстве из них являлись полярные оптические фононы (ПОФ) [1–11]. Результаты этих исследований показали, что размерное квантование спектров ПОФ можно использовать с целью увеличения подвижности электронов СР, определяемой рассеянием на ПОФ в области комнатных температур, по сравнению с аналогичной подвижностью в объемных полупроводниках [12]. Однако вопрос о возможном увеличении общей решеточной подвижности электронов за счет размерного квантования спектра ПОФ является проблематичным ввиду увеличения роли рассеяния электронов в данных структурах на акустических фононах (АКФ) [13]. Работ по изучению влияния размерного квантования спектра АКФ на рассеяние электронов практически нет. В известной работе [14] данная задача решается в рамках теории упругости для отдельной квантовой ямы с учетом приближения изотропного континуума. Существенным приближением данной работы являются граничные условия, соответствующие свободным гетерограницам КЯ.

В данной работе изучается влияние размерного квантования АКФ на рассеяние и подвижность квазидвумерных электронов нижней мини-зоны сверхрешетки (СР) GaAs/Al_xGa_{1-x}As. Расчет спектра АКФ проводится методом, предложенным в работе [14]. Однако граничные условия на гетерограницах предполагают непрерывность отклонений и нормальных компонент тензора напряжений с учетом блоховской периодичности по периоду СР.

2. Расчет спектра частот и векторов смещений акустических колебаний сверхрешетки

Расчет спектра частот и поля смещений $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ для СР из квантовых ям GaAs/Al_xGa_{1-x}As проведем с помощью

уравнения Грина–Кристоффеля в приближении изотропного континуума ($c_{12} + 2c_{44} - c_{11} = 0$):

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = v_{\perp}^2 \Delta \mathbf{u} + (v_{\parallel}^2 - v_{\perp}^2) \nabla(\nabla \mathbf{u}), \quad (1)$$

где $v_{\perp} = \sqrt{c_{44}/\rho}$, $v_{\parallel} = \sqrt{c_{11}/\rho}$ — скорости поперечных и продольных АКФ, зависящие от координаты z с периодом d вдоль оси СР. В качестве граничных условий для решений уравнения (1) будем учитывать непрерывность смещений и нормальных компонент тензора напряжений на гетерограницах СР, а также подчинение вектора смещений теореме Блоха относительно переменной вдоль оси симметрии СР. Решение уравнения (1) с учетом изотропности среды будем искать в виде нормальных колебаний:

$$\mathbf{u}_{\mathbf{v}\mathbf{q}}(\mathbf{r}) = \frac{A_{\mathbf{v}\mathbf{q}}}{\sqrt{\rho(z)V}} \mathbf{s}_{\mathbf{v}\mathbf{q}}(z) \cdot e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}, \quad (2)$$

где $\mathbf{q} = (q_{\perp}, 0, q_z)$ — волновой вектор фонона; $\mathbf{s}_{\mathbf{v}\mathbf{q}}(z)$ — векторные функции, удовлетворяющие теореме Блоха и нормировке

$$\frac{1}{d} \int_{-b}^a \frac{\mathbf{s}_{\mathbf{v}\mathbf{q}}^*(z) \mathbf{s}_{\mathbf{v}'\mathbf{q}}(z)}{\rho(z)} dz = \frac{d}{a\rho_a + b\rho_b} \delta_{\mathbf{v}\mathbf{v}'}, \quad (3)$$

$\rho(z)$ — плотность вещества (периодическая функция с периодом СР); $A_{\mathbf{v}\mathbf{q}}$ — комплексная нормальная координата моды колебаний с номером \mathbf{v} ; q_{\perp} — модуль волнового вектора в плоскости, перпендикулярной оси СР; q_z — компонента волнового вектора вдоль оси симметрии СР; a и b — ширина КЯ и потенциального барьера (ПБ) сверхрешетки; $d = a + b$ — период СР; ρ_a и ρ_b — плотность вещества в КЯ и ПБ соответственно.

С учетом (2) решение уравнения (1) сводится к нахождению собственных значений и векторов дифференциального оператора \hat{D} , подчиняющихся граничным условиям:

$$\hat{D}\mathbf{u}_{\mathbf{v}} = -\omega_{\mathbf{v}}^2 \mathbf{u}_{\mathbf{v}}, \quad (4)$$

[†] E-mail: sib@elefot.tsu.ru

где

$$\hat{D} = \begin{pmatrix} v_{\perp}^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - v_{\parallel}^2 q_{\perp}^2 & 0 & iq_{\perp}(v_{\parallel}^2 - v_{\perp}^2) \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & v_{\perp}^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - v_{\perp}^2 q_{\perp}^2 & 0 \\ iq_{\perp}(v_{\parallel}^2 - v_{\perp}^2) \frac{\partial}{\partial z} & 0 & v_{\parallel}^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - v_{\perp}^2 q_{\perp}^2 \end{pmatrix}.$$

Для смещений АКФ, дивергенция от которых отлична от нуля, система характеристических уравнений для определения функции $\mathbf{s} = \exp(iqz) \cdot \mathbf{e}$ принимает вид

$$\begin{cases} (v_{\perp}^2 q^2 + v_{\parallel}^2 q_{\perp}^2 - \omega^2)e_x + q_{\perp}q(v_{\parallel}^2 - v_{\perp}^2)e_z = 0 \\ q_{\perp}q(v_{\parallel}^2 - v_{\perp}^2)e_x + (v_{\parallel}^2 q^2 + v_{\perp}^2 q_{\perp}^2 - \omega^2)e_z = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Решением системы (5) являются четыре значения параметра q , соответствующие четырем значениям векторов $\mathbf{e} = (e_x, 0, e_z)$:

$$\begin{aligned} q_{1,2} &= \pm Q_1 = \pm \sqrt{\left(\frac{\omega}{v_{\perp}}\right)^2 - q_{\perp}^2}, \\ q_{3,4} &= \pm Q_2 = \pm \sqrt{\left(\frac{\omega}{v_{\parallel}}\right)^2 - q_{\perp}^2}; \\ \mathbf{e}_1 &= \frac{(-Q_1, 0, q_{\perp})}{\sqrt{q_{\perp}^2 + Q_1^2}}, & \mathbf{e}_2 &= \frac{(Q_1, 0, q_{\perp})}{\sqrt{q_{\perp}^2 + Q_1^2}}, \\ \mathbf{e}_3 &= \frac{(q_{\perp}, 0, Q_2)}{\sqrt{q_{\perp}^2 + Q_2^2}}, & \mathbf{e}_4 &= \frac{(-q_{\perp}, 0, Q_2)}{\sqrt{q_{\perp}^2 + Q_2^2}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Из формул (6) следует связь между Q_1 и Q_2 :

$$v_{\perp}^2(Q_1^2 + q_{\perp}^2) = v_{\parallel}^2(Q_2^2 + q_{\perp}^2). \quad (8)$$

С учетом (6), (7) формула (2) для искомых функций в общем случае принимает вид

$$\mathbf{u}_{\nu\mathbf{q}}(\mathbf{r}) = \frac{A_{\nu\mathbf{q}}}{\sqrt{\rho(z)V}} e^{iq_{\perp}\mathbf{r}_{\perp}} \sum_i c_{\nu q_i}(z) e^{iq_{\parallel}q_i(z)z} e_{\nu q_i}(z), \quad (9)$$

где $c_{\nu q_i}(z)$ — постоянные величины, имеющие значения $c_{\nu q_i1}$ и $c_{\nu q_i2}$ в области КЯ и ПБ соответственно. Значения этих величин и спектр собственных частот нормальных колебаний $\omega_{\nu\mathbf{q}}$ с учетом условия нормировки (3) являются решением системы уравнений, вытекающих из свойства и граничных условий для решений уравнения (1) (см. Приложение).

3. Расчет вероятности рассеяния

Расчет вероятности рассеяния проводился в приближении Борна с приближенной волновой функцией электронов в виде суммы Блоха по волновым функциям основного состояния бесконечно глубокой квантовой ямы СР [13]:

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{d}{V}} e^{ik_{\perp}\mathbf{r}_{\perp}} \sum_n e^{ik_z dn} \varphi(z - dn), \quad (10)$$

где

$$\varphi(z) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi}{a} z\right), & 0 \leq z < a, \\ 0, & -b \leq z < 0. \end{cases} \quad (11)$$

В приближении деформационного потенциала для энергии взаимодействия электронов с АКФ с учетом (9)–(11) формулу для вероятности упругого рассеяния электрона нижней мини-зоны СР с волновым вектором \mathbf{k} в состояние с \mathbf{k}' можно представить в виде

$$w_{\nu\mathbf{q}}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = w_{\nu}(\mathbf{q}) \delta[E(\mathbf{k}') - E(\mathbf{k})] \delta_{\mathbf{k}', \mathbf{k}-\mathbf{q}},$$

где

$$w_{\nu}(\mathbf{q}) = w_{\nu}(q_{\perp}, q_z) = \frac{2\pi k_0 T D_a}{\hbar c_{11a} V} f^2 \left(\frac{a Q_{\nu q_{21}}}{2} \right), \quad (12)$$

D_a и c_{11a} — деформационный потенциал дна зоны проводимости и модуль упругости, соответствующие веществу КЯ;

$$f(\xi_{\nu\mathbf{q}}) = \frac{\pi^2 \sin(\xi_{\nu\mathbf{q}})}{\xi_{\nu\mathbf{q}}(\pi^2 - \xi_{\nu\mathbf{q}}^2)} \left| c_{\nu q_{31}} - e^{-2i\xi_{\nu\mathbf{q}}} c_{\nu q_{41}} \right|. \quad (13)$$

4. Расчет времени релаксации

В приближении упругого рассеяния для СР с узкой нижней мини-зоной расчет времен поперечной и продольной релаксации проведем по известным формулам [13]:

$$\frac{1}{\tau_{\perp}(E)} = \sum_{\mathbf{k}', \nu, \mathbf{q}} w_{\nu\mathbf{q}}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \left(1 - \frac{\mathbf{k}'_{\perp} \mathbf{k}_{\perp}}{k_{\perp}^2} \right) = \sum_{\nu} \frac{1}{\tau_{\perp\nu}(E)}, \quad (14)$$

$$\frac{1}{\tau_{\parallel}(E)} = \sum_{\mathbf{k}', \nu, \mathbf{q}} w_{\nu\mathbf{q}}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \left(1 - \frac{\sin(k'_z d)}{\sin(k_z d)} \right) = \sum_{\nu} \frac{1}{\tau_{\parallel\nu}(E)}, \quad (15)$$

где $E = \hbar^2 k_{\perp}^2 / 2m_{\perp}^*$ — энергия поперечного движения электрона по мини-зоне. После интегрирования по волновому вектору конечного состояния электрона и некоторых преобразований формулы (14) и (15) можно привести к виду, удобному для численного интегрирования:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_{\perp\nu}(E)} &= \frac{V}{4\pi^3 E} \int_0^{2k_{\perp}} \int_0^{\pi/d} \frac{w_{\nu}(q_{\perp}, q_z)}{\sqrt{4k_{\perp}^2 - q_{\perp}^2}} q_{\perp}^2 dq_{\perp} dq_z \\ &= \frac{V m_{\perp}^*}{4\pi^3 \hbar^2 E} \int_0^{4E} \int_0^{\pi/d} \frac{w_{\nu}(x, q_z)}{\sqrt{4E - x}} x^{1/2} dx dq_z, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\frac{1}{\tau_{\parallel\nu}(E)} = \frac{V k_{\perp}^2}{2\pi^3 E} \int_0^{2k_{\perp}} \int_0^{\pi/d} \frac{w_{\nu}(q_{\perp}, q_z)}{\sqrt{4k_{\perp}^2 - q_{\perp}^2}} [1 - \cos(q_z d)] dq_{\perp} dq_z$$

$$= \frac{V m_{\perp}^*}{2\pi^3 \hbar^2} \int_0^{4E} \int_0^{\pi/d} \frac{w_{\nu}(x, q_z) [1 - \cos(q_z d)]}{\sqrt{4E - x}} x^{-1/2} dx dq_z, \quad (17)$$

где $x = \hbar^2 q_{\perp}^2 / 2m_{\perp}^*$.

5. Приближение объемного изотропного спектра акустических фононов

В приближении объемного изотропного спектра АКФ переменные в формуле (12) для вероятности рассеяния принимают значения $c_{vq31} = 1$, $c_{vq41} = 0$, $Q_{vq21} = q_z + 2\pi v/d$. С учетом (14)–(17) для продольного и поперечного времен релаксации получаем известный результат [13]

$$\frac{1}{\tau_{\perp}} = \frac{1}{\tau_{\parallel}} = \frac{1}{\tau_0} = \frac{3k_0 T m_{\perp}^* D_a^2}{2\hbar^3 a c_{11a}}. \quad (18)$$

Формулы (14), (15) с учетом (16)–(18) можно представить в удобном для анализа виде

$$\frac{1}{\tau_i} = \frac{1}{\tau_0} \chi_i(E), \quad (19)$$

где

$$\chi_{\perp}(E) = \frac{1}{2\pi E} \int_0^{4E} \frac{\varphi_{\perp}(x)}{\sqrt{4E-x}} x^{1/2} dx, \quad (20)$$

$$\chi_{\parallel}(E) = \frac{1}{\pi} \int_0^{4E} \frac{\varphi_{\parallel}(x)}{\sqrt{4E-x}} x^{-1/2} dx, \quad (21)$$

$$\varphi_{\perp}(E) = \frac{2a}{3\pi} \sum_v \int_0^{\pi/d} f^2(\xi_{vq}) dq_z, \quad (22)$$

$$\varphi_{\parallel}(E) = \frac{2a}{3\pi} \sum_v \int_0^{\pi/d} f^2(\xi_{vq}) [1 - \cos(q_z d)] dq_z. \quad (23)$$

Функции $\chi_i(E)$ являются безразмерными и зависят от a и b как от параметров. В приближении объемного изотропного спектра АКФ функции (20)–(23) превращаются в константы:

$$\chi_{\perp}(E) = \chi_{\parallel}(E) = \varphi_{\perp}(E) = \varphi_{\parallel}(E) = 1.$$

6. Расчет подвижности

Как известно [13], подвижность квазидвумерных электронов нижней мини-зоны СР можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu_{\perp} &= e \langle \tau_{\perp} \rangle / m_{\perp}, \\ \mu_{zz} = \mu_{\parallel} &= e \langle \tau_{\parallel} \rangle / \langle m_{\parallel} \rangle, \end{aligned} \quad (24)$$

где $\langle \tau_{\perp} \rangle$, $\langle \tau_{\parallel} \rangle$ и $\langle m_{\parallel} \rangle$ — усредненные по энергии поперечного движения соответственно поперечное, продольное время релаксации и продольная эффективная масса. Для невырожденного электронного газа с учетом (20), (21) имеем

$$\langle \tau_{\perp} \rangle = \int_0^{\infty} \tau_{\perp}(x) e^{-x} x dx = \tau_0 \int_0^{\infty} \chi_{\perp}^{-1}(x) e^{-x} x dx, \quad (25)$$

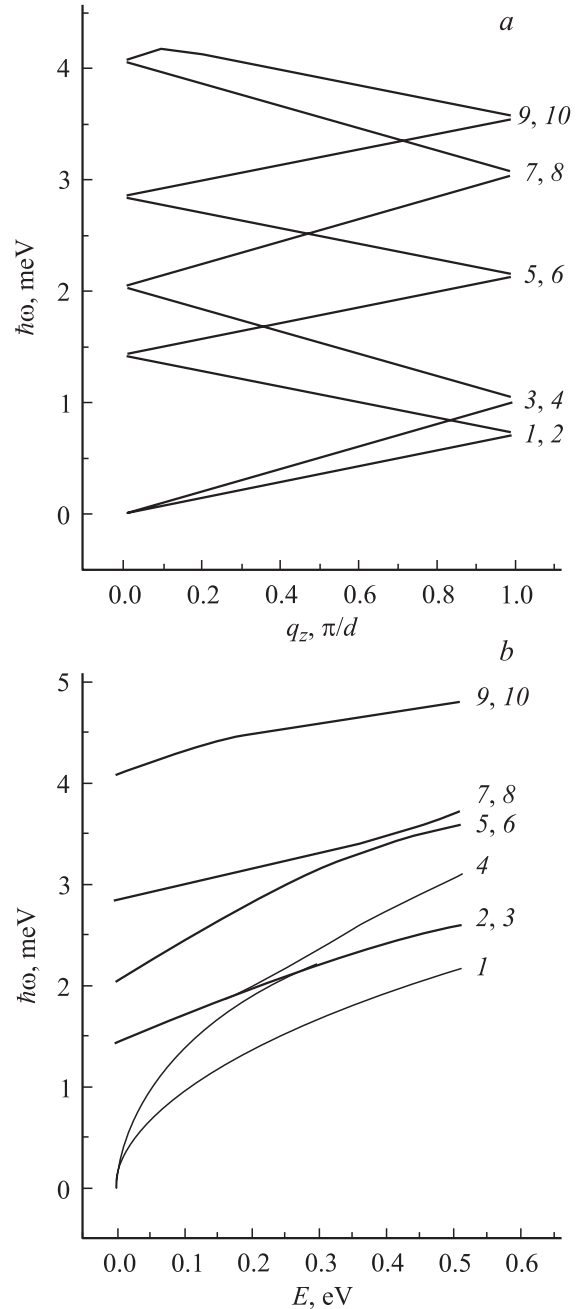


Рис. 1. Дисперсия энергии АКФ $\hbar\omega$ сверхрешетки по q_z при $q_{\perp} = 0$ (a) и по $E = \hbar^2 q_{\perp}^2 / 2m_{\perp}^*$ при $q_{\parallel} = 0$ (b). (1–10) — номера нижних мини-мод акустических фононов.

$$\langle \tau_{\parallel} \rangle = \int_0^{\infty} \tau_{\parallel}(x) e^{-x} dx = \tau_0 \int_0^{\infty} \chi_{\parallel}^{-1}(x) e^{-x} dx, \quad (26)$$

$$\frac{1}{\langle m_{\parallel} \rangle} = \frac{\Delta^2 d^2}{2\hbar^2 k_0 T}, \quad (27)$$

где $x = E/k_0 T$, Δ — ширина нижней мини-зоны зоны проводимости СР в приближении слабо взаимодействующих квантовых ям.

7. Анализ результатов расчета

Численный расчет времени релаксации электронов на АКФ проводился для изопериодической сверхрешетки GaAs/Al_{0.35}Ga_{0.65}As в приближении упругого рассеяния и невырожденного квазидвумерного электронного газа нижней мини-зоны. Для расчета спектра частот и отклонений АКФ в приближении изотропного континуума были использованы следующие параметры [15]: для GaAs — $c_{11a} = 12.21 \cdot 10^{10}$ Н/м², $c_{44a} = 5.99 \cdot 10^{10}$ Н/м², $\rho_a = 5.36$ г/см³; для сплава GaAs/Al_xGa_{1-x}As — $c_{11b} = c_{11a} + 0.14x$, $c_{44b} = c_{44a} - 0.05x$, $\rho_b = \rho_a - 1.6x$. Поперечная эффективная масса считалась равной эффективной массе электронов в GaAs — $m_{\perp}^* = 0.067m_0$.

На рис. 1, *a, b* представлен спектр энергий десяти нижних мини-мод АКФ для симметричной СР с $a = b = 5$ нм. За счет небольшого различия в параметрах арсенида галлия и сплава, описывающих упругие свойства монокристаллов, рассчитанный спектр слабо отличается от спектра в объемном изотропном кристалле со скоростями продольных и поперечных колебаний, усредненными по формуле

$$v_i = \frac{v_{ia}\rho_a a + v_{ib}\rho_b b}{\rho_a a + \rho_b b}. \tag{28}$$

На рис. 2, *a* представлены функции $\varphi_{\perp}(E)$ (кривая 1) и $\varphi_{\parallel}(E)$ (кривая 2), рассчитанные по формулам (22), (23). При расчете этих функций общее число учитываемых мини-мод равнялось 25. Согласно рисунку, влияние размерного квантования спектра АКФ проявляется в наличии слабой дисперсии и анизотропии рассматриваемых функций по энергии электронов, которая отсутствует в приближении объемного спектра АКФ. Наличие данной дисперсии приводит к появлению слабой дисперсии и анизотропии продольного и поперечного времен релаксации, определяемых функциями $\chi_i(E)$,

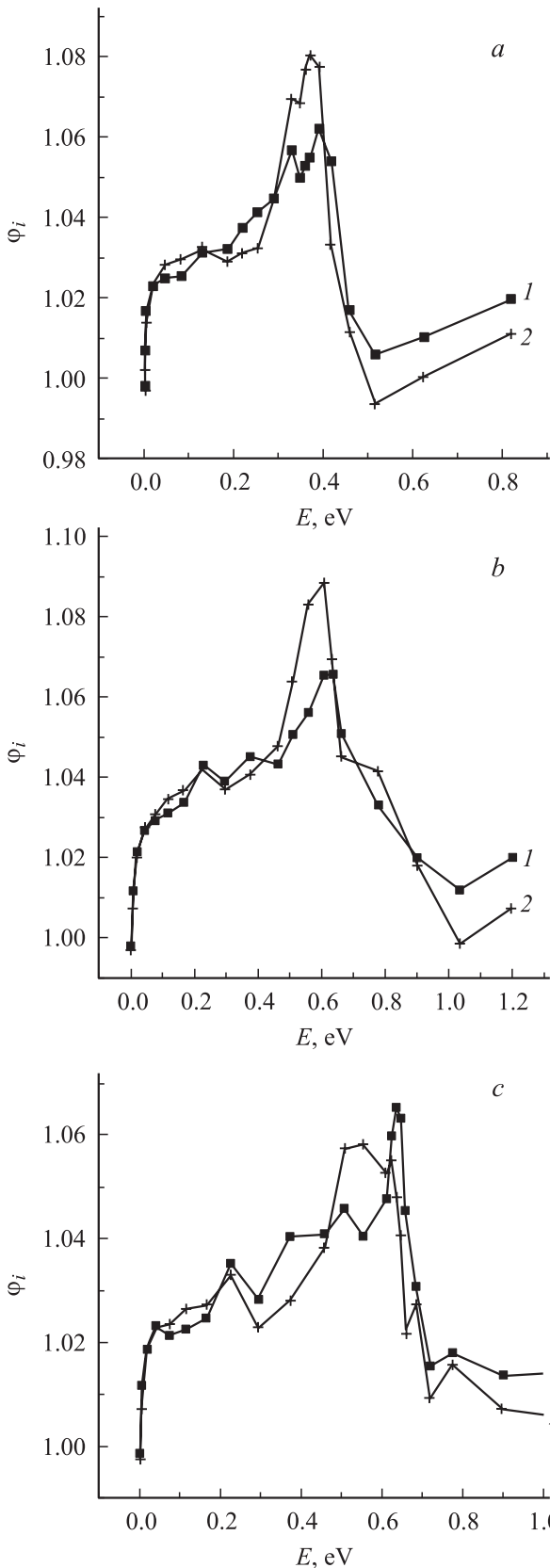


Рис. 2. Дисперсия функций $\varphi_{\perp}(E)$ (1) и $\varphi_{\parallel}(E)$ (2). *a:* $a = 5$ нм, $b = 5$ нм. *b:* $a = 3$ нм, $b = 5$ нм. *c:* $a = 5$ нм, $b = 3$ нм.

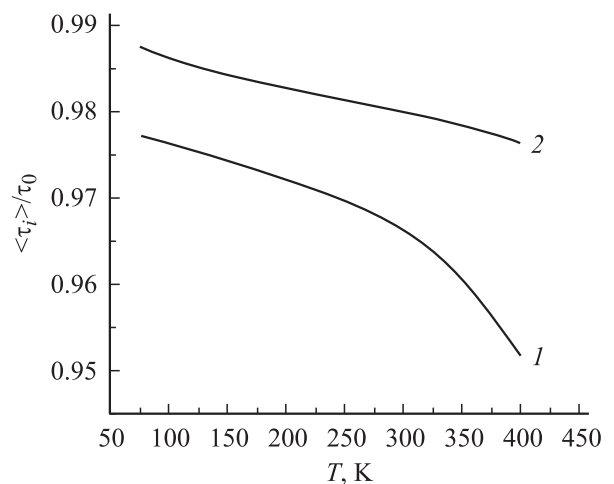


Рис. 3. Температурная зависимость усредненного по энергии времени релаксации при $a = 5$ нм, $b = 5$ нм: 1 — τ_{\perp} / τ_0 , 2 — $\tau_{\parallel} / \tau_0$.

а также к температурной зависимости усредненного по энергии времени релаксации. На рис. 3 приведены температурные зависимости усредненных по энергии поперечного (кривая 1) и продольного (кривая 2) времен релаксации, рассчитанные по формулам (25), (26). В области температур $T = 77-400$ К зависимости являются монотонно убывающими с ростом температуры.

На рис. 2, b и c показана дисперсия функций $\varphi_i(E)$, рассчитанных для несимметричной СР с параметрами $a = 3$ нм, $b = 5$ нм и $a = 5$ нм, $b = 3$ нм соответственно. Расчет с этими функциями усредненных по энергии времен релаксации обнаруживает слабую зависимость значений (χ_i^{-1}) от ширины КЯ и толщины ПБ сверхрешетки в рассматриваемой области изменения параметров.

8. Заключение

Из анализа результатов выполненных расчетов можно сделать следующие выводы: 1) учет размерного квантования спектра АКФ слабо влияет на рассеяние электронов в СР GaAs/Al_xGa_{1-x}As, приводя к незначительному уменьшению, появлению температурной зависимости и анизотропии подвижности за счет времени релаксации; 2) без учета вышеуказанных изменений рассеяние электронов СР на АКФ хорошо описывается в рамках приближения объемного фононного спектра.

С учетом сделанных выводов представляется проблематичным увеличение решеточной подвижности электронов в низкоразмерных гетероструктурах GaAs/Al_xGa_{1-x}As в области комнатных температур посредством влияния на полярное рассеяние с помощью размерного квантования. Это связано с тем, что, в отличие от объемного GaAs, рассеяние электронов на АКФ в рассматриваемых низкоразмерных гетероструктурах за счет размерного квантования электронной подсистемы при комнатных температурах может оказаться основным.

Приложение

Система восьми линейных уравнений для нахождения решений уравнения (1), являющихся следствием граничных условий и теоремы Блоха для отклонений и нормальной компоненты тензора напряжений, имеет следующий вид:

$$\frac{1}{\sqrt{\rho_1}} \sum_i e_{i1x} c_{i1} = \frac{1}{\sqrt{\rho_2}} \sum_i e_{i2x} c_{i2}, \quad (\text{П.1})$$

$$\frac{1}{\sqrt{\rho_1}} \sum_i e_{i1z} c_{i1} = \frac{1}{\sqrt{\rho_2}} \sum_i e_{i2z} c_{i2}, \quad (\text{П.2})$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{\rho_1} v_{\perp 1}^2 \sum_i (q_{\perp} e_{i1z} + q_{i1} e_{i1x}) \cdot c_{i1} \\ & = \sqrt{\rho_2} v_{\perp 2}^2 \sum_i (q_{\perp} e_{i2z} + q_{i1} e_{i2x}) \cdot c_{i2}, \quad (\text{П.3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{\rho_1} \sum_i [q_{\perp} (v_{\parallel 1}^2 - 2v_{\perp 1}^2) e_{i1x} + q_{i1} v_{\parallel 1}^2 e_{i1z}] \cdot c_{i1} \\ & = \sqrt{\rho_2} \sum_i [q_{\perp} (v_{\parallel 2}^2 - 2v_{\perp 2}^2) e_{i2x} + q_{i2} v_{\parallel 2}^2 e_{i2z}] \cdot c_{i2}, \quad (\text{П.4}) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\rho_1}} \sum_i e^{iq_{11}a} e_{i1x} c_{i1} = \frac{e^{iq_z d}}{\sqrt{\rho_2}} \sum_i e^{-iq_{i2}b} e_{i2x} c_{i2}, \quad (\text{П.5})$$

$$\frac{1}{\sqrt{\rho_1}} \sum_i e^{iq_{11}a} e_{i1z} c_{i1} = \frac{e^{iq_z d}}{\sqrt{\rho_2}} \sum_i e^{-iq_{i2}b} e_{i2z} c_{i2}, \quad (\text{П.6})$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{\rho_1} v_{\perp 1}^2 \sum_i e^{iq_{i1}a} (q_{\perp} e_{i1z} + q_{i1} e_{i1x}) \cdot c_{i1} \\ & = e^{iq_z d} \sqrt{\rho_2} v_{\perp 2}^2 \sum_i e^{-iq_{i2}b} (q_{\perp} e_{i2z} + q_{i1} e_{i2x}) \cdot c_{i2}, \quad (\text{П.7}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{\rho_1} \sum_i e^{iq_{i1}a} [q_{\perp} (v_{\parallel 1}^2 - 2v_{\perp 1}^2) e_{i1x} + q_{i1} v_{\parallel 1}^2 e_{i1z}] \cdot c_{i1} \\ & = e^{iq_z d} \sqrt{\rho_2} \sum_i e^{-iq_{i2}b} [q_{\perp} (v_{\parallel 2}^2 - 2v_{\perp 2}^2) e_{i2x} + q_{i2} v_{\parallel 2}^2 e_{i2z}] \cdot c_{i2}, \quad (\text{П.8}) \end{aligned}$$

где

$$c_i(z) = \begin{cases} c_{i1}, & 0 \leq z < a \\ c_{i2}, & -b \leq z < 0 \end{cases}, \quad i = 1, \dots, 4. \quad (\text{П.9})$$

При $q_{\perp} = 0$ данная система уравнений распадается на две независимых системы 4×4 , одна из которых определяет спектры продольных, а другая — поперечных колебаний, являющиеся решением известного трансцендентного уравнения [16]

$$\begin{aligned} \cos(q_z d) &= \cos \frac{\omega a}{v_{ia}} \cos \frac{\omega b}{v_{ib}} \\ &- \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_b v_{ib}}{\rho_a v_{ia}} + \frac{\rho_a v_{ia}}{\rho_b v_{ib}} \right) \sin \frac{\omega a}{v_{ia}} \sin \frac{\omega b}{v_{ib}}. \quad (\text{П.10}) \end{aligned}$$

В общем случае для поиска нетривиальных решений вышеуказанной системы уравнений 8×8 используются численные методы, так как задачу не удастся свести к решению простого уравнения типа (П.10).

Список литературы

- [1] B.K. Ridley. Phys. Rev. B, **39**, 5282 (1989).
- [2] G.Q. Hai, F.M. Peeters, J.T. Devreese. Phys. Rev. B, **48**, 4666 (1993).
- [3] G.Q. Hai, F.M. Peeters, J.T. Devreese. Phys. Rev. B, **62**, 10 572 (2000).
- [4] V.V. Bondarenko, F.F. Sizov. Phys. Low-Dim. Structur., № 8–9, 123 (1995).
- [5] Д.Н. Мирлин, А.Ф. Родина. ФТТ, **38**, 3201 (1996).
- [6] X. Zianni, C.D. Simserides, G.P. Triberis. Phys. Rev. B, **55**, 16 324 (1997).

- [7] C.R. Bennett, M.A. Amato, N.A. Zakhleniuk, B.K. Ridley, M. Babiker. *J. Appl. Phys.*, **83**, 1499 (1998).
- [8] J. Pozela, A. Namajunas, K. Pozela. *V. Jucience. Physica. E*, **5**, 108 (1999).
- [9] B.A.S. Camacho. *Phys. St. Sol. (b)*, **220**, 53 (2000).
- [10] K. Pozela. *ФТП*, **35**, 1361 (2001).
- [11] G.J. Warren, P.N. Butcher. *Semicond. Sci. Technol.*, **1**, 133 (1986).
- [12] I. Dharssi, P.N. Butcher. *J. Phys.: Condens. Matter*, **2**, 119 (1990).
- [13] С.И. Борисенко. *ФТП*, **36**, 861 (2002).
- [14] N. Bannov, V. Aristov, V. Mitin, M.A. Stroscio. *Phys. Rev. B*, **51**, 9930 (1995).
- [15] Landolt–Bornstein. *Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology*, ed. by O. Madelung (Springer Verlag, Berlin, 1987), New Series III, v. 22 a.
- [16] П. Ю, М. Кардона. *Основы физики полупроводников* (М., Физматлит, 2002) с. 436. [Пер. с англ.: P. Yu, M. Cardona. *Fundamentals of Semiconductors* (Springer, 2002)].

Редактор Л.В. Шаронова

Effect of dimensional quantization of an acoustical phonon spectrum on electron scattering in a GaAs/Al_xGa_{1-x}As superlattice

S.I. Borisenko

Siberian Physical and Technical Institute,
634050 Tomsk, Russia

Abstract The relaxation time calculation of the lowest miniband of a GaAs/Al_{0.35}Ga_{0.65}As superlattice has been carried out for quasi-2D electrons in the case of their scattering by acoustic phonons. It is shown that taking into account dimensional quantization of a phonon spectrum carried out within the framework of the theory of elasticity, weakly influences the scattering of electrons. This scattering is well described within the framework of a phonon spectrum of bulk semiconductors which represent parts of the superlattice composition.