Универсальный метод аналитической аппроксимации подвижности основных носителей заряда в полупроводниках в широком диапазоне температур и уровней легирования

© Т.Т. Мнацаканов, М.Е. Левинштейн*[¶], Л.И. Поморцева, С.Н. Юрков

Всероссийский электротехнический институт,

* Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,

194021 Санкт-Петербург, Россия

(Получена 2 июня 2003 г. Принята к печати 4 июня 2003 г.)

Предложен простой аналитический способ вычисления подвижности основных носителей заряда, позволяющий хорошо описать экспериментальные данные в широком диапазоне температур и уровней легирования в различных полупроводниковых материалах, включая элементарный полупроводник (кремний), полупроводник типа A^{III}B^V (арсенид галлия), полупроводник типа A^{IV}B^{IV} (различные политипы карбида кремния) и полупроводник типа A^{III}N (нитрид галлия). Хорошая точность результатов расчета позволяет считать, что данный способ является универсальным и его можно использовать для описания подвижности основных носителей заряда в других полупроводниковых материалах. Простота и точность предложенного способа делает его полезным при разработке численных программ, предназначенных для анализа характеристик многослойных полупроводниковых структур.

1. Введение

В настоящее время никого не надо убеждать в эффективности и полезности численного моделирования характеристик полупроводниковых структур. Наоборот, доверие к результатам численного расчета зачастую оказывается столь велико, что иногда необходимо напоминать, что численное моделирование адекватно описывает процессы, происходящие в полупроводниковых структурах только тогда, когда уравнения модели, граничные и начальные условия, а также формулы, аппроксимирующие зависимость электрофизических параметров материала от внешних факторов, адекватны рассматриваемой задаче.

Между тем при описании таких важных величин, как подвижность электронов μ_n и дырок μ_p , в широком диапазоне температур, возникают определенные трудности, не позволяющие добиться адекватной аппроксимации этих параметров. Отметим, что к настоящему времени проведены детальные исследования [1-5] различных механизмов рассеяния носителей заряда в полупроводниках (рассеяние на ионизованных и нейтральных примесях, рассеяние на акустических фононах, включая внутридолинные и междолинные процессы, рассеяние на полярных и неполярных оптических фононах, пьезоэлектрическое рассеяние на акустических фононах, рассеяние подвижных носителей друг на друге), позволяющие достаточно точно определить температурную зависимость μ_n и μ_p . Однако для такого расчета подвижности требуются точные значения ряда физических констант материала, которые с приемлемой точностью известны лишь в кремнии (Si). В других материалах, включая такие перспективные материалы, как карбид

Следует отметить, что превоначально модель Коэ-Томаса была предложена И использовалась для описания зависимости подвижности от уровня легирования в кремнии [9,10]. Однако в дальнейшем ее стали применять для описания подвижности в арсениде галлия (GaAs) [11] и различных политипах SiC [12,13]. При том, что модель Коэ-Томаса проста и хорошо уровня зависимость подвижности от описывает легирования при комнатной температуре, формальные попытки учесть в рамках этой модели температурную зависимость подвижности [10-13] приводят к существенной погрешности предсказаний модели в области низких температур и высоких уровней легирования.

Фактически способ введения температурной зависимости подвижности, предложенный в [10–13], позволяет описать только падающую с ростом температуры ветвь температурной зависимости подвижности в области высоких температур. Это обстоятельство следует считать самым существенным недостатком использованного в работах [10–13] подхода, особенно если учесть возрастающий интерес к криогенным применениям полупроводниковых приборов и приборов на основе структур полупроводник–высокотемпературный сверхпроводник [14].

¹¹¹²⁵⁰ Москва, Россия

кремния (SiC) и нитрид галлия (GaN), неизвестные значения физических констант превращаются в подгоночные параметры [5]. Кроме того, математическая сложность используемых в рамках такого расчета формул делает практически невозможным их использование при разработке численных моделей характеристик полупроводниковых приборов. Именно поэтому в большинстве известных численных программ, таких как DESSIS [6], ATLAS [7], MEDICI [8], для описания транспорта носителей заряда используются модели типа известной модели Коэ–Томаса [9].

[¶] E-mail: melev@nimis.ioffe.ru

Тип полупроводни- кового материала	Тип носителей заряда	$\mu_{\rm max}, {\rm cm}^2/{\rm B}\cdot{\rm c}$	$\mu_{\min}, c M^2 / B \cdot c$	N_g , см ⁻³	γ	α	β
Si	Электроны	1414.0	68.5	$9.2\cdot 10^{16}$	0.71	2.42	0.26
	Дырки	470.5	44.9	$2.2\cdot10^{17}$	0.72	2.20	0.36
GaAs	Электроны	9400.0	750.0	$7\cdot 10^{16}$	0.50	2.30	0.50
	Дырки	450.0	30.0	$5\cdot 10^{17}$	0.50	2.30	0.45
4H-SiC	Электроны	880.0	30.0	$2\cdot 10^{17}$	0.67	2.60	0.50
	Дырки	117.0	33.0	$1\cdot 10^{19}$	0.50	-	_
6H-SiC	Электроны	400.0	25.0	$1\cdot 10^{18}$	0.80	2.10	0.70
	Дырки	95.0	25.0	$5\cdot 10^{18}$	0.40	2.00	_
3C-SiC	Электроны	750.0	50.0	$2\cdot 10^{17}$	0.80	2.50	0.30
	Дырки	—	—	—	—	—	—
GaN	Электроны	1000.0	55.0	$2\cdot 10^{17}$	1.00	2.00	0.70
	Дырки	170.0	3.0	$3\cdot 10^{17}$	2.00	5.00	—

Недавно в работе [15] был предложен новый подход к расчету температурной зависимости подвижности, успешно примененный для описания подвижности основных носителей заряда в SiC [16] и GaN [17]. В этих работах удалось описать практически все имеющиеся к настоящему времени экспериментальные данные по подвижности носителей заряда в этих материалах в широком диапазоне температур $50 \le T \le 1000$ К и уровней легирования 10^{13} см⁻³ $\le N \le 10^{20}$ см⁻³.

В данной работе подход, предложенный в [15], распространен на такие материалы, как кремний и арсенид галлия. Полученные результаты сравниваются с известными экспериментальными данными.

2. Основные соотношения модели

Исходное соотношение, описывающее зависимость подвижности от уровня легирования образца при комнатной температуре (T = 300 K), имеет вид

$$\mu_i(N) = \mu_{\min,i} + \frac{\mu_{\max,i} - \mu_{\min,i}}{1 + (N/N_{g,i})\gamma_i},$$
(1)

где i = n, p для электронов и дырок соответственно, параметры $\mu_{\max,i}, \mu_{\min,i}, N_{g,i}$ и γ_i зависят от типа полупроводникового материала, N — концентрация легирующей примеси.

Параметр $\mu_{\max,i}$ в (1) характеризует подвижность в слабо легированных образцах, в которых главным механизмом рассеяния является рассеяние на колебаниях решетки, в то время как $\mu_{\min,i}$ характеризует подвижность в условиях сильного легирования, когда преобладающим становится примесное рассеяние. Учитывая эти соображения, а также принимая во внимание различие температурных зависимостей подвижностей, обусловленных решеточным рассеянием $\mu_L(T) = \mu_L(T_0)(T/T_0)^{-\alpha}$ и рассеянием на примесях $\mu_I(T) = \mu_I(T_0)(T/T_0)^{\beta}$, в работе [15] на основании (1) было получено следующее соотношение, одновременно описывающее зависимость

подвижности от N и T,

$$\mu_i(N,T) = \mu_{\max,i}(T_0) \frac{B_i(N) \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\beta_i}}{1 + B_i(N) \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\alpha_i + \beta_i}}, \qquad (2)$$

где

$$B_{i}(N) = \left[\frac{\mu_{\min,i} + \mu_{\max,i} \left(\frac{N_{g,i}}{N}\right)^{\gamma_{i}}}{\mu_{\max,i} - \mu_{\min,i}}\right]\Big|_{T=T_{0}}, \qquad (3)$$

 $T_0 = 300 \,\mathrm{K}.$

Легко видеть, что соотношения (2) и (3) качественно правильно описывают зависимость подвижности от температуры в пределах слабого и сильного легирования. При фиксированном уровне легирования соотношение (2) описывает наблюдающуюся экспериментально немонотонную зависимость подвижности от температуры. Зависимость точки экстремума $T = T_{mi}$, в которой $\frac{d\mu_i}{dT} = 0$, от уровня легирования и других параметров может быть представлена в виде

$$T_{im} = T_0 \left[\frac{\beta_i}{\alpha_i} \frac{1}{B_i(N)} \right]^{\frac{1}{\alpha_i + \beta_i}}.$$
 (4)

Следует отметить, что при $T = T_0$ соотношение (2) переходит непосредственно в соотношение (1).

Далее для каждого конкретного материала мы сравним результаты расчета, проведенного на основании соотношений (2), (3) с имеющимися экспериментальными данными.

3. Результаты расчета и обсуждение

Приведенные в предыдущем разделе соотношения были использованы для расчета подвижности дырок и электронов в четырех материалах: элементарном полупроводнике — кремнии, соединении типа A^{III}B^V — арсениде галлия, соединении типа A^{IV}B^{IV} — карбиде кремния и соединении типа A^{III}N — нитриде галлия. Совокупность параметров, которые следует использовать для описания подвижности основных электронов и дырок в указанных выше полупроводниковых материалах, приведена в таблице.



Рис. 1. Зависимость подвижности электронов в кремнии *n*-типа от температуры при разных концентрациях доноров *N*, cm^{-3} : $I = 9 \cdot 10^{15} cm^{-3}$, $2 = 2 \cdot 10^{17} cm^{-3}$, $3 = 1 \cdot 10^{18} cm^{-3}$, $4 = 2.5 \cdot 10^{18} cm^{-3}$. Сплошные линии соответствуют соотношениям (2), (3) и данным таблицы. Экспериментальные точки взяты из работ [18,19].

Результаты расчета подвижности основных носителей заряда в различных материалах приведены на рис. 1–5. Сплошными линиями показаны результаты расчета с использованием соотношений (2) и (3) и данных таблицы. Точки на рис. 1–5 соответствуют экспериментальным данным, взятым из литературы [18–20]. Приведенные графики свидетельствуют, что во всех четырех материалах Si, GaAs, SiC и GaN соотношения (2) и (3) хорошо описывают подвижности основных носителей заряда в широком диапазоне температур $50 \le T \le 1000$ K.

Отметим, что использование соотношений (2) и (3) подразумевает существование однозначного соответствия величины подвижности при T = 300 К конкретному значению уровня легирования. Между тем практически во всех новых полупроводниковых материалах экспериментальные значения уровня легирования N, соответствующие заданному значению подвижности μ , имеют значительный заметный разброс, который в основном обусловлен отсутствием контроля за степенью компенсации в исследованных образцах. Это обстоятельство может создавать определенные трудности при использовании соотношений (2) и (3). В данной работе при расчете кривых на рис. 1–5 указанная трудность была преодолена следующим образом.

Для выбранного экспериментального значения μ при $T = 300 \,\mathrm{K}$ с помощью соотношения (1) определялась величина уровня легирования N_0 . Затем для выбранного значения N_0 с помощью соотношений (2) и (3) рассчитывалась зависимость $\mu(N_0, T)$.



Рис. 2. Зависимость подвижности электронов в GaAs *n*-типа от температуры при разных концентрациях доноров N, см⁻³: $I - 5 \cdot 10^{13}$ см⁻³, $2 - 1 \cdot 10^{15}$ см⁻³, $3 - 5 \cdot 10^{15}$ см⁻³. Экспериментальные точки взяты из работы [19].



Рис. 3. Зависимость подвижности электронов в 4*H*-SiC *n*-типа (ось $\mathbf{C} \perp \mathbf{E}$) от температуры при разных концентрациях доноров *N*, см⁻³: $I = 5 \cdot 10^{14}$ см⁻³, $2 = 4 \cdot 10^{16}$ см⁻³. Экспериментальные точки взяты из работы [20].



Рис. 4. Зависимость подвижности электронов в 6*H*-SiC *n*-типа (ось $\mathbf{C} \perp \mathbf{E}$) от температуры при разных концентрациях доноров *N*, см⁻³: $I = 2 \cdot 10^{16}$ см⁻³, $2 = 2 \cdot 10^{17}$ см⁻³. Экспериментальные точки взяты из работы [20].



Рис. 5. Зависимость подвижности электронов в GaN (вюрцит) *n*-типа от температуры при разных концентрациях доноров *N*, см⁻³: $I = 3 \cdot 10^{16}$ см⁻³, $2 = 1 \cdot 10^{17}$ см⁻³, $3 = 1.5 \cdot 10^{17}$ см⁻³, $4 = 2.0 \cdot 10^{17}$ см⁻³, $5 = 3.5 \cdot 10^{17}$ см⁻³. Экспериментальные точки взяты из работы [20].

Интересно отметить, что в кремнии, в котором уровень компенсации, как правило, контролируется, погрешность описания подвижности в широком диапазоне температур не превышает 7%.

4. Заключение

Предложен простой аналитический способ вычисления подвижности основных носителей заряда, позволяющий хорошо описать экспериментальные данные в широком диапазоне температур и уровней легирования в различных полупроводниковых материалах, включая элементарный полупроводник (кремний), полупроводник типа $A^{III}B^V$ (арсенид галлия), полупроводник типа $A^{IV}B^{IV}$ (различные политипы карбида кремния) и полупроводник типа $A^{III}N$ (нитрид галлия). Хорошая точность результатов расчета позволяет считать, что данный способ является универсальным и его можно использовать для описания подвижности основных носителей заряда в других полупроводниковых материалах.

Отметим также, что простота и точность предложенного способа делает его полезным при разработке численных программ, предназначенных для анализа характеристик многослойных полупроводниковых структур. В настоящее время этот метод уже используется для анализа статических и динамических характеристик структур на основе карбида кремния [21–25].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 02–02-16496 и № 02-02-17619).

Список литературы

- В.Л. Бонч-Бруевич, С.Г. Калашников. Физика полупроводников (М., Наука, 1977).
- [2] R.A. Smith. *Semiconductors* (Cambridge University Press, Cambridge–London, 1978).
- [3] B.K. Ridley. *Quatum processes in semiconductors* (Clarendon Press, Oxford, 1982).
- [4] M.S. Shur. Devices and circuits (Plenum Press, N.Y.–London, 1987).
- [5] J. Pernot, W. Zawadski, S. Contreras, J.L. Robert, E. Neyret, L. Di Cioccio. J. Appl. Phys., 90, 1869 (2001).
- [6] ISE Integrated Systems Engineering AG. (1988). DESSIS Ref. Manual. Available: http://www.ise/ch/products/dessis
- [7] Silvaco International. (1997) ATLAS User's Manual. Santa Clara CA. Available: http://www.silvaco.com/
- [8] Technology Modeling Associates (TMA) Inc. (1999) MEDICI User's Manual. Available: http://www.avanticorp.com/product/
- [9] D.M. Caughey, R.E. Thomas. Proc. IEEE, 55, 2192 (1967).
- [10] N.D. Arora, J.R. Hauser, D.J. Roulston. IEEE Trans. Electron. Dev., 29, 292 (1982).
- [11] M. Sotoodeh, A.H. Khalid, A.A. Rezazadeh. J. Appl. Phys., 87, 2890 (2000).
- [12] M. Roschke, Schwierz. IEEE Trans. Electron, Dev., 48, 1442 (2001).

- [13] M. Ruff, H. Milehner, R. Helbig. IEEE Trans. Electron. Dev., 41, 1040 (1994).
- [14] E.A. Guttierrez-D, C. Claeys, E. Simoen, S.V. Koshevaya. Workshop on Low Tempetaature Electronics (WOLTE 3), San Miniato, Tuscany, Italy, June 24–26, 1998 (J. de Physique IV, 8, Les Editions de Physique, Le Ulis. 1998) p. 315.
- [15] Т.Т. Мнацаканов, Л.И. Поморцева, С.Н. Юрков. ФТП, 35, 406 (2001).
- [16] T.T. Mnatsakanov, M.E. Levinshtein, L.I. Pomortseva, S.N. Yurkov. Semicond. Sci. Technol., 17, 974 (2002).
- [17] T.T. Mnatsakanov, M.E. Levinshtein, L.I. Pomortseva, S.N. Yurkov, G.S. Simin, M.A. Khan. Sol. St. Electron., 47, 111 (2003).
- [18] S.S. Li, W.R. Thurber. Sol. St. Electron., 20, 609 (1997)
- [19] M.E. Levinshtein, S.L. Rumyantsev, M.S. Shur. In: *Handbook Series on Semiconductor Parameters* (World Scientific, Singapore, 1996) v. 1.
- [20] M.E. Levinshtein, S.L. Rumyantsev, M.S. Shur. In: *Properties of advanced semiconductor materials* GaN, AlN, InN, SiC, SiGe (N.Y., John Wiley & Sons Inc., 2001).
- [21] M.E. Levinshtein, T.T. Mnatsakanov, P.A. Ivanov, J.W. Palmour, S.L. Rumyantsev, R. Singh, S.N. Yurkov. IEEE Trans. Electron. Dev., 48, 1703 (2001).
- [22] T.T. Mnatsakanov, M.E. Levinshtein, S.N. Yurkov, P.A. Ivanov, A.G. Tandoev, J.W. Palmour, A.K. Agarwal. Sol. St. Electron., 46, 528 (2002).
- [23] M.E. Levinshtein, T.T. Mnatsakanov, S.N. Yurkov, P.A. Ivanov, A.G. Tandoev, A.K. Agarwal, J.W. Palmour. Sol. St. Electron., 46, 1953 (2002).
- [24] T.T. Mnatsakanov, M.E. Levinshtein, P.A. Ivanov, J.W. Palmour, A.G. Tandoev, S.N. Yurkov. J. Appl. Phys., 93, 1095 (2003).
- [25] M.E. Levinshtein, P.A. Ivanov, T.T. Mnatsakanov, S.N. Yurkov, A.K. Agarwal, J.W. Palmour. Sol. St. Electron., 47, 699 (2003).

Редактор Л.В. Беляков

Universal analytical approximation of the carrier mobility in semiconductors within a wide range of temperatures for a variety of doping densities

T.T. Mnatsakanov, M.E. Levinshtein*, L.I. Pomortseva, S.N. Yurkov

Russian Electrotechnical Institute, 111250 Moscow, Russia * loffe Physicotechnical Institute, Russian Academy of Sciences, 194021 St. Petersburg, Russia

Abstract A simple analytical method has been suggested for calculating the mobility of majority carriers in semiconductors. The technique proposed makes it possible to satisfactorily describe all available experimental data in a wide range of temperatures and doping levels in different semiconductors including elementary ones (silicon), $A^{III}B^{V}$ (gallium arsenide), $A^{IV}B^{IV}$ (different polytypes of silicon carbide), and $A^{III}N$ (gallium nitride). A high accuracy of calculations allows us to conclude that the suggested method can be used when describing the carrier mobility in other semiconductor materials. Simplicity and accuracy of the technique makes it promising for computer simulations of multy-layer semiconductor structures.