# Резонансное туннелирование и нелинейный ток в гетеробарьерах со сложным законом дисперсии носителей

© Ч.С. Ким<sup>†</sup>, А.М. Сатанин<sup>¶</sup>, В.Б. Штенберг

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 603600 Нижний Новгород, Россия <sup>†</sup>Applied Physics, Yale University, New Haven, Connecticut 06520-8284, USA

(Получена 16 октября 2001 г. Принята к печати 1 ноября 2001 г.)

Мы исследуем новые эффекты в резонансном туннелировании электронов в однобарьерной гетероструктуре GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As/GaAs с учетом приложенного электрического смещения.  $\Gamma$ -*X*-смешивание электронных состояний на границах раздела ответственно за резонансы Фано в прозрачности барьера. Исследовано движение резонансов Фано и их взаимодействие с резонансами Брейта–Вигнера в электрическом поле. Рассчитана вольт-амперная характеристика гетеробарьера. Показано, что дифференциальная проводимость позволяет получить профиль резонанса Фано и определить его параметры.

#### 1. Введение

В последние годы исследования электронного транспорта через однобарьерные полупроводниковые гетероструктуры (типа GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As/GaAs) вызывают большой интерес [1-9]. С одной стороны, это связано с возможным применением таких гетероструктур для создания резонансных туннельных приборов; с другой стороны — в многодолинных гетероструктурах возможны интересные интерференционные явления, приводящие к возникновению необычной резонансной структуры прозрачности. Как известно, GaAs является прямозонным полупроводником, у которого минимум энергии электрона лежит в центре зоны Бриллюэна (в Г-точке). Соединение  $Al_xGa_{1-x}As$  становится непрямозонным полупроводником при изменении молярной концентрации Al (при x > 0.45) с минимумом вблизи точки X, лежащей на краю зоны Бриллюэна. Электронное туннелирование через структуру GaAs/Al<sub>r</sub>Ga<sub>1-r</sub>As/GaAs может идти через два промежуточных состояния в барьере: каналы  $\Gamma \to \Gamma \to \Gamma$  и  $\Gamma \to X \to \Gamma$ . При этом эффект смешивания состояний происходит на гетерогранице и характеризуется матричным элементом междолинного взаимодействия (Г–Х-смешивание) [10]. Интерференция Г-Х-состояний в барьере приводит к новым когерентным эффектам: к возникновению виртуального уровня в Х-яме и формированию асимметричных резонансов в прозрачности (резонансов Фано [11]). В последнее время роль X-состояний в транспорте через  $Al_xGa_{1-x}As$ и свойства резонансов Фано привлекают большое внимание [5-7,12]. В практическом плане асимметричные резонансы могут приводить к возникновению отрицательных участков на вольт-амперной характеристике (ВАХ) барьера.

Сравнительно мало изучена ситуация, когда молярная концентрация Al в барьере такова, что энергия барьерного Г-минимума меньше энергии дна *X*-долины в кон-

тактных областях (x < 0.63). В этом случае при туннелировании в канале  $\Gamma \rightarrow \Gamma \rightarrow \Gamma$  возможен надбарьерный резонанс (резонанс Брейта–Вигнера). Интерференция состояний в барьере означает эффективное взаимодействие резонансов Фано и Брейта–Вигнера [13,14]. Характером взаимодействия резонансов, и, следовательно, прозрачностью и туннельным током можно управлять, изменяя параметры системы: ширину барьера, молярную концентрацию Al (состав), давление, напряженность электрического поля и т.д.

В данной работе будут детально исследованы структура прозрачности и свойства резонансов Фано в барьерах со сложным законом дисперсии носителей в зависимости от геометрических параметров гетероструктуры и молярной концентрации Al. Будет изучено поведение асимметричных резонансов в сильном электрическом поле. Поскольку туннельный ток выражается интегрально через прозрачность барьера, а форма резонансов Фано существенно меняется в электрическом поле, необходимо выяснить, какой вклад дают резонансы в ВАХ. Мы найдем резонансный вклад в ВАХ барьера и проанализируем возможность определения параметров резонансов по нелинейной дифференциальной проводимости.

## 2. Модель гетероструктуры и метод вычисления прозрачности

Рассмотрим полупроводниковую гетероструктуру типа GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As/GaAs, которая также может включать спейсерные и контактные слои. Пусть ось *z* выбрана вдоль направления туннелирования, а плоскости, ограничивающие гетеробарьер Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As, определяются условиями  $z = \pm L/2$ . В том случае, когда к структуре приложено смещение *U*, распределение потенциала может быть найдено из уравнения Пуассо-

<sup>¶</sup> E-mail: satanin@phys.unn.runnet.ru



**Рис. 1.** Схематическое изображение зонной диаграммы гетеробарьера в сильном электрическом поле для молярных концентраций Al x < 0.63 (*a*) и x > 0.63 (*b*). Горизонтальная линия — положение виртуального уровня в *X*-яме.

на. Поскольку мы интересуемся резонансным вкладом в прозрачность и ВАХ, детали профиля потенциала могут определять только нерезонансный (потенциальный) вклад [15] и хорошим приближением может служить аппроксимация потенциала линейной функцией. Мы добавим в уравнение для огибающих потенциал вида V(z) = -(eU/2) - Fz, где F = eU/D, D— ширина структуры с учетом спейсеров (ширина барьера — L). На рис. 1 схематически показана энергетическая диаграмма гетероструктуры со сложным законом дисперсии, помещенной в электрическое поле. Мы предположим, что нелегированный барьер  $Al_xGa_{1-x}As$  окружен двумя нелегированными спейсерными слоями GaAs, которые сопряжены с легированными эмиттером и коллектором  $(n^+-GaAs)$ .

Туннельный ток может быть выражен интегрально через прозрачность барьера, которая позволяет также получить информацию о структуре резонансов. Прозрачность изучаемой структуры находится путем решения уравнения Шредингера в рамках модели эффективной массы для систем со сложным законом дисперсии носителей. Мы исследуем наиболее простую ситуацию, когда достаточно ограничиться учетом состояний двух долин. В работах [1,3] показано, что такой случай точно реализуется в определенном интервале молярной концентрации Al. Приближенно двухдолинная модель также достаточно точно описывает основные черты резонансного туннелирования через гетеробарьер.

Пусть в объемном материале электрон может находиться в Г- и *X*-долинах и описывается двухкомпонентной функцией ( $\psi_{\Gamma}$ ,  $\psi_X$ ). Относительно внутренней области будем полагать, что барьер можно трактовать в рамках модели виртуального кристалла, вводя эффективные массы и зонные параметры как функции *x* согласно [16]. Смешивание состояний происходит только на границах и описывается матричным элементом  $V_{\Gamma,X}$  [1]. Уравнения для огибающих можно записать в виде

$$-\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m_{\Gamma}} \frac{\partial \psi_{\Gamma}}{\partial z} + [E_{\Gamma} + V(z)] \psi_{\Gamma} + V_{\Gamma,X} \delta(z \pm L/2) \psi_X = E \psi_{\Gamma}, \quad (1)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m_X} \frac{\partial \psi_X}{\partial z} + [E_X + V(z)] \psi_X + V_{X,\Gamma} \delta(z \pm L/2) \psi_{\Gamma} = E \psi_X, \quad (2)$$

где  $m_{\Gamma,X}$  и  $E_{\Gamma,X}$  рассматриваются как функции координаты *z*.

Сначала обсудим более общую ситуацию, полагая, что энергия туннелирующего электрона может принадлежать как  $\Gamma$ -, так и *X*-долине. Решение в области эмиттера запишется в виде

$$\psi_{\Gamma}(z) = a_{\Gamma} \mathrm{e}^{ik_{\Gamma}z} + b_{\Gamma} \mathrm{e}^{-ik_{\Gamma}z},\tag{3}$$

$$\psi_X(z) = a_X \mathrm{e}^{ik_X z} + b_X \mathrm{e}^{-ik_X z}, \qquad (4)$$

где  $k_{\Gamma} = \sqrt{2m_{\Gamma}E/\hbar^2}$ ,  $k_X = \sqrt{2m_X(E - E_X)/\hbar^2}$ . Решение в области коллектора:

$$\psi_{\Gamma}(z) = c_{\Gamma} \mathbf{e}^{iq_{\Gamma}z},\tag{5}$$

$$\psi_X(z) = c_X \mathrm{e}^{iq_X z},\tag{6}$$

где  $q_{\Gamma} = \sqrt{2m_{\Gamma}(E + eU)/\hbar^2}$ ,  $q_X = \sqrt{2m_X(E - E_X + eU)/\hbar^2}$ . Граничные условия получаются интегрированием

уравнения (1) по малым окрестностям вблизи границ (по нормали к слою) [1]. Например, интегрирование (1) вблизи z = L/2 дает

$$\psi_{\Gamma}(L/2+0) = \psi_{\Gamma}(L/2-0), \quad \psi_{X}(L/2+0) = \psi_{X}(L/2-0),$$
$$\mu_{\Gamma}^{R} \frac{\partial \psi_{\Gamma}(L/2+0)}{\partial z} - \mu_{\Gamma}^{L} \frac{\partial \psi_{\Gamma}(L/2-0)}{\partial z} = v\psi_{X}(L/2),$$
$$\mu_{X}^{R} \frac{\partial \psi_{X}(L/2+0)}{\partial z} - \mu_{X}^{L} \frac{\partial \psi_{X}(L/2-0)}{\partial z} = v\psi_{\Gamma}(L/2), \quad (7)$$

где  $\mu_{\Gamma,X} = m_0/m_{\Gamma,X}$ ,  $v = (m_0/\hbar^2)V_{\Gamma,X}$ , а параметры берутся слева (индекс *L*) и справа (индекс *R*) от границы раздела. Аналогично записываются граничные условия при z = -L/2. Эффект смешивания между электронными состояниями на гетерогранице определяет резонансную структуру прозрачности.

Нас будет интересовать многоканальная матрица прохождения t, которая выражает амплитуды волн  $(c_{\Gamma}, c_X)$ , прошедших барьер, через амплитуды падающих волн  $(a_{\Gamma}, a_X)$ . Матрица t позволяет определить прозрачность барьера, туннельный ток и исследовать резонансные состояния в барьере. Для вычисления t необходимо решить уравнения (1) с учетом потенциального поля внутри барьера и удовлетворить соответствующим граничным условиям на гетерограницах.

Мы разделим гетероструктуру на следующие участки: две контактные области  $n^+$ -GaAs (j = e, c); два нелегированных спейсерных слоя GaAs, примыкающих

571

к контактам и барьеру; (j = s, s) и барьерная область  $Al_x Ga_{1-x} As$  (j = I) (рис. 1,*a*, *b*). Поскольку потенциал линейно зависит от *z*, точное решение уравнения Шредингера в каждом слое может быть записано как линейная комбинация двух функций Эйри

$$\psi_{\Gamma}^{j}(z) = a_{\Gamma}^{j} \operatorname{Ai}[-\xi_{\Gamma}^{j}(z)] + b_{\Gamma}^{j} \operatorname{Bi}[-\xi_{\Gamma}^{j}(z)], \qquad (8)$$

$$\psi_X^j(z) = a_X^j \operatorname{Ai}[-\xi_X^j(z)] + b_X^j \operatorname{Bi}[-\xi_X^j(z)],$$
 (9)

где

$$\begin{split} \xi_{\Gamma}^{j}(z) &= \frac{\Delta_{\Gamma}^{j}}{(\alpha_{\Gamma}^{j})^{2/3}} + (\alpha_{\Gamma}^{j})^{1/3} \frac{z}{a}, \\ \alpha_{\Gamma}^{j} &= 2m_{\Gamma}^{j} a^{3} F/\hbar^{2}, \quad \Delta_{\Gamma}^{j} &= 2a^{2} m_{\Gamma}^{j} (E - E_{\Gamma}^{j} + eU/2)/\hbar^{2}, \\ \xi_{X}^{j}(z) &= \frac{\Delta_{X}^{j}}{(\alpha_{X}^{j})^{2/3}} + (\alpha_{X}^{j})^{1/3} \frac{z}{a}, \end{split}$$

$$\alpha_X^j = 2m_X^j a^3 F/\hbar^2, \quad \Delta_X^j = 2a^2 m_X^j (E - E_X^j + eU/2)/\hbar^2,$$

а параметр длины *а* определяется характеристиками эмиттера (или коллектора) согласно выражению

$$E_X^e = \frac{\hbar^2}{2m_X^e a^2}.$$

Набор коэффициентов в (8) определяется числом слоев, принимаемых во внимание при моделировании структуры. Так, если учитываются спейсерные слои, то для структуры, изображенной на рис. 1, необходимо ввести пять пар промежуточных амплитуд. Метод трансфер-матрицы позволяет связать волновую функцию на одной стороне гетероструктуры (в области коллектора) с волновой функцией на другой стороне (в эмиттере). В свою очередь волновая функция состояния, распространяющаяся через слой, выражается произведением интерфейсной матрицы, определяемой соответствующими граничными условиями, и матрицы, описывающей распространение волны через слой в электрическом поле. Пусть вектор амплитуд в эмиттере выбран как  $a = (a_{\Gamma}, b_{\Gamma}, a_X, b_X)^T$ , тогда вектор амплитуд в коллекторе будет иметь вид  $c = (c_{\Gamma}, 0, c_X, 0)^T$ . Записывая решения во внутренних областях в виде (8), во внешних как (3) и (5), а затем используя граничные условия на контактах и на границах спейсер-барьер, мы получим линейную систему уравнений для амплитуд. После исключения промежуточных амплитуд находим

$$\mathcal{K}a = \mathcal{FQc},$$
  
$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_{cs}\mathcal{F}_{sb}\mathcal{F}_{bs}\mathcal{F}_{se},$$
 (10)

куда входят матрицы  $\mathscr{T}_{cs}$  — области коллектор-спейсер,  $\mathscr{T}_{sb}$  — области спейсер-барьер,  $\mathscr{T}_{bs}$  — области барьерспейсер,  $\mathscr{T}_{se}$  — области спейсер-эмиттер, которые известным образом выражаются через функции Эйри и их производные. Были введены также вспомогательные матрицы

$$\mathcal{K} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -ik_{\Gamma} & ik_{\Gamma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -ik_{X} & ik_{X} \end{pmatrix},$$
$$\mathcal{Q} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -iq_{\Gamma} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -iq_{X} & 0 \end{pmatrix}.$$
 (11)

Полная матрица барьера  $\mathcal{T}$  позволяет получить матрицу прохождения t. Для этого введем матрицу g соотношением

$$\mathbf{g} = \begin{pmatrix} g_{\Gamma\Gamma} & g_{\Gamma X} \\ g_{X\Gamma} & g_{XX} \end{pmatrix}, \tag{12}$$

где

$$g_{\Gamma\Gamma} = ik_{\Gamma}(\mathscr{T}_{11} - iq_{\Gamma}\mathscr{T}_{12}) - \mathscr{T}_{21} + iq_{\Gamma}\mathscr{T}_{22}, \qquad (13)$$

$$g_{\Gamma X} = ik_{\Gamma}(\mathscr{T}_{13} - iq_X\mathscr{T}_{14}) - \mathscr{T}_{23} + iq_X\mathscr{T}_{24}, \qquad (14)$$

$$g_{X\Gamma} = ik_X(\mathscr{T}_{31} - iq_{\Gamma}\mathscr{T}_{32}) - \mathscr{T}_{41} + iq_{\Gamma}\mathscr{T}_{42}, \qquad (15)$$

$$g_{XX} = ik_X(\mathscr{T}_{33} - iq_X\mathscr{T}_{34}) - \mathscr{T}_{43} + iq_X\mathscr{T}_{44}.$$
 (16)

Записывая связь между амплитудами в эмиттере и коллекторе, найдем

$$\mathbf{t} = \frac{2i}{(g_{\Gamma\Gamma}g_{XX} - g_{\Gamma X}g_{X\Gamma})} \begin{pmatrix} g_{XX}k_{\Gamma} & -g_{\Gamma X}k_{X} \\ -g_{X\Gamma}k_{\Gamma} & g_{\Gamma\Gamma}k_{X} \end{pmatrix}.$$
 (17)

Отметим, что для системы без спейсеров (D = L) выражение для матрицы рассеяния может быть упрощено, поскольку в этом случае элементы матрицы g имеют вид

$$g_{\Gamma\Gamma} = -\pi \left[ M_{21}^{\Gamma} - i\bar{q}_{\Gamma} M_{22}^{\Gamma} - i\bar{k}_{\Gamma} (M_{11}^{\Gamma} - i\bar{q}_{\Gamma} M_{12}^{\Gamma}) + \bar{v}_{\Gamma} \bar{v}_{X} M_{12}^{X} \right],$$
(18)

$$g_{\Gamma X} = -\pi \bar{v}_{\Gamma} (M_{22}^{\Gamma} - i\bar{k}_{\Gamma} M_{11}^{\Gamma} + M_{11}^{X} - i\bar{q}_{X} M_{12}^{X}), \quad (19)$$

$$g_{XX} = -\pi \left[ M_{21}^{A} - i\bar{q}_{X}M_{22}^{A} - i\bar{k}_{X}(M_{11}^{X} - i\bar{q}_{X}M_{12}^{X}) + \bar{v}_{\Gamma}\bar{v}_{X}M_{12}^{\Gamma} \right],$$
(20)

$$g_{X\Gamma} = -\pi \bar{v}_X (M_{22}^X - i\bar{k}_X M_{12}^X M_{11}^{\Gamma} - i\bar{q}_{\Gamma} M_{12}^{\Gamma}), \qquad (21)$$

где

$$\begin{split} \bar{k}_{\Gamma} &= \frac{\mu_{\Gamma}^{e}}{\mu_{X}^{I}} \left( k_{\Gamma} a \right) (\alpha_{\Gamma}^{I})^{-1/3}, \quad \bar{k}_{X} &= \frac{\mu_{X}^{e}}{\mu_{X}^{I}} \left( k_{X} a \right) (\alpha_{X}^{I})^{-1/3}, \\ \bar{q}_{\Gamma} &= \frac{\mu_{\Gamma}^{e}}{\mu_{\Gamma}^{I}} \left( q_{\Gamma} a \right) (\alpha_{\Gamma}^{I})^{-1/3}, \quad \bar{q}_{X} &= \frac{\mu_{X}^{e}}{\mu_{X}^{I}} \left( q_{X} a \right) (\alpha_{X}^{I})^{-1/3}, \\ \bar{v}_{\Gamma} &= \frac{va}{\mu_{\Gamma}^{I}} \left( \alpha_{\Gamma}^{I} \right)^{-1/3}, \quad \bar{v}_{X} &= \frac{va}{\mu_{X}^{I}} \left( \alpha_{X}^{I} \right)^{-1/3}. \end{split}$$

Мы ввели здесь матрицы  $M^{\Gamma,X}$ , определяемые функциями Эйри и их производными,

$$\begin{split} M_{11}^{\Gamma,X} &= \operatorname{Ai} \left[ -\xi_{\Gamma}^{I} \left( -\frac{L}{2a} \right) \right] \operatorname{Bi}' \left[ -\xi_{\Gamma}^{I} \left( \frac{L}{2a} \right) \right] \\ &- \operatorname{Bi} \left[ -\xi_{\Gamma}^{I} \left( -\frac{L}{2a} \right) \right] \operatorname{Ai}' \left[ -\xi_{\Gamma}^{I} \left( \frac{L}{2a} \right) \right] , \\ M_{12}^{\Gamma,X} &= \operatorname{Ai} \left[ -\xi_{\Gamma}^{I} \left( -\frac{L}{2a} \right) \right] \operatorname{Bi} \left[ -\xi_{\Gamma}^{I} \left( \frac{L}{2a} \right) \right] \\ &- \operatorname{Bi} \left[ -\xi_{\Gamma}^{I} \left( -\frac{L}{2a} \right) \right] \operatorname{Ai} \left[ -\xi_{\Gamma}^{I} \left( \frac{L}{2a} \right) \right] , \\ M_{21}^{\Gamma,X} &= \operatorname{Ai}' \left[ -\xi_{\Gamma}^{I} \left( -\frac{L}{2a} \right) \right] \operatorname{Bi}' \left[ -\xi_{\Gamma}^{I} \left( \frac{L}{2a} \right) \right] \\ &- \operatorname{Bi}' \left[ -\xi_{\Gamma}^{I} \left( -\frac{L}{2a} \right) \right] \operatorname{Bi}' \left[ -\xi_{\Gamma}^{I} \left( \frac{L}{2a} \right) \right] \\ &- \operatorname{Bi}' \left[ -\xi_{\Gamma}^{I} \left( -\frac{L}{2a} \right) \right] \operatorname{Ai}' \left[ -\xi_{\Gamma}^{I} \left( \frac{L}{2a} \right) \right] , \\ M_{22}^{\Gamma,X} &= \operatorname{Ai} \left[ -\xi_{\Gamma}^{I} \left( -\frac{L}{2a} \right) \right] \operatorname{Bi}' \left[ -\xi_{\Gamma}^{I} \left( \frac{L}{2a} \right) \right] , \end{split}$$

Таким образом, конкретный расчет прозрачности сводится к нахождению матриц слоев, а затем получению прозрачности структуры согласно (17).

# Движение резонансов Фано и Брейта–Вигнера в электрическом поле

Представим сначала качественный анализ, позволяющий понять поведение резонансной структуры прозрачности в электрическом поле. Рассмотрим барьер без спейсеров. Пусть содержание Al в барьере таково, что  $E_{\Gamma}^{I} > E_{X}^{e}$  (x > 0.63, см. рис. 1,b). В отсутствие электрического поля интерференция распространяющегося  $\Gamma$ -состояния с локализованным состоянием X-ямы приводит к возникновению резонансов Фано [5–7,12]. Исследуем нули и полюсы амплитуды рассеяния в канале  $\Gamma$ – $\Gamma$ :

$$t_{\Gamma\Gamma}(E) = \frac{2ig_{XX}(E)k_{\Gamma}}{\{g_{XX}(E) - g_{X\Gamma}(E) \left[1/g_{\Gamma\Gamma}(E)\right]g_{\Gamma X}(E)\}g_{\Gamma\Gamma}(E)}.$$
(23)

Как следует из (23), нули определяются выражением  $g_{XX}(E) = 0$ . Из (20) видно, что в слабом поле уравнение  $g_{XX}(E) = 0$  имеет действительное решение. Пусть одно из решений этого уравнения есть  $E_0$ ; оно связано с уровнем в X-яме. Нетрудно понять, что в электрическом поле уровень будет двигаться в соответствии с изменением

формы X-ямы. Пусть энергия электрона и параметры ямы таковы, что  $\bar{k}_X \gg 1$  и  $\bar{q}_X \gg 1$ , а параметр связи  $\bar{v}_X \ll 1$ . При этом в выражении для  $g_{XX}$  можно оставить слагаемое с  $M_{12}^X$ , и нуль амплитуды рассеяния (уровень в яме) будет приближенно определяться выражением

$$M_{12}^{X} = \operatorname{Ai}\left[-\xi_{X}^{I}\left(-\frac{L}{2a}\right)\right]\operatorname{Bi}\left[-\xi_{X}^{I}\left(\frac{L}{2a}\right)\right]$$
$$-\operatorname{Bi}\left[-\xi_{X}^{I}\left(-\frac{L}{2a}\right)\right]\operatorname{Ai}\left[-\xi_{X}^{I}\left(\frac{L}{2a}\right)\right] = 0. \quad (24)$$

Из (8) следует, что такая комбинация функций Эйри соответствует условию существования уровня в яме с бесконечно высокими стенками в электрическом поле. Очевидно, что отброшенные слагаемые учитывают конечность высоты стенок и малое взаимодействие состояний в яме с Г-долиной. Они качественно не меняют картину движения уровня, следовательно, и движения нуля резонанса Фано в электрическом поле. Поскольку параметр Г-Х-связи мал, то и полюс, определяемый выражением  $g_{XX}(E) - g_{X\Gamma}(E)g_{\Gamma X}(E)/g_{\Gamma\Gamma}(E) = 0$ , будет находиться близко от Е<sub>0</sub> в комплексной плоскости; обозначим такое решение как  $\tilde{E} = E_f - i\Gamma_f$ . Отметим, что решение уравнения  $g_{\Gamma\Gamma}(E) = 0$  будет находиться далеко в комплексной плоскости, поскольку оно связано с надбарьерной интерференцией в Г-канале. Следовательно, вблизи виртуального уровня амплитуда перехода Г-Г имеет вид

$$t_{\Gamma\Gamma}(E) \propto \frac{E - E_0}{E - E_f + i\Gamma_f}.$$
(25)

Таким образом, нуль и полюс амплитуды рассеяния (резонанс Фано) движутся в электрическом поле. Поскольку вероятности отражения от границ ямы в поле меняются, высота пика прохождения будет уменьшаться.

Обсудим теперь те изменения, которые возможны при составах твердого раствора (содержании Al) в барьере, когда  $E_{\Gamma}^{I} < E_{X}^{e}$  (x < 0.63, см. рис. 1, a). Легко видеть, что структура резонансов Фано не может претерпеть существенных изменений, поскольку они связаны с Х-ямой, которая по-прежнему существует в данной системе. Однако если барьер достаточно широкий, то надбарьерные резонансы Брейта-Вигнера, возникающие при интерференции волн в Г-долине, могут существенно повлиять на характер туннелирования. Как известно, такие резонансы будут достаточно узкими, если амплитуда отражения от краев барьера близка к единице. Чтобы найти положение резонансов в отсутствие электрического поля, полагают, что они соответствуют уровням бесконечно глубокой ямы, а их ширины определяются распадом данных уровней [17]. Пусть энергия электрона и параметры барьера таковы, что  $\bar{k}_{\Gamma} \gg 1$  и  $\bar{q}_{\Gamma} \gg 1$ , а параметр связи  $\bar{v}_{\Gamma} \ll 1$ . Положение резонанса Брейта–Вигнера можно определить приближенно условием

$$M_{12}^{\Gamma} = \operatorname{Ai}\left[-\xi_{\Gamma}^{I}\left(-\frac{L}{2a}\right)\right]\operatorname{Bi}\left[-\xi_{\Gamma}^{I}\left(\frac{L}{2a}\right)\right]$$
$$-\operatorname{Bi}\left[-\xi_{\Gamma}^{I}\left(-\frac{L}{2a}\right)\right]\operatorname{Ai}\left[-\xi_{\Gamma}^{I}\left(\frac{L}{2a}\right)\right] = 0. \quad (26)$$

В этом случае резонансы движутся в электрическом поле в соответствии с (26). Поскольку барьер становится несимметричным, вероятности туннелирования также будут различаться, а ширины резонансов будут увеличиваться с ростом смещения.

Как следует из сказанного выше, уровень в X-яме и виртуальный уровень над Г-барьером определяются различными параметрами. Следовательно, при изменении, например, ширины барьера или электрического поля возможно пересечение этих уровней. Интересная ситуация возникает, когда резонанс Брейта–Вигнера может подойти близко к резонансу Фано. Как было показано в [12], в отсутствие электрического поля может произойти коллапс резонанса Фано.

Представим теперь некоторые численные результаты, демонстрирующие эффекты  $\Gamma-X$ -смешивания при туннелировании в электрическом поле. Для получения результатов были использованы известные зависимости параметров материала  $Al_xGa_{1-x}As$  от состава [16]. Прозрачность барьера AlAs  $T_{\Gamma\Gamma}$  как функция энергии *E* изображена на рис. 2 для случая, когда x = 1, а толщина



**Рис. 2.** Зависимость резонансной прозрачности  $T_{\text{TT}}$  гетеробарьера AlAs от энергии E при различных смещениях U на барьере. При выбранной толщине барьера L = 1.13 нм имеется только одно квазисвязанное состояние в X-яме. Изменение формы X-ямы в поле приводит к движению резонанса Фано. В качестве единицы энергии выбрана  $E^* = E_X^e$ , в качестве единицы напряжения используется  $U^* = E_X^e/e$ .



**Рис. 3.** Зависимость прозрачности  $T_{\text{IT}}$  гетеробарьера  $Al_x \text{Ga}_{1-x} \text{As}$  (x = 0.35) от энергии E при различных смещениях U на барьере. При толщине барьера L = 6.22 нм в отсутствие смещения в яме имеется 4 квазисвязанных состояния в X-яме, которые приводят к возникновению 4 резонансов Фано. Резонансы Фано и Брейта–Вигнера движутся и сталкиваются в электрическом поле.

барьера L = 1.13 нм (в качестве единицы измерения выбрана энергия  $E^* = E_X^e$ ). При этом в яме имеется один уровень, который приводит к возникновению резонанса Фано в прозрачности. Из рис. 2 видно, что в электрическом поле резонанс движется, а его амплитуда падает. В сильном поле, когда Х-уровень попадает в непрерывный спектр, нуль амплитуды прохождения уходит в комплексную плоскость. Теперь рассмотрим случай, когда x < 0.63. Здесь мы хотим продемонстрировать поведение резонансов для широких барьеров, чтобы была возможность столкновения резонансов Фано и Брейта-Вигнера. Результаты расчетов представлены на рис. 3 для барьера шириной L = 6.22 нм. Поскольку резонансы Брейта-Вигнера связаны с виртуальными уровнями Г-барьера, а резонансы Фано с уровнями Х-ямы, то при приложении смещения эти уровни могут пересекаться. Как следует из рис. 3, резонансы Брейта-Вигнера при определенных смещениях сталкиваются с резонансами Фано. Результатом столкновения будет резкое сужение ширин резонансов Фано, что может сказаться на ВАХ барьера.

#### 4. Туннельный ток

Метод вычисления туннельного тока при известной прозрачности в случае однозонной модели развит в работах [18,19]. Проводя обобщение на случай двухдолинной системы, необходимо учесть возможные переходы в *X*-долину при приложении смещения U к барьеру. Необходимо также принять во внимание закон сохранения продольной компоненты импульса  $\mathbf{q}_{\parallel}$ . Результирующее выражение для плотности тока принимает вид

$$J = \frac{2e}{\hbar} \int dE \{ f(E) - f(E + eU) \} \int \frac{d\mathbf{q}_{\parallel}}{(2\pi)^2} T(E, \mathbf{q}_{\parallel}), \quad (27)$$

где f(E) — функция Ферми–Дирака, а полная прозрачность барьера определяется выражением

$$T(E, \mathbf{q}_{\parallel}) = (q_{\Gamma}/k_{\Gamma}) \left| t_{\Gamma\Gamma} \left( E - \frac{\hbar^2 \mathbf{q}_{\parallel}^2}{2m_{\Gamma}^e} \right) \right|^2 + (q_X/k_{\Gamma} + k_{\Gamma}/q_X) \left| t_{X\Gamma} \left( E - \frac{\hbar^2 \mathbf{q}_{\parallel}^2}{2m_{\Gamma}^e}, E - \frac{\hbar^2 \mathbf{q}_{\parallel}^2}{2m_X^e} \right) \right|^2.$$
(28)

Отметим, что продольные (по полю) импульсы  $k_{\Gamma}$  и  $q_X$  также зависят от поперечных энергий соответственно в Г- и *X*-долинах. Из структуры выражения (28) видно, что второе слагаемое, описывающее переход  $\Gamma - X$ , дает малый вклад в полную прозрачность, поскольку оно  $\propto v^2$ . Чтобы упростить вычисления тока, мы пренебрежем в этом слагаемом различием эффективных масс. В этом случае второе слагаемое будет зависеть только от комбинации  $E - \hbar^2 \mathbf{q}_{\parallel}^2 / 2m_{\Gamma}^e$  и в выражении для тока можно провести интегрирование по продольной компоненте импульса  $\mathbf{q}_{\parallel}$  в явном виде. Выполнив интегрирование и полагая, что температура мала, получим удобное для расчета выражение, содержащее только однократное интегрирование по энергии,

$$J = \frac{em_{\Gamma}^{e}}{2\pi^{2}h^{3}} \int_{0}^{E_{F}} T(E_{\perp})(E_{F} - E_{\perp})dE_{\perp}, \quad eU \ge E_{F},$$
  
$$J = \frac{em_{\Gamma}^{e}}{2\pi^{2}h^{3}} \left[ U \int_{0}^{E_{F} - eU} T(E_{\perp})dE_{\perp} + \int_{E_{F} - eU}^{E_{F}} T(E_{\perp})(E_{F} - E_{\perp})dE_{\perp} \right], \quad eU < E_{F}. \quad (29)$$

Выражение (29) использовалось для вычисления туннельного тока.

Для конкретного расчета тока положим, что концентрация доноров  $N_D = 10^{18} \text{ см}^{-3}$  в контактных областях (соответствующая энергия Ферми  $E_F \approx 50 \text{ мэB}$ ). Полученная в случае x = 1 для барьера шириной L = 1.13 нм ВАХ и дифференциальная нелинейная проводимость  $G \equiv dJ/dU$  приведены на рис. 4, *а* и *b*. Резонанс Фано дает характерный пик на дифференциальной проводимости при  $U \doteq 0.94E_X^e/e$ . Чтобы пояснить это свойство, рассмотрим поведение ВАХ и дифференциальной проводимости аналогично тому, как это делается в



**Рис. 4.** Вольт-амперная характеристика J(U) (*a*) и дифференциальная проводимость *G* (взятая с обратным знаком) барьера как функция смещения *U* (*b*). Пик резонанса Фано проходит уровень Ферми при  $U = 0.94U^*$ , а нуль при  $U = 0.96U^*$ . В качестве единиц измерения *U*, *J* и *G* выбраны:  $U^* = E_X^e/e$ ,  $J^* = 10^{-4}em_{\Gamma}^e(E_X^e)^2/(2\pi^2\hbar^3)$  и  $G^* = 10^{-3}e^2m_{\Gamma}^eE_X^e/(2\pi^2\hbar^3)$ .

случае двухбарьерной структуры [17]. В нашем случае уровни в X-яме эффективно связаны с распространяющимися состояниями Г-долины матричным элементом  $\Gamma$ -X-смешивания. Поскольку они малы, резонанс Фано хорошо выражен. Подобно случаю двухбарьерной структуры будем считать, что падение напряжения в основном происходит на спейсерных слоях, а внутри барьера потенциал постоянен. Тогда прозрачность для перехода  $\Gamma \rightarrow \Gamma$  может быть записана в виде

$$T_{\Gamma\Gamma} = (q_{\Gamma}/k_{\Gamma})|t_{\Gamma\Gamma}|^2 \Theta(E_F + eU/2 - E_{\Gamma}^I).$$
(30)

Подставляя (30) в (27) и дифференцируя по смещению, мы получаем, что в выражении для тока имеется резонансное слагаемое

$$dJ/dU \propto -T_{\Gamma\Gamma}(E_F + eU/2 - E_{\Gamma}^I) + \dots,$$
 (31)

где остальные слагаемые определяют нерезонансный (фоновый) вклад. Это означает, что имеется вклад в дифференциальную проводимость, который пропорционален пику в прозрачности. Таким образом, дифференциальная проводимость позволяет определить форму резонанса. Аналогичные результаты имеют место и при x < 0.63, когда возможно столкновение резонансов Брейта–Вигнера и Фано.

### 5. Заключение

Мы изучили туннелирование электронов в гетеробарьерах на основе полупроводников со сложным законом дисперсии и исследовали эффекты когерентного туннелирования через гетероструктуру GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As/GaAs в сильном электрическом поле. Используя уравнения для огибающих и принимая во внимание эффекты  $\Gamma$ -X-смешивания на гетерограницах, мы исследовали движение резонансов Фано в зависимости от приложенного к барьерной структуре смещения. Показано, что эффекты  $\Gamma$ -X-интерференции играют важную роль в формировании асимметричных резонансов. При этом движение полюса и нуля в поле

и их исчезновение определяются параметрами X-ямы. Структура резонансов существенно зависит также от параметра  $\Gamma$ -X-смешивания. В работе показано, что дифференциальная проводимость содержит информацию о характеристиках резонансов. Эта информация может быть извлечена при исследовании нелинейной диффе-

Авторы благодарят Е.В. Демидова, Ю.В. Дубровского и Д.О. Филатова за полезные замечания и обсуждение результатов работы.

Работа поддержана грантом РФФИ (№ 01-02-16569). Один из авторов (Ч.С. Ким) благодарит Korean Research Foundation за поддержку.

#### Список литературы

ренциальной проводимости.

- [1] H.C. Liu. Appl. Phys. Lett., 51, 1019 (1987).
- [2] D.Y.K. Ko, J.C. Inkson. Semicond. Sci. Technol., 3, 791 (1988).
- [3] T. Ando, H. Akera. Phys. Rev. B, 40, 11609 (1989).
- [4] E.E. Mendez, W.I. Wang, E. Calleja, C.E.T. Goncalves da Silva. Appl. Phys. Lett., 50, 1283 (1987).
- [5] T.B. Boykin, J.S. Harris. J. Appl. Phys., 72, 988 (1992).
- [6] Y. Fu, M. Willander, E.L. Ivchenko, A.A. Kiselev. Phys. Rev. B, 47, 13498 (1993).
- [7] R.C. Bowen, W.R. Frensley, G. Klimeck, R.K. Lake. Phys. Rev. B, 52, 2754 (1995).
- [8] R.J. Teissier, J.J. Finley, M.S. Skolnick, J.W. Cockburn, J.-L. Pelouard, R. Grey, G. Hill, M.A. Pate, R. Planel. Phys. Rev. B, 54, R8329 (1996).
- [9] J.J. Finley, R.J. Teissier, M.S. Skolnick, J.W. Cockburn, G.A. Roberts, R. Grey, G. Hill, M.A. Pate, R. Planel. Phys. Rev. B, 58, 10619 (1998).
- [10] E.E. Mendez, E. Calleja, C.E.T. Goncalves da Silva, L.L. Chang, W.I. Wang. Phys. Rev. B, 33, 7368 (1986).
- [11] U. Fano. Phys. Rev., **104**, 1866 (1961).
- [12] Ч.С. Ким, А.М. Сатанин, В.Б. Штенберг. ЖЭТФ, 118, 413 (2000).
- [13] C.S. Kim, A.M. Satanin, Y.S. Joe, R.M. Cosby. Phys. Rev. B, 60, 10 962 (1999).
- [14] Ч.С. Ким, А.М. Сатанин. ЖЭТФ, 115, 211 (1999).
- [15] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Квантовая механика. Нерелятивистская теория (М., Наука, 1989).
- [16] S. Adachi. J. Appl. Phys., 58, R1 (1985).
- [17] А.С. Тагер. Электрон. техн. Электроника СВЧ, вып. 9 (403), 21 (1987).
- [18] К.Б. Дюк. В сб.: Туннелирование в твердых телах (М., Мир, 1973) с. 36.
- [19] R.Tsu, L. Esaki. Appl. Phys. Lett., 22, 562 (1973).

#### Редактор Л.В. Шаронова

## Resonant tunneling and nonlinear current in heterobarriers with complex dispersion of carriers

C.S. Kim<sup>†</sup>, A.M. Satanin, V.B. Shtenberg

Nizhny Novgorod State University, 603600 Nizhny Novgorod, Russia <sup>†</sup>Applied Physics, Yale University, New Haven, Connecticut 06520-8284, USA

**Abstract** We study novel effects in resonant tunneling of electrons in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As/GaAs single-barrier structures under an applied electric bias.  $\Gamma$ -X mixing of electron states at the interfaces is responsible for Fano resonance in the transmission. A motion of resonances Fano and the interplay between Fano and Breit–Wigner resonances in electric field have been investigated. The current–voltage charateristic of the heterobarrier is calculated. It is shown that the differential conductivity presents a way to get the Fano resonance profile and the parameters of the resonance.