

## О спектрах колебаний поля и тока, возникающих в сверхрешетках под воздействием терагерцового лазерного излучения

© Ю.А. Романов, Ю.Ю. Романова<sup>†</sup>

Институт физики микроструктур Российской академии наук,  
603600 Нижний Новгород, Россия

(Получена 8 июня 2000 г. Принята к печати 17 июля 2000 г.)

Исследованы возбуждаемые терагерцовым лазерным излучением нелинейные колебания поля и тока в полупроводниковых сверхрешетках с учетом многочастотности самосогласованного внутреннего поля. Осцилляторный характер нелинейных восприимчивостей, диссипативные и параметрические неустойчивости в сверхрешетках приводят к неоднозначным и гистерезисным зависимостям спектров этих колебаний от амплитуды и частоты внешнего поля. Основные пути формирования особенностей спектров — спонтанная генерация статического поля и параметрическое усиление гармоник и субгармоник внешнего поля. Показано, что часто используемое приближение одночастотного внутреннего поля является неудовлетворительным, особенно для сверхрешеток с высокой концентрацией электронов.

При исследовании генерации гармоник тока, возникающих в полупроводниковых сверхрешетках (СР) под воздействием терагерцового лазерного излучения, обычно считают поле внутри них заданным и одночастотным [1–4]. Это допустимо для СР с низкой концентрацией электронов ( $\omega_0 \ll \omega_1$ ,  $\omega_0$  — плазменная частота,  $\omega_1$  — частота лазерного поля). В СР с высокой концентрацией электронов возбуждаемый "исходным" гармоническим полем нелинейный ток создает значительные поля на кратных частотах, которые в свою очередь существенно изменяют все гармоники тока. Еще более важными факторами, влияющими на спектр колебаний в СР, могут быть диссипативные [5,6] и параметрические [7,8] неустойчивости в ней, которые приводят к генерации гармоник поля с частотами не только кратными частоте внешнего источника, но и с дробными и несоизмеримыми с ней [7–10]. При этом довольно часто в СР спонтанно возникает и статическое поле (нулевая гармоника) [5,6]. (Спонтанная генерация соответствующей статической эдс в однородных образцах арсенида галлия впервые наблюдалась в [11]). Результатом действия этих факторов может быть существенное расширение и обогащение спектров возбуждаемого тока в СР и выходящего из нее излучения. В частности, спонтанное возникновение статического поля в СР приводит к дополнительной генерации четных гармоник излучения, которые в приближении заданного внутреннего гармонического поля отсутствуют. Следовательно, возникает необходимость исследования поведения электронной плазмы СР в самосогласованном многочастотном поле.

В настоящей работе с учетом указанных выше факторов найдены спектры колебаний поля и тока, возникающие в СР под воздействием терагерцового лазерного излучения, вводимого в нее с помощью микроволновой антенны. Электродинамическая система подобна предложенной в [3]. Ее эквивалентная электрическая схема, использованная при расчетах, содержит СР толщиной  $Nd$

( $d$  — период,  $N$  — число периодов в образце), зашунтированную сопротивлением  $R$ , источник напряжения  $V(t) = V_0 \cos(\omega_1 t)$ , амплитуда которого определяется интенсивностью лазерного поля, внешнюю емкость  $C_1$ , учитывающую емкость антенны, подложку и окружающую среду, и нагрузочное сопротивление  $r_i$ , включающее сопротивления излучения антенны, контактов и внутреннее сопротивление источника напряжения. Все размеры системы считаются малыми по сравнению с длиной волны излучения.

Самосогласованная система уравнений для электрического тока  $j(t)$ , продольной (относительно оси СР) кинетической энергии электронов  $n(\varepsilon_3)$  и электрического поля  $E(t)$  внутри СР в безразмерных переменных имеет вид

$$\omega_1 \tau \frac{d\Phi(t)}{d\tilde{t}} + [1 + i\omega_1 \tau g(t)]\Phi(t) = 1, \quad (1)$$

$$\frac{dg(t)}{d\tilde{t}} = w[\text{Im} \Phi(t) + \tilde{j}_e(t)] - \frac{g(t)}{\omega_1 RC_S}, \quad (2)$$

где

$$\Phi(t) = \frac{\langle \varepsilon_3 \rangle - \frac{\Delta}{2}}{\langle \varepsilon_3 \rangle_0 - \frac{\Delta}{2}} - i \frac{j(t)}{j_0}, \quad (3)$$

$\tau$  — время релаксации электрона,  $\langle \varepsilon_3 \rangle_0$  — его средняя равновесная продольная энергия,  $\Delta$  — ширина мини-зоны,  $g(t) = edE(t)/\hbar\omega_1 = \Omega(t)/\omega_1$  — безразмерное поле в СР,  $\Omega(t) = eE(t)d/\hbar$  — мгновенная "блоховская" частота,  $\tilde{t} = t\omega_1$ ,  $C_S = \varepsilon_0 S/4\pi Nd$  — линейная емкость СР,  $S$  и  $\varepsilon_0$  — ее площадь поперечного сечения и диэлектрическая проницаемость без учета электронов,  $j_0 = \frac{\hbar\varepsilon_0\omega_0^2}{4\pi ed}$ ,  $\omega_0^2 = \frac{4\pi ne^2 d^2}{\varepsilon_0 \hbar^2} (\frac{\Delta}{2} - \langle \varepsilon_3 \rangle_0)$  — квадрат плазменной частоты,  $n$  — концентрация электронов в СР,  $\tilde{j}_e = j_e/j_0$  — безразмерная плотность внешнего тока, зависящая от схемы включения СР во внешнюю цепь,  $w = (\omega_0/\omega_1)^2$ . Уравнение (1) — комплексная форма балансных уравнений для тока и энергии электронов с гармоническим законом дисперсии, полученных в [1], (2) — уравнение постоянства полного тока.

<sup>†</sup> Факс: (8312)675553  
E-mail: jul@ipm.sci-nnov.ru

Для указанной выше электрической схемы внешний ток  $j_e(t)$  определяется уравнениями

$$Sj_e(t) = C_1 \frac{dV_1(t)}{dt}, \quad (4)$$

$$\left[ 1 + C_1 r_i \frac{d}{dt} \right] V_1(t) = V_0(t) - E(t)Nd, \quad (5)$$

где  $V_1(t)$  — напряжение на емкости  $C_1$ . Будем считать выполненными условия  $\omega_1 r_i C_1 \ll 1$  и  $\omega_1 RC_S \gg 1$ , означающие высокую добротность контура. В этом случае уравнение (2) принимает вид

$$\frac{dg(t)}{d\tilde{t}} = \tilde{w} \cdot \text{Im} \Phi(t) - \tilde{V}_0 \sin \tilde{t}, \quad (6)$$

где  $\tilde{V}_0 = \frac{eV_0}{N\hbar\omega_1(1+C_S/C_1)}$ ,  $\tilde{w} = \frac{w}{1+C_1/C_S}$ . При этом мощность излучения образца на частоте  $\omega$  находится по приближенной формуле

$$P_\omega = \frac{V_\omega^2 R_r}{2[r_i^2 + (\omega C_1)^{-2}]}, \quad (7)$$

где  $V_\omega$  — амплитуда гармоники с частотой  $\omega$  возникающего на СР нелинейного напряжения;  $R_r$  — сопротивление излучения антенны, являющееся частью  $r_i$ . Для приведенных в [3] характерных параметров СР  $d = 100 \text{ \AA}$ ,  $N = 100$ ,  $\Delta = 0.018 \text{ эВ}$ ,  $r_i = 7 \text{ Ом}$ ,  $R_r = 5 \text{ Ом}$ ,  $C_S \sim C_1 = 10 \text{ фФ}$ ,  $\omega_1 = 2\pi \cdot 0.7 \text{ ТГц}$  и  $V_\omega \approx 0.1 \text{ В}$  (что соответствует приведенным далее результатам численного счета) имеем  $P_\omega \sim 5 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}$ .

Легко показать, что уравнение (6) описывает также и поведение СР в заданном внешнем электрическом поле  $E_e(t) = E_0 \cos(\omega_1 t)$  с  $\tilde{w} = w$ ,  $\tilde{V}_0 = (\epsilon_e/\epsilon_0)(eE_0 d/\hbar\omega_1)$ , где  $\epsilon_e$  — диэлектрическая проницаемость внешней среды. Поэтому полученные далее результаты применимы и для этого случая.

Общее решение уравнения (1) имеет вид

$$\Phi(t) = \psi(t) \left[ \Phi(0) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \int_0^t \exp\left(-\frac{t-t_1}{\tau}\right) \psi^*(t_1) dt_1 \right], \quad (8)$$

где

$$\psi(t) = \exp\left(-i \int_0^t \Omega(t_1) dt_1\right), \quad (9)$$

$t = 0$  — момент включения поля. Следовательно, согласно (3), произвольное поле  $E(t)$  возбуждает в СР ток

$$j(t) = j_0 \left\{ \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \sin \left[ \int_0^t \Omega(t_1) dt_1 \right] + \int_0^t \exp\left(-\frac{t-t_1}{\tau}\right) \sin \left[ \int_{t_1}^t \Omega(t_2) dt_2 \right] \frac{dt_1}{\tau} \right\}. \quad (10)$$

Если внутри СН все гармоники поля, кроме основной и нулевой (статического поля), пренебрежимо малы, т.е.  $E(t) = E_c + E_1 \cos(\omega_1 t)$ , то в ней, согласно (10), возникает электрический ток

$$j(t) = 2j_0 \text{Re} i \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} J_\mu(g_1) \left[ 1 - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n(g_1)}{1 + i(\Omega_c + n\omega_1)\tau} \right] \times \exp\{-[\tau^{-1} + i(\Omega_c + \mu\omega_1)]t\} + 2j_0 \text{Re} i \times \sum_{\mu, n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n(g_1)J_{n+\mu}(g_1)}{1 + i(\Omega_c + n\omega_1)\tau} \exp(-\mu\omega_1 t), \quad (11)$$

где  $\Omega_c = eE_c d/\hbar$  — штарковская частота,  $g_1 = eE_1 d/\hbar\omega_1$ ,  $J_n(g_1)$  — функция Бесселя  $n$ -го порядка. Формула (11) описывает временную трансформацию спектра тока после включения поля. Вначале он совпадает со спектром блоховских колебаний (БК) отдельных электронов (т.е. содержит только частоты  $\Omega_c + n\omega_1$ ,  $n = 0, \pm 1, \dots$ ). За время  $\tau$  эти гармоники затухают, и в токе устанавливается стационарный спектр, содержащий только гармоники поля. "Воспоминанием" о БК является резонансный характер амплитуд гармоник тока с частотами  $\omega \approx \Omega_c/n$ . В экспериментальном плане интересен режим поочередного резкого включения статического и гармонического полей, а также быстрая межзонная генерация носителей заряда в присутствии статического и гармонического полей.

Если в СР действует только гармоническое поле, то, согласно (11), в стационарном токе содержатся только нечетные гармоники с комплексными амплитудами:

$$j_{\mu\omega_1} = 2ij_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n(g_1)J_{n+\mu}(g_1)}{1 + in\omega_1\tau} \xrightarrow{\omega\tau \rightarrow \infty} 2ij_0 J_0(g_1)J_\mu(g_1). \quad (12)$$

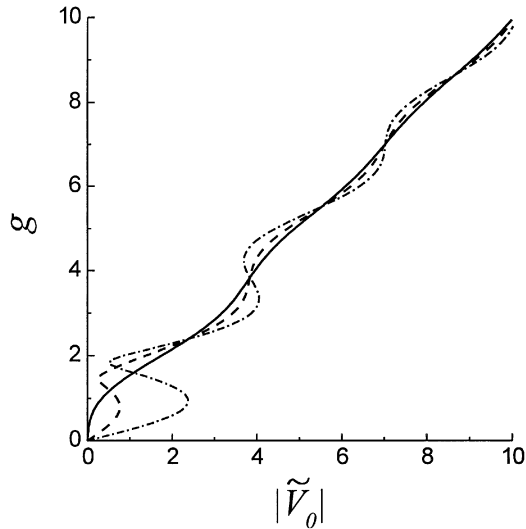
Из (12) и свойств функций Бесселя следует, что спектр колебаний тока обрывается на гармонике  $\mu \sim g$ . Вопрос о граничной частоте генерации гармоник тока в заданном одночастотном внутреннем поле исследован в [4]. Генерация гармоник излучения с учетом неоднозначной связи амплитуды основной (и единственной!) гармоники поля в бездиссипативной СР с амплитудой внешнего поля исследовалась в [3]. Согласно (6), (12), подобная связь в диссипативной СР определяется уравнением

$$\tilde{V}_0 \exp(i\varphi) = g_1 - 2\tilde{w} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n(g_1)J_{n+1}(g_1)}{1 + in\omega_1\tau}, \quad (13)$$

где  $\varphi$  — сдвиг фазы основной гармоники поля в СР относительно внешнего поля. При  $\omega_1\tau \gg 1$  из (13) имеем

$$\tilde{V} \exp(i\varphi) \approx g_1 - 2\tilde{w} J_0(g_1)J_1(g_1) + i \frac{2\tilde{w}}{\omega\tau g_1} [1 - J_0^2(g_1)]. \quad (14)$$

Уравнение (14) отличается от использованного в работе [3] наличием последнего диссипативного слагаемого.



**Рис. 1.** Зависимость амплитуды первой гармоники поля в СР от амплитуды внешнего поля при  $\omega_1\tau = 10$ ,  $\tilde{w} = 1$  (сплошная кривая),  $\tilde{w} = 2.5$  (штриховая кривая) и  $\tilde{w} = 5$  (штрихпунктирная кривая).

На рис. 1 приведены зависимости (13) при  $\omega_1\tau = 10$  и разных значениях  $\tilde{w}$ . Из (14) и рис. 1 видно, что при больших значениях  $\omega_1\tau$  и  $\tilde{w} > 1$  в относительно узких областях  $\tilde{V}_0$  основная гармоника поля в СР может иметь несколько значений. С ростом  $\tilde{w}$  эти области расширяются, и их количество увеличивается. Неоднозначная связь основной гармоники внутреннего поля с амплитудой внешнего поля сохраняется вплоть до  $\omega_1\tau \sim 1$ , если  $\tilde{w} \gg 1$ . При  $\omega_1\tau \gg 1$  и  $\tilde{w} \gg 1$  она начинается со значения  $\tilde{V}_0 \sim \tilde{w}/\omega_1\tau$ , которое может быть большим. Из неоднозначности величины основной гармоники внутреннего поля, соотношений (7), (12) и приближенного равенства

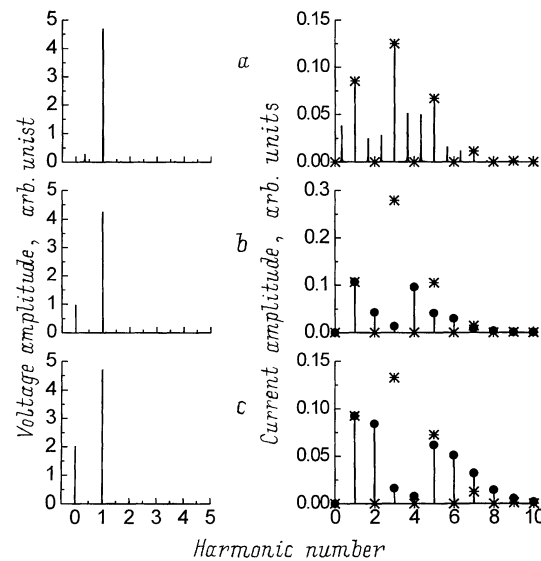
$$V_{\mu\omega_1} \approx \frac{N\hbar\omega_1}{e\mu j_0} j_{\mu\omega_1}, \quad \mu = 3, 5, \dots,$$

вытекающего из (6), следует гистерезисный и многозначный характер зависимостей интенсивностей спектров излучения при изменении мощности падающего на решетку лазерного излучения. Гистерезисная картина генерации гармоник лазерного поля сильно зависит от диссипации в СР. Ее неучет приводит к некорректному предсказанию генерации гармоник поля и тока даже в нулевых лазерных полях.

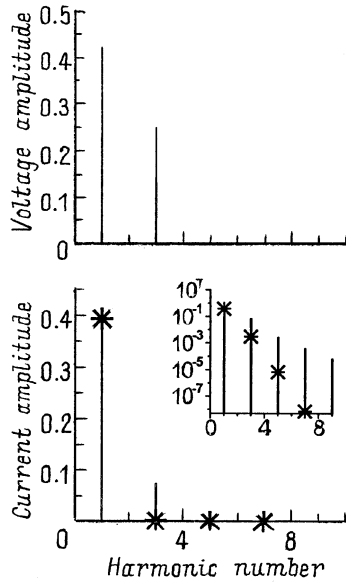
В качестве примера рассмотрим нелинейные колебания в СР при  $\omega_1\tau = 10$ ,  $\tilde{w} = 2.5$ ,  $\tilde{V}_0 = 0.26$ . В соответствии с рис. 1 численное решение системы уравнений (1), (6) дает два устойчивых стационарных колебания с безразмерными амплитудами первых гармоник поля  $g_1^{(1)} = 0.18$  и  $g_1^{(2)} = 1.5$  и тока  $j_{\omega_1}^{(1)}/j_0 = 0.17$  и  $j_{\omega_1}^{(2)}/j_0 = 0.58$ . Во втором нелинейном колебании существует третья гармоника тока заметной ( $\sim 0.1$ ) величины. В первом колебании она мала. В приведенном

примере значения амплитуд гармоник тока, рассчитанные по формуле (12) с  $g_1^{(1)} = 0.18$  и  $g_1^{(2)} = 1.5$ , с хорошей точностью совпадают с найденными из численного решения уравнений (1), (6).

Как уже указывалось, приближение одночастотного внутреннего поля строго справедливо лишь для СР с низкой концентрацией электронов ( $\tilde{w} < 1$ ) или в слабых электрических полях. Но в этих случаях (рис. 1) гистерезисные явления без учета спонтанной генерации статического поля (что в [3] не учитывалось) не возникают. При учете многочастотности самосогласованного внутреннего поля выявляются новые каналы возникновения многозначности спектров нелинейных колебаний. При этом уравнения (13), (14) и зависимости на рис. 1 теряют смысл. Найденные с их помощью решения неустойчивы и несамосогласованы. Провести исследование нелинейных колебаний с учетом многочастотности электрического поля аналитическими методами не представляется возможным, поэтому приведем результаты численного решения системы уравнений (1), (6) при некоторых значениях параметров  $\omega_1\tau$ ,  $\tilde{w}$ ,  $\tilde{V}_0$  (рис. 2 и 3). Для сравнения на спектрах тока приведены результаты приближенных вычислений (одночастотное поле в СР) по формуле (12) — звездочки и по формуле (10) ( $t \rightarrow \infty$ ) с учетом статического поля — кружки. Амплитуды соответствующих полей ( $g_1$  и  $g_c$ ) взяты из результатов численного счета. Для удобства сравнения амплитуды первых гармоник тока нормировались на значения, полученные из решения уравнений (1), (6).



**Рис. 2.** Спектры поля и тока трех стационарных состояний в СР с  $\omega_1\tau = 10$ ,  $\tilde{w} = 2.5$  при  $\tilde{V}_0 = 4.5$ . *a* — нелинейное колебание с утроенным периодом и нулевым статическим полем; *b* и *c* — нелинейное колебание со статическим полем  $g_c = -0.99$  и  $-2.025$  соответственно. Сплошные линии — точное решение, звездочки — приближенное решение по формуле (11) с нулевым полем и кружки — с ненулевым статическим полем.



**Рис. 3.** Спектры поля (а) и тока (б) в СР с высокой концентрацией электронов.  $\omega_1\tau = 10$ ,  $\tilde{w} = 10$ ,  $\tilde{V}_0 = 3.5$ . На вставке — спектр тока в логарифмическом масштабе.

На рис. 2 приведены спектры напряжения и тока трех стационарных состояний, возникающих в СР с  $\omega_1\tau = 10$ ,  $\tilde{w} = 2.5$  при одном и том же  $\tilde{V}_0 = 4.5$ , но различных начальных условиях. В первом состоянии спектр колебаний обогащается гармониками с дробными частотами  $(2n+1)\omega_1/3$ , которые практически не изменяют амплитуды нечетных гармоник тока. Дробные гармоники возникают в результате связанных параметрически распадов типа:  $(2n+1)\omega_1 = 3\omega_2$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) (жесткий режим возбуждения) и  $2m\omega_1 = (m-2/3)\omega_1 + (m+2/3)\omega_1$ , ( $m = 1, 3, \dots$ , мягкий режим) и соответствующих процессов слияния колебаний. Статическое поле в этом состоянии отсутствует. (При других параметрах системы спектры нелинейных колебаний могут обогащаться другими дробными гармониками, например полуцелыми, возникающими в результате связанных параметрических распадов типа  $2\omega_1 = 1/2\omega_1 + 3/2\omega_1$ , а затем и четными гармониками, возникающими в процессе слияния типа  $\omega_1 + 2(1/2\omega_1) = 2\omega_1$ ).

Во втором и третьем состояниях существует статическое поле с  $g_c = -0.99$  и  $-2.025$  соответственно, которое обогащает спектр колебания четными гармониками. Возникновение этих трех состояний не связано с многозначностью основной гармоники внутреннего поля, описываемой уравнением (13) (см. рис. 1). (Во всех трех колебаниях она почти одинакова). Оно обусловлено генерацией третьей субгармоники (параметрический резонанс) и спонтанной генерацией статического поля (диссипативная неустойчивость). Как видно из рис. 2, появление статических полей приводит к значительному уменьшению амплитуды третьей гармоники в спектре ко-

лебаний тока, что необходимо учитывать при проведении экспериментальных исследований.

Другой пример, показывающий необходимость учета многочастотности внутреннего поля, приведен на рис. 3. Высокие концентрации электронов в СР (для типичных параметров СР:  $d = 100 \text{ \AA}$ ,  $\Delta = 0.018 \text{ эВ}$  при комнатной температуре  $n = 6 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ) обуславливают параметрическую генерацию третьей гармоники поля [9] со значительной амплитудой и, как следствие, существенно большие значения амплитуд высших гармоник тока по сравнению с одночастотным приближением. Результатом сильной параметрической связи гармоник в данном колебании стало также уменьшение амплитуды основной гармоники поля в СР. Анализ фазовых соотношений  $g_\omega$  и  $g_{3\omega}$  показывает, что их вклады в токи высших гармоник не являются синхронными. Поэтому из-за многочастотности внутреннего поля можно ожидать как расширения, так и сужения спектров нелинейного тока в СР.

Полученные в работе результаты показывают, что в формировании спектра колебаний в СР значительную роль играют диссипативные и параметрические неустойчивости. При относительно высоких концентрациях электронов приближение заданного внутреннего поля неприменимо для получения даже качественных результатов. Наиболее важными путями формирования многозначных спектров нелинейных колебаний являются генерация статического поля и субгармоник внешнего источника.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта МНТП ФТНС 99-1129.

## Список литературы

- [1] A.A. Ignatov, Yu.A. Romanov. *Phys. St. Sol. B*, **73**, 327 (1976).
- [2] M.C. Wanke, A.G. Markelz, K. Unterrainer, S.J. Allen, R. Bhatt. In: *Phys. Semicond*, ed. by N. Scheffter, R. Zimmerman (World scient., Singapore, 1996) p. 1791.
- [3] A.W. Ghosh, M.C. Wanke, S.J. Allen, J.W. Wilkins. *Appl. Phys. Lett.*, **74**, 2164 (1999).
- [4] M.W. Feise, D.S. Citrin. *Appl. Phys. Lett.*, **75**, 3536 (1999).
- [5] Ю.А. Романов, Л.К. Орлов. *ФТТ*, **17**, 726 (1977); Ю.А. Романов, В.П. Бовин, Л.К. Орлов. *ФТП*, **12**, 1665 (1978); Ю.А. Романов. *ФТТ*, **21**, 877 (1979).
- [6] Ю.А. Романов. В сб.: *Многослойные полупроводниковые структуры и сверхрешетки*, под ред. А.М. Белянцева, Ю.А. Романова (Горький, 1984) с. 63.
- [7] Ю.А. Романов. *Изв. вузов. Радиофизика*, **23**, 617 (1980); Л.К. Орлов, Ю.А. Романов. *Изв. вузов. Радиофизика*, **25**, 570 (1982); *Изв. вузов. Радиофизика*, **25**, 702 (1982).
- [8] А.М. Белянцев, Л.К. Орлов, Ю.А. Романов, В.И. Шашкин. В сб.: *Многослойные полупроводниковые структуры и сверхрешетки*, под ред. А.М. Белянцева, Ю.А. Романова (Горький, 1984) с. 185.
- [9] Ju.Yu. Romanova, Yu.A. Romanov. *Proc. 7th Int. Symposium "Nanostructures": Physics and Technology* (St. Petersburg, Russia, 1999) p. 390.

- [10] K.N. Alekseev, E.H. Cannon, J.C. McKinney, F.V. Kusmartsev, D.K. Campbell. Phys. Rev. Lett., **80**, 2669 (1998). K.N. Alekseev, G.P. Berman, D.K. Campbell, E.H. Cannon, M.C. Cargo. Phys. Rev. B, **54**, 10 625 (1996).
- [11] Т.Я. Банис, И.В. Паршелюнас, Ю.К. Пожела. ФТП, **5**, 1990 (1971).

*Редактор В.В. Чалдышев*

## **Laser irradiation induced spectra of field and current in superlattices**

Yu.A. Romanov, Ju.Yu. Romanova

Institute for Physics of Microstructures,  
Russian Academy of Sciences,  
603600 N. Novgorod, Russia

**Abstract** Laser-excited nonlinear oscillations of field and current in semiconductor superlattices have been investigated in relation to a self-consistent multi-frequency intrinsic field. Oscillatory behavior of nonlinear susceptibility alongside with dissipative and parametric instabilities lead to an ambiguous hysteresis dependence of the oscillation spectra on the amplitude and frequency of the external field. The spectrum shape is determined by both the spontaneous generation of a static field and the parametric amplification of harmonics and subharmonics of the external field. The authors have shown that the traditional consideration of the single-frequency intrinsic field is unsatisfactory especially for superlattices with the high electron density.