

Скейлинг в режиме квантового эффекта Холла и локализация дырок в гетероструктурах $p\text{-Ge}/\text{Ge}_{1-x}\text{Si}_x$

© Ю.Г. Арапов, Н.А. Городилов, В.Н. Неверов, Г.И. Харус, Н.Г. Шелушина

Институт физики металлов Уральского отделения Российской академии наук,
620219 Екатеринбург, Россия

Получена 29 января 1996 г. Принята к печати 17 апреля 1996 г.

Для многослойных гетероструктур $\text{Ge}/\text{Ge}_{1-x}\text{Si}_x$ ($x \simeq 0.03$) с двумерной проводимостью p -типа по слоям Ge проведены исследования температурных и магнитопольных зависимостей продольного ρ_{xx} и холловского ρ_{xy} сопротивлений в полях до 12 Тл в интервале температур $T = (0.1 \div 15)$ К. Наблюдаемое уменьшение амплитуды пиков ρ_{xx} при понижении температуры для $T \leq 2$ К отвечает переходу к режиму скейлинга в условиях квантового эффекта Холла. Построение диаграммы скейлинга в координатах $(\sigma_{xy}, \sigma_{xx})$ для исследованной области полей и температур. Найдено, что в целом вид диаграмм соответствует предсказаниям теории. Показано, что характер линий потока на диаграммах скейлинга непосредственно связан с таким параметром как ширина полосы делокализованных состояний в центре уровня Ландау.

1. Введение

Явление целочисленного квантового эффекта Холла (КЭХ), обнаруженного фон-Клитцингом с соавт. [1], оказалось тесно связанным с проблемой локализации электронов в двумерной ($2D$) системе в квантующем магнитном поле B . В работах Лафлина [2] и Гальперина [3] было показано, что для существования КЭХ необходимо наличие узких полос делокализованных состояний вблизи середины каждой из подзон Ландау (при условии, что все остальные состояния являются локализованными). С другой стороны, для $B = 0$ ранее Абрахамсом с соавт. [4] на основе теории однопараметрического скейлинга был получен вывод об отсутствии квантовой диффузии в двумерных разупорядоченных системах, т. е. об отсутствии делокализованных состояний в $2D$ -системах при наличии даже малой степени беспорядка. Таким образом, выводы Лафлина [2] и Гальперина [3] оказались в противоречии со следствиями теории однопараметрического скейлинга [4].

В работах Пруискена [5–7], а также Хмельницкого [8] для объяснения КЭХ была предложена гипотеза двухпараметрического скейлинга, приводящая к существованию как локализованных, так и делокализованных (вблизи середины подзон Ландау) состояний в спектре неупорядоченной $2D$ -системы в квантующем магнитном поле. Экспериментальная проверка следствий теории двухпараметрического скейлинга в режиме КЭХ была выполнена в работах Вея с соавт. [9] для гетероструктур InGaAs/InP , Кавайи с соавт. [10] для n -каналов в кремниевом МОП транзисторе, Долгополова с соавт. [11] как для кремниевых МОП структур, так и для гетероструктур $\text{AlGaAs}/\text{GaAs}$.

Настоящая работа посвящена исследованию диаграмм скейлинга для многослойных гетероструктур $\text{Ge}/\text{Ge}_{1-x}\text{Si}_x$ с проводимостью дырочного типа по слоям германия.

2. Теоретические представления

Согласно гипотезе однопараметрического скейлинга [4,12], изменение кондактанса (обратного полного сопротивления) G с изменением макроскопического размера системы L определяется уравнением

$$\frac{d \ln g}{d \ln L} = \beta(g), \quad (1)$$

где $g = hG/e^2$, β есть некоторая функция одной переменной g (функция скейлинга). Если представить кондактанс в виде $g = \sigma L^{d-2}$, где σ — проводимость в единицах e^2/h , d — размерность, то металлическое поведение системы соответствует условию $\sigma = \text{const}$ при $L \rightarrow \infty$. Для $2D$ -системы понятия кондактанса и проводимости совпадают, и условие делокации электронных состояний соответствует условию $\beta(\sigma) = 0$.

Как показано в [4,12], при $B = 0$ для $2D$ -газа функция $\beta(\sigma)$ всегда отрицательна и лишь при $\sigma \rightarrow \infty$, что соответствует отсутствию беспорядка, асимптотически стремится к 0. При $\sigma \gg 1$ она составляет $\beta(\sigma) = -1/2\pi\sigma$. Таким образом, для электрона в неупорядоченной $2D$ -системе не существует истинно делокализованных состояний (состояний с бесконечным радиусом локализации ξ). В рамках гипотезы однопараметрического скейлинга для диссипативной проводимости σ_{xx} вывод о локализации всех состояний в бесконечной $2D$ -системе сохраняется и в магнитном поле, т. е. $\beta(\sigma_{xx}) < 0$ при всех конечных значениях σ_{xx} [6,7]. В пределе $\sigma_{xx} \gg 1$ функция скейлинга имеет вид $\beta(\sigma_{xx}) = -1/2\pi^2\sigma_{xx}^2$.

В работе [5] Пруискеном впервые была высказана мысль о том, что в квантующем магнитном поле необходимо рассматривать ренормировку при изменении L обеих компонент тензора проводимости — как диссипативной σ_{xx} , так и холловской σ_{xy} . Зависимость σ_{xy} от L появляется как следствие учета

замкнутых токов на границах образца, неизбежно возникающих во внешнем магнитном поле (краевые токи). В результате для невзаимодействующих электронов в хаотическом примесном потенциале имеем систему уравнений двухпараметрического скейлинга:

$$\begin{aligned} \frac{d \ln \sigma_{xx}}{d \ln L} &= \beta_{xx}(\sigma_{xx}, \sigma_{xy}), \\ \frac{d \ln \sigma_{xy}}{d \ln L} &= \beta_{xy}(\sigma_{xx}, \sigma_{xy}). \end{aligned} \quad (2)$$

Каждая из скейлинговых функций β_{xx} и β_{xy} есть функция двух параметров σ_{xx} и σ_{xy} , т.е. изменения σ_{xx} и σ_{xy} происходят взаимозависимо при варьировании L . В пределе слабой локализации $\sigma_{xx} \gg 1$ Пруискеном был получен конкретный вид функций скейлинга [6,7]:

$$\begin{aligned} \beta_{xx} &= -\frac{1}{2\pi^2\sigma_{xx}^2} - D \exp(-2\pi\sigma_{xx}) \cos 2\pi\sigma_{xy}, \\ \beta_{xy} &= -D \exp(-2\pi\sigma_{xx}) \sin 2\pi\sigma_{xy}, \end{aligned} \quad (3)$$

где σ_{xx} и σ_{xy} даны в единицах e^2/h , D — положительная константа, содержащая информацию о микроскопике системы (например, о характере хаотического примесного потенциала).

Следствия из уравнений скейлинга удобно исследовать, рассматривая движения точек на плоскости $(\sigma_{xy}, \sigma_{xx})$ при увеличении L (диаграммы скейлинга). Из (2), (3) непосредственно следует существование на фазовой диаграмме в координатах $(\sigma_{xy}, \sigma_{xx})$ двух типов фиксированных точек. При $\sigma_{xy} = i$, где i — целое число, имеем

$$\beta_{xy} = 0, \quad \beta_{xx} = -\frac{1}{2\pi^2\sigma_{xx}^2} - D \exp(-2\pi\sigma_{xx}) < 0. \quad (4)$$

Следовательно, σ_{xy} не меняется при изменении L , а $\sigma_{xx} \rightarrow 0$ при $L \rightarrow \infty$, что соответствует диэлектрическому поведению. Таким образом, для бесконечного образца имеем фиксированную точку $(i, 0)$, описывающую плато квантового эффекта Холла.

При $\sigma_{xy} = i + 1/2$ имеем

$$\beta_{xy} = 0, \quad \beta_{xx} = -\frac{1}{2\pi^2\sigma_{xx}^2} + D \exp(-2\pi\sigma_{xx}). \quad (5)$$

Отсюда следует, что σ_{xy} , как и в предыдущем случае, не ренормируется при изменении L . Предполагается далее [6], что существует некоторое конечное значение $\sigma_{xx} = \sigma^*$, определяемое условием

$$(\sigma^*)^2 \exp(-2\pi\sigma^*) = \frac{1}{2\pi^2 D}, \quad (6)$$

для которого $\beta_{xx} = 0$. При этом $\beta_{xx} < 0$ для $\sigma_{xx} > \sigma^*$ и $\beta_{xx} > 0$ для $\sigma_{xx} < \sigma^*$. Тогда при $L \rightarrow \infty$ имеем $\sigma_{xx} \rightarrow \sigma^*$ (металлическое поведение), и

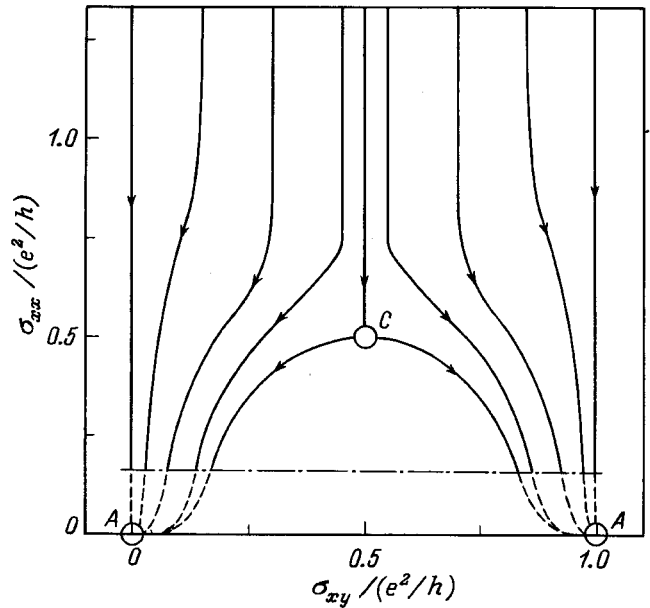


Рис. 1. Интегральные кривые системы уравнений двухпараметрического скейлинга (2) согласно теоретическим представлениям [6]. Стрелки указывают направление движения точек $(\sigma_{xy}, \sigma_{xx})$ при увеличении L . Обозначения A — устойчивые фиксированные точки, соответствующие плато квантового эффекта Холла; C — неустойчивая фиксированная точка, соответствующая делокализованному состоянию в центре подзоны Ландау.

фиксированная точка $(i+1/2, \sigma^*)$ соответствует делокализованному состоянию в центре подзоны Ландау.

Экстраполируя (3) в область режима сильной локализации $\sigma_{xx} \ll 1$, Пруискен [6,7] получил качественный вид диаграмм скейлинга на плоскости $(\sigma_{xy}, \sigma_{xx})$, т.е. вид траекторий согласованного преобразования проводимостей σ_{xx} и σ_{xy} при изменении L от величин порядка магнитной длины до $L \rightarrow \infty$. Вид этих диаграмм неоднократно воспроизводился в литературе (см., например, [6–9], [11]). На рис. 1 мы приводим фрагмент скейлинговой диаграммы для одного (нулевого) уровня Ландау из работы [6]. Основные черты диаграмм скейлинга: наличие двух типов фиксированных точек, а также существование универсальной траектории (сепаратрисы), по которой точки на плоскости $(\sigma_{xy}, \sigma_{xx})$ при увеличении L "текут" от окрестности точки $(i + 1/2, \sigma^*)$ к точкам $(i, 0)$ и $(i + 1, 0)$, были получены Хмельницким [8] из общих свойств симметрии и периодичности функций β_{xx} и β_{xy} . Численные расчеты Андо [13] для δ -образного примесного потенциала подтверждают как сильное изменение σ_{xy} с изменением L (ренормировку σ_{xy}), так и взаимную зависимость ренормировки величин σ_{xx} и σ_{xy} .

Сопоставление развитых для $T = 0$ теоретических представлений с экспериментальными данными при конечных температурах обычно проводят, используя концепцию длины Таулесса L_{in} — длины пробега

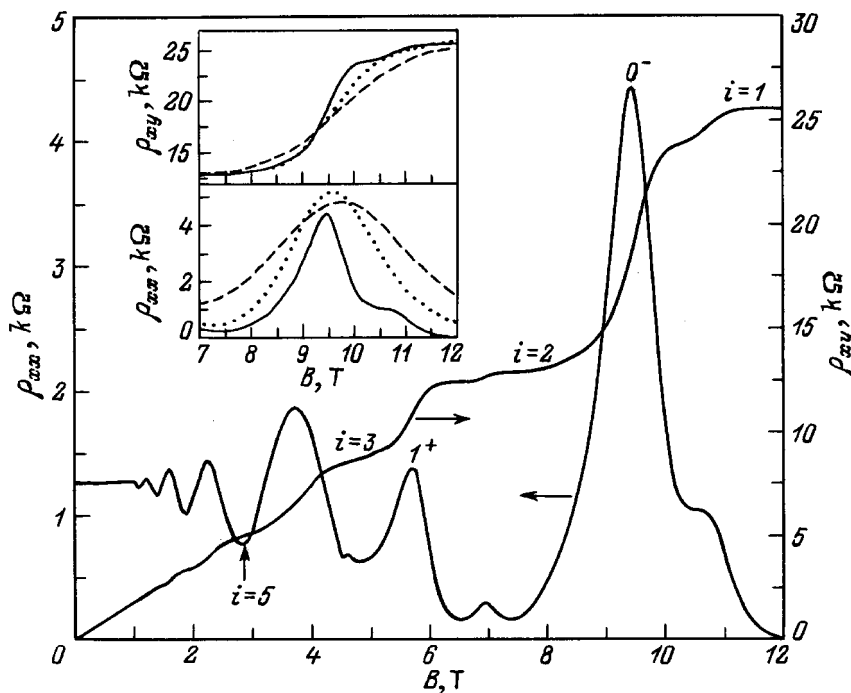


Рис. 2. Зависимости ρ_{xx} и ρ_{xy} от магнитного поля B для образца 1 (см. таблицу) при $T = 0.1$ К. На вставке приведены фрагменты зависимостей $\rho_{xx}(B)$ и $\rho_{xy}(B)$ при $T = 4.2$ К (штриховые кривые), $T = 1.7$ К (пунктирные) и $T = 0.1$ К (сплошные).

электрона от одного акта неупругого столкновения до другого [14]. На этой длине не происходит сбоя фазы волновой функции электрона, и, следовательно, применимы соображения скейлинга, при этом L_{in} играет роль эффективного размера образца. Известно, что при низких температурах $L_{in} \sim T^{-p/2}$. Для электрон-электронного рассеяния в $2D$ -системах $p = 2$ для чистых образцов и $p = 1$ для образцов с примесями, когда существенны процессы с малой передачей энергии (найквистовский механизм) [15]. Так как при $T \rightarrow 0$ $L_{in} \rightarrow \infty$, при определенных условиях экспериментальные зависимости $\sigma_{xx}(T)$ и $\sigma_{xy}(T)$ при $T \rightarrow 0$ можно сопоставить с зависимостями $\sigma_{xx}(L)$ и $\sigma_{xy}(L)$ при $L \rightarrow \infty$.

3. Экспериментальные результаты и их обсуждение

Мы провели измерение зависимостей продольного ρ_{xx} и холловского ρ_{xy} сопротивлений от магнитного поля B в многослойных селективно-легированных гетероструктурах $\text{Ge}/\text{Ge}_{1-x}\text{Si}_x$ ($x = 0.03$) с проводимостью дырочного типа по слоям Ge. Исследованные гетероструктуры содержат от 15 до 30 периодов со слоями Ge и $\text{Ge}_{1-x}\text{Si}_x$ толщиной (200–230) Å. Слои Ge нелегированы, а слои GeSi легированы бором таким образом, чтобы между легированной частью твердого раствора и слоями германия оставались спейсеры толщиной порядка 50 Å. Вершина валентной зоны в

слое Ge расположена выше по энергии, чем вершина валентной зоны в слое $\text{Ge}_{1-x}\text{Si}_x$, в результате чего дырки из легированной части твердого раствора переходят в слои Ge. Методы выращивания и свойства гетероструктур $p\text{-Ge}/\text{Ge}_{1-x}\text{Si}_x$ более подробно описаны в предыдущих работах (см. [16] и приведенные там ссылки).

Для измерений были изготовлены образцы в виде холловских мостиков с размерами $0.27 \text{ см} \times 0.05 \text{ см}$. Измерения проводились в сверхпроводящем солениде в магнитных полях B до 12 Тл в интервале температур $T = (0.1\text{--}15)$ К. Концентрации p и подвижности дырок μ_p для исследованных образцов при $T = 0.1$ К приведены в таблице. Концентрация дырок определялась как из холловских измерений в слабом магнитном поле, так и из периода осцилляций Шубникова–де-Гааза для больших номеров уровней Ландау.

Параметры исследованных образцов

№ образца	$p, 10^{11} \text{ см}^{-2}$	$\mu_p, 10^4 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$	$B_0, \text{ Тл}$
1	3.3	1.4	9.5
2	2.4	1.1	6.9
3	2.6	1.5	7.6
4	2.3	1.2	6.6

Примечание. B_0 — поле, в котором наблюдается пик $\rho_{xx} 0^-$ при $T = 0.1$ К.

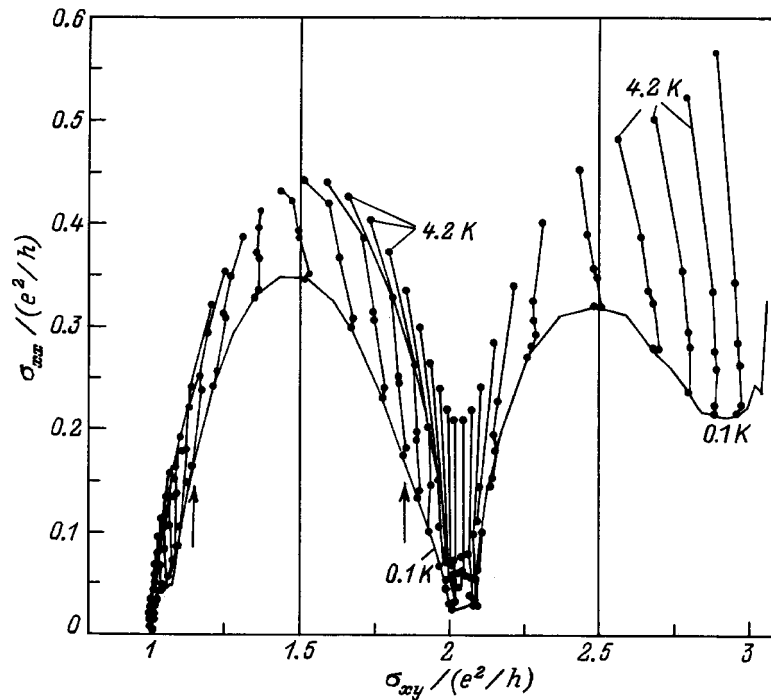


Рис. 3. Диаграмма скейлинга в координатах $(\sigma_{xy}, \sigma_{xx})$ для образца 1. Линии потока приведены для фиксированных значений B с постоянным шагом $\Delta = 0.2$ Тл. Использованные данные при $T = 0.1, 0.36, 0.9, 1.1, 1.7$ и 4.2 К. Стрелками отмечены границы полосы делокализованных состояний для пика 0^- при $T = 0.1$ К.

На рис. 2 представлены зависимости $\rho_{xx}(B)$ и $\rho_{xy}(B)$ при $T = 0.1$ К для образца 1 (см. таблицу). На кривой $\rho_{xy}(B)$ хорошо выражены квантовые плато $\rho_{xx}^i = ie^2/h$ с номерами $i = 1, 2, 3$ и 5 . Отсутствие плато с $i = 4$ означает, что уровни 1^- и 2^+ не расщеплены (перекрываются). Первые (со стороны больших полей) 2 пика магнитосопротивления 0^- и 1^+ соответствуют невырожденным по спину (с направлениями \pm) уровнями Ландау с номерами $N = 0$ и $N = 1$. На вставке приведены зависимости $\rho_{xx}(B)$ и $\rho_{xy}(B)$ в области пика 0^- при других температурах.

Диаграмма скейлинга в координатах $(\sigma_{xy}, \sigma_{xx})$ для того же образца представлена на рис. 3. Данные приведены для интервала $1 \leq \sigma_{xy} \leq 3$ (в единицах e^2/h), что соответствует заполнению подуровней Ландау 0^- ($1 \leq \sigma_{xy} \leq 2$) и 1^+ ($2 \leq \sigma_{xy} \leq 3$). Точки, соответствующие фиксированному магнитному полю (или степени заполнения $r = p/n_B$, где $n_B = eB/hc$) для шести различных температур в интервале (0.1–4.2) К соединены так, что образовалась совокупность ломаных линий (линий потока). Проведена также огибающая кривая для температуры 0.1 К.

На рис. 4 представлены зависимости ρ_{xx} и ρ_{xy} от магнитного поля B для образца 2 с меньшей, чем для образца 1, концентрацией дырок. На кривой $\rho_{xy}(B)$ для этого образца видны плато квантового эффекта (КЭХ) с номерами $i = 1, 2$ и 4 . Спиновое расщепление уровней Ландау с $N = 1$ (и, соответственно, плато КЭХ с $i = 3$) не наблюдается вплоть до самых низких температур. Как показано в [17], качественное

различие картины квантовых осцилляций для малых номеров уровней Ландау в образцах $\text{Ge}/\text{Ge}_{1-x}\text{Si}_x$ с различными концентрациями дырок p обусловлено наличием (для сравнительно больших p) или отсутствием (для малых p) заполнения 2-й подзоны размерного квантования. На рис. 5 для образца 2 приведена диаграмма скейлинга лишь для невырожденного по спину уровня Ландау 0^- ($1 \leq \sigma_{xy} \leq 2$).

Из рис. 3 и 5 видно, что для исследованных образцов движение точек на плоскости $(\sigma_{xy}, \sigma_{xx})$ при понижении температуры в целом соответствует предсказаниям теории двухпараметрического скейлинга: линии потока стремятся к фиксированным точкам $(1, 0)$, $(2, 0)$ и $(3, 0)$. Ясно видно формирование при понижении температуры квантового плато с $i = 3$ (точка $(3, 0)$) в образце 1.

На рис. 3 видна некоторая асимметрия огибающей кривой относительно линии $\sigma_{xy} = 1.5$ для образца 1. Для образца 2 асимметрия огибающей для пика 0^- выражена заметно сильнее (рис. 5). Асимметрия такого рода связана с частичным перекрытием соседних уровней Ландау и обусловлена сдвигом положения делокализованного состояния относительно центра уровня Ландау из-за примешивания состояний вышележащего или нижележащего уровней к состояниям данного уровня [18]. Согласно [13], степень асимметрии определяется значением параметра $\hbar\omega_c/\Gamma$, где ω_c — циклотронная частота, Γ — уширение уровня Ландау, обусловленное взаимодействием с примесями. Используя формулу для ширины Γ в случае

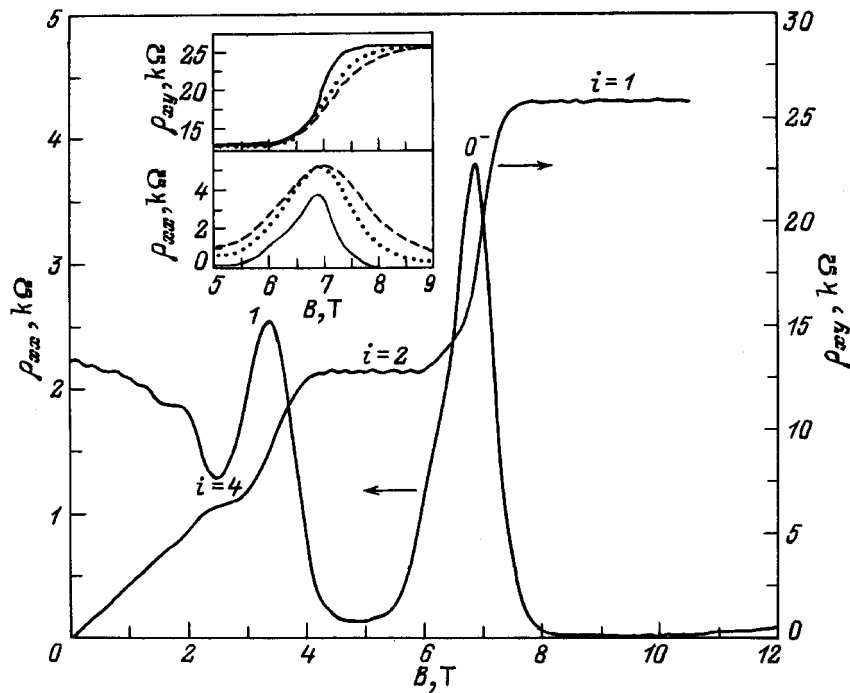


Рис. 4. Зависимости ρ_{xx} и ρ_{xy} от магнитного поля B для образца 2 при $T = 0.09$ К. На вставке приведены фрагменты зависимостей $\rho_{xx}(B)$ и $\rho_{xy}(B)$ при $T = 4.2$ К (штриховые кривые), $T = 2.0$ К (пунктирные) и $T = 0.09$ К (сплошные).

короткодействующего примесного потенциала

$$\Gamma = \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{\hbar \omega_c}{\tau}}, \quad (7)$$

где τ — время релаксации импульса, находим

$$\frac{\hbar \omega_c}{\Gamma} = \sqrt{\frac{\pi \mu_p B}{2c}}, \quad (8)$$

где $\mu_p B/c = \omega_c \tau$. Оценки показывают, что для пика 0^- параметр $\hbar \omega_c/\Gamma = 4.5$ в образце 1 и $\hbar \omega_c/\Gamma = 3.3$ в образце 2. Таким образом, меньшие значения параметра $\hbar \omega_c/\Gamma$ приводят к большей асимметрии скейлиновых диаграмм.

Из графиков на рис. 3 и 5 видно, что при $T = 0.1$ К сдвиг 0^- -максимума σ_{xx} в образце 1 происходит в сторону меньших значений σ_{xy} относительно точки $\sigma_{xy} = 1.5$, а в образце 2 — в сторону больших значений σ_{xy} . Это различие обусловлено нелинейной зависимостью от B и, как следствие, неэквидистантностью уровней Ландау для дырок в исследованных двумерных структурах и находится в соответствии с численным расчетом энергетического спектра в квантовом магнитном поле [17].

Максимальное (пиковое) значение $\sigma_{xx}(B)$ достигается, когда уровень Ферми совпадает с энергией делокализованных состояний E_c в центре подзоны Ландау. Равенство $E_F = E_c$ соответствует полужелым значениям степени заполнения $r = i + 1/2$ (а также полужелым значениям σ_{xy}). Рассмотрим температурную зависимость σ_{xx} в окрестности фиксированной

точки $(i + 1/2, \sigma^*)$, соответствующей делокализованному состоянию (точка C на рис. 1). При $T = 0$ в бесконечном образце все состояния подзоны Ландау, кроме состояний с $E = E_c$, локализованы. Когда $E \rightarrow E_c$, радиус локализации ξ стремится к бесконечности по закону [19]

$$\xi(E) \sim |E - E_c|^{-\nu}, \quad (9a)$$

где $\nu > 0$ — критический индекс. Для короткодействующего примесного потенциала справедлива оценка [20]

$$\xi(E) \cong \lambda \left(\frac{\Gamma}{|E - E_c|} \right)^\nu, \quad (9b)$$

где $\lambda = (ch/eB)^{1/2}$ — магнитная длина. Согласно теоретическим представлениям ([21] и приведенные там ссылки) и экспериментальным результатам [22], $\nu = 2.3$ для нижнего уровня Ландау. Ясно, что в образце конечных размеров L состояния с $\xi > L$ можно считать делокализованными. При конечных температурах роль размера образца играет длина Таулесса L_{in} . Поэтому при $T \neq 0$ появляется полоса делокализованных состояний $|E - E_c| \leq \gamma$, ширина γ которой определяется условием

$$\xi_\gamma = L_{in}, \quad (10)$$

где $\xi_\gamma \equiv \xi(E_c \pm \gamma)$. Поскольку $L_{in}(T) \sim T^{-\kappa/2}$, то из (9b) и (10) имеем $\gamma \sim T^\kappa$, где $\kappa = p/2\nu$. Экспериментальное значение этого параметра для нижнего уровня Ландау $\kappa = 0.4$ [23].

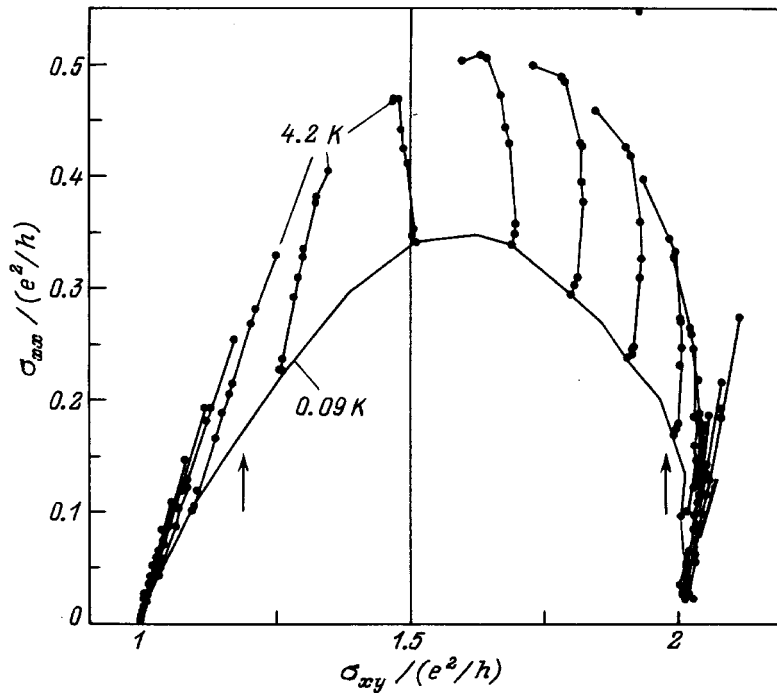


Рис. 5. Диаграмма скейлинга в координатах $(\sigma_{xy}, \sigma_{xx})$ для образца 2. Линии потока приведены для фиксированных значений B с постоянным шагом $\Delta = 0.2$ Тл. Использованы данные при $T = 0.09, 0.13, 0.17, 0.27, 0.37, 0.85, 1.15, 1.4, 2.0, 2.2$ и 4.2 К. Стрелками отмечены границы полосы делокализованных состояний при $T = 0.09$ К.

Для анализа температурной зависимости проводимости удобно исходить из выражения [19,24]

$$\sigma_{xx}(T) = - \int dE \frac{\partial f(E - E_F)}{\partial E} \sigma(E), \quad (11)$$

где $f(E - E_c)$ — функция распределения Ферми-Дирака, $\sigma(E)$ — парциальный вклад в диссипативную проводимость состояний с энергией E . Поскольку вклад в проводимость вносят только делокализованные состояния в интервале энергий $|E - E_c| \leq \gamma$, представим парциальную проводимость в виде

$$\sigma(E) = \sigma_c \frac{\gamma^2}{(E - E_c)^3 + \gamma^2}. \quad (12)$$

При $E_F = E_c$ из (11) и (12) находим

$$\sigma_{xx}(T) = \frac{\pi}{4} \sigma_c \frac{\gamma}{kT} \quad (kT > \gamma), \quad (13)$$

$$\sigma_{xx}(T) = \sigma_c \quad (kT < \gamma).$$

Величина $\sigma_c \equiv \sigma(E_c)$ в (12), (13) при нулевой температуре зависит только от линейных размеров L двумерной системы. Эта зависимость определяется системой уравнений двухпараметрического скейлинга (2), которая при $\sigma_{xy} = i + 1/2$ распадается на два независимых уравнения. Введем обозначение σ^* для нуля функции $\beta_{xx}(i + 1/2, \sigma^*) = 0$ и разложим β_{xx} вблизи точки $\sigma_c = \sigma^*$. Тогда из (5) получим

$$\frac{d \ln \sigma_c}{d \ln L} = -\eta(\sigma_c - \sigma^*), \quad (14)$$

где $\eta > 0$. Интегрируя (14), найдем

$$\sigma_c - \sigma^* \sim L^{-\eta}, \quad (15)$$

Из (15) ясно, что η есть масштабная размерность продольного кондактанса вблизи фиксированной критической точки $(i + 1/2, \sigma^*)$ [25]. При $T \neq 0$, заменяя L на L_{in} и используя зависимость $L_{in} \sim T^{-p/2}$, находим

$$\sigma_c - \sigma^* \sim T^{p\eta/2}. \quad (16)$$

Таким образом, можно выделить две области в температурной зависимости амплитуды пика $\sigma_{xx}(T)$. В области низких температур $kT \ll \gamma$ реализуется режим скейлинга, когда температурная зависимость $\sigma_{xx}(T)$ полностью определяется длиной Таулесса L_{in} , и σ_{xx} возрастает с температурой по закону (16). Предельное значение σ^* соответствует $T = 0$ в бесконечном образце. При $kT > \gamma$ скейлинговая зависимость (16) не существенна, и, согласно (13), главным фактором становится соотношение ширины интервала делокализованных состояний $\gamma \sim T^\varkappa$ и теплового размытия фермиевской ступеньки kT . Поскольку параметр $\varkappa \sim 0.4$, σ_{xx} убывает с температурой. Максимум $\sigma_{xx}(T)$ достигается при $kT \cong \gamma$.

Обратимся к экспериментальным результатам. На рис. 6 представлены зависимости $\sigma_{xx}(T)$ для трех образцов. Кривые 1, 2 относятся к пикам магнитосопротивления 0^- ($\sigma_{xy} = 3/2$) и 1^+ ($\sigma_{xy} = 5/2$) в образце 1, кривые 3 и 4 — к пику 0^- ($\sigma_{xy} = 3/2$)

в образцах 3 и 4. Видно, что в исследованных образцах переход к режиму скейлинга (16), когда начинается убывание амплитуды пиков с понижением температуры, происходит при $T \cong 2\text{ К}$. При $T \rightarrow 0$ зависимость $\sigma_{xx}(T)$ близка к линейной, что соответствует значению $\eta p/2 \cong 1$ в формуле (16). Если считать, что при низких температурах основным является найквистовский механизм сбоя фазы [15], то, принимая $p = 1$, найдем $\eta \cong 2$. Экстраполируя зависимости $\sigma_{xx}(T)$ к $T = 0$, мы нашли предельные значения $\sigma^* \cong 0.33$ и $\sigma^* \cong 0.30$ для пиков 0^- и 1^+ в образце 1 и $\sigma^* \cong 0.23$ в образцах 3 и 4 (рис 6). Теоретический расчет в модели короткодействующего примесного потенциала дает значение $\sigma^* = 0.5$ для наинизшего уровня Ландау (см., например, [26] и приведенные там ссылки).

Приведем оценку параметров, характеризующих эффекты локализации-делокализации в исследованных образцах. Пусть ΔB есть интервал магнитных полей, соответствующий области плато КЭХ на зависимости $\rho_{xy}(B)$, δB — интервал полей, соответствующий области перехода между соседними плато. Нетрудно показать, что отношение величин δB и ΔB с точностью до множителя порядка единицы равно отношению ширины полосы делокализованных состояний и полной ширины подзоны Ландау: $\delta B/\Delta B \cong \gamma/\Gamma$. В исследованных образцах при наинизшей $T \sim 0.1\text{ К}$ доля делокализованных состояний для пика 0^- составляет примерно 10% ($\gamma/\Gamma = 0.1$ для образца 1, $\gamma/\Gamma = 0.12$ для образца 2).

Согласно (96), радиус локализации на границе полосы делокализованных состояний ($E = E_c \pm \gamma$) определяется выражением

$$\xi_\gamma \cong \lambda \left(\frac{\Gamma}{\gamma} \right)^{2.3}. \quad (17)$$

В исследованных образцах для пика 0^- $\lambda \cong 100\text{ \AA}$ и $\xi_\gamma \cong 10^{-4}\text{ см}$. Согласно (10), это есть также оценка длины неупругого рассеяния при $T = 0.1\text{ К}$. Таким образом, при наинизшей температуре измерений величина L_{in} остается много меньше геометрических размеров образца ($5 \cdot 10^{-2}\text{ см}$).

При понижении температуры квантовые плато на зависимости $\rho_{xy}(B)$ становятся все шире, а переходы между ними все резче в соответствии с уменьшением параметра γ . На диаграмме скейлинга этот процесс выражается в том, что при понижении T (увеличении L) плотность точек на плоскости (σ_{xy} , σ_{xx}) вблизи фиксированных точек типа A (рис. 1) увеличивается, а вблизи фиксированной точки C — уменьшается. При $T \rightarrow 0$ ($L \rightarrow \infty$) все точки (σ_{xy} , σ_{xx}), кроме одной в области максимума σ_{xx} , должны сгуститься около точек $(i, 0)$, соответствующих плато КЭХ. Как отмечалось ранее, на диаграммах скейлинга для исследованных образцов действительно видна тенденция к сгущению экспериментальных точек

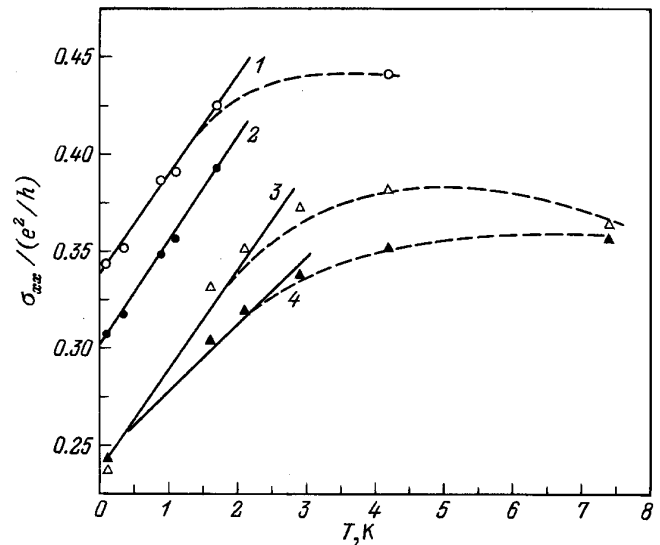


Рис. 6. Температурная зависимость пикового значения σ_{xx} для уровней Ландау 0^- (1) и 1^+ (2) в образце 1, а также для пиков 0^- в образце 3 (3) и 0^- — в образце 4 (4).

вблизи точек $(1, 0)$, $(2, 0)$ или $(3, 0)$ при понижении T . Однако по сравнению с теоретической диаграммой рис. 1 эта тенденция гораздо менее ярко выражена в средней части каждой из диаграмм (в окрестности $\sigma_{xy} = 1.5$ или 2.5). Несомненно, что отличие реальных и идеальных диаграмм скейлинга обусловлено существованием при $T \neq 0$ полосы делокализованных состояний конечной ширины γ . Точка $\sigma_{xy} = 1.5$ на рис. 3 соответствует полю $B_0 = 9.5\text{ Тл}$ (см. рис. 2). Интервал магнитных полей, соответствующий полосе делокализованных состояний, оценим из полуширины пика $\rho_{xx} 0^-$: $\delta B \cong 0.5\text{ Тл}$. На диаграмме (рис. 3) определенные таким образом границы полосы делокализованных состояний отмечены стрелками. Видно, что полоса делокализованных состояний на диаграмме скейлинга отвечает широкому интервалу $\delta\sigma_{xy}$. Это свойство скейлинговых диаграмм практически не зависит от температуры: при понижении температуры абсолютное значение полуширины δB уменьшается, переходная область изменения σ_{xy} между соседними плато сужается, однако интервал $\delta\sigma_{xy}$ остается почти неизменным, что обусловлено самим фактом квантования холловской проводимости. Из диаграммы видно, что существование состояний с ненулевыми значениями σ_{xx} при $T \rightarrow 0$ приводит к картине почти параллельных вертикальных линий потока в интервале $\delta\sigma_{xy}$. Плотность линий потока, приведенных с фиксированным шагом Δ по магнитному полю, мала вблизи полудельных значений σ_{xy} и резко увеличивается в окрестности граничных точек $\sigma_{xy} = 1, 2, \dots$. Отметим, что аналогичная картина линий потока наблюдалась вплоть до 80 мК на совершенных гетероструктурах InGaAs/InP , где режим скейлинга достигался при $T < 4.2$ [9].

4. Заключение

Исследование диаграмм скейлинга в координатах $(\sigma_{xy}, \sigma_{xx})$ для многослойных гетероструктур $p\text{-Ge}/\text{Ge}_{1-x}\text{Si}_x$ подтверждает основной вывод теории двухпараметрического скейлинга: наличие самосогласованного изменения σ_{xx} и σ_{xy} при $L \rightarrow \infty$ ($T \rightarrow 0$). Рассмотрение движения точек на плоскости $(\sigma_{xy}, \sigma_{xx})$ позволяет четко наблюдать фиксированные точки, соответствующие плато квантового эффекта Холла. Изображение графика зависимости σ_{xx} от σ_{xy} является чрезвычайно чувствительным методом для исследования процесса образования плато КЭХ при изменении внешних условий [27].

При $T \leq 2\text{K}$ мы наблюдали уменьшение амплитуды пиков σ_{xx} (ρ_{xx}) 0^{-1} и 1^{+} при понижении температуры, что соответствует переходу в режим скейлинга. Оказалось, что для исследованных образцов зависимость пикового значения σ_{xx} от T в этой области температур близка к линейной, и величина σ_{xx} при $T \rightarrow 0$ стремится к конечному предельному значению $\sigma^* \cong 0.3e^2/h$. Конечная проводимость в пределах полосы делокализованных состояний заметной ширины $\gamma \sim 0.1\text{Г}$ даже при наименьшей температуре $T \cong 0.1\text{K}$ не позволяет нам судить о наличии или отсутствии сепаратрисы, существование которой предсказывается некоторыми вариантами теории скейлинга [8].

Работа поддержана Российским Фондом фундаментальных исследований, проекты № 94-02-05769а и 95-02-04891 и Российской программой "Физика и технология наноструктур", проект № 1-065/3.

Список литературы

- [1] K. Von Klitzing, G. Dorda, M. Pepper. Phys. Rev. Lett., **45**, 494 (1980).
- [2] R.B. Laughlin. Phys. Rev. B, **23**, 5632 (1981).
- [3] B.I. Halperin. Phys. Rev. B, **25**, 2185 (1982).
- [4] E. Abrahams, P.W. Anderson, D.C. Licciardello, T.V. Ramakrishnan. Phys. Rev. Lett., **42**, 673 (1979).
- [5] A.M.M. Pruisken. Nucl. Phys. B, **235** [FS 11] 277 (1984).
- [6] A.M.M. Pruisken. Phys. Rev. B, **32**, 2636 (1985).
- [7] А. Пруискен. В сб.: *Квантовый эффект Холла*, под ред. Р. Пренджа и С. Гирвина (М., Мир, 1989) с. 127.
- [8] Д.Е. Хмельницкий. Письма ЖЭТФ, **38**, 454 (1983).
- [9] H.P. Wei, D.C. Tsui, A.M.M. Pruisken. Phys. Rev. B, **33**, 1488 (1985); H.P. Wei, D.C. Tsui, A.M.M. Pruisken. In: *High Magnetic Fields in Semiconductor Physics*, ed by G. Landwehr (Springer, Berlin, 1987) p. 11.
- [10] S. Kawaji, J. Wakabayashi. J. Phys. Soc. Japan, **56**, 21 (1987); M. Yamane, J. Wakabayashi, S. Kawaji. J. Phys. Soc. Japan, **58**, 1899 (1989).
- [11] В.Т. Долгополов, А.А. Шашкин, Б.К. Медведев, В.Г. Мокеров. ЖЭТФ, **99**, 201 (1991).
- [12] P.A. Lee, T.V. Ramakrishnan. Rev. Mod. Phys., **57**, 287 (1985).
- [13] T. Ando. Surf. Sci., **170**, 243 (1986); J. Phys. Soc. Japan, **55**, 3199 (1986).
- [14] D.J. Thouless. Phys. Rev. Lett., **39**, 1167 (1977).
- [15] E. Abrahams, P.W. Anderson, P.A. Lee, T.V. Ramakrishnan. Phys. Rev. B, **24**, 6738 (1981); B.L. Altshuler, A.G. Aronov, D.E. Khmel'mitsky. J. Phys. C, **15**, 7367 (1982).
- [16] B.F. Aronzon, N.K. Chumakov, J. Leotin, J. Galibert, L. Essaleh, A.L. Chernov, O.A. Kuznetsov, L.K. Orlov, R.A. Rubtsova, O.A. Mironov. Superlat. Microstr., **13**, 159 (1993).
- [17] Ю.Г. Арапов, Н.А. Городилов, В.Н. Неверов, М.В. Якунин, А.В. Германенко, Г.М. Миньков, О.А. Кузнецов, Р.А. Рубцова, А.Л. Чернов, Л.К. Орлов. Письма ЖЭТФ, **59**, 247 (1994).
- [18] А. Ченг. В сб.: *Квантовый эффект Холла*, под ред. Р. Пренджа и С. Гирвина (М., Мир, 1989) с. 180.
- [19] S. Das Sarma, D. Liu. Phys. Rev. B, **48**, 9166 (1993-II).
- [20] D.G. Polyakov, B.I. Shklovskii. Phys. Rev. Lett., **73**, 1150 (1994).
- [21] D. Liu, S. Das Sarma. Phys. Rev. B, **49**, 2677 (1994-II).
- [22] S. Koch, R.J. Haug, K. von Klitzing, K. Ploog. Phys. Rev. B, **46**, 1596 (1992).
- [23] H.P. Wei, D.C. Tsui, M.A. Paalanen, A.M.M. Pruisken. Phys. Rev. Lett., **61**, 1294 (1988).
- [24] Y. Katayama, D.C. Tsui, M. Shayegan. Phys. Rev. B, **49**, 7400 (1991-I).
- [25] A.M.M. Pruisken. Phys. Rev. Lett., **61**, 1297 (1988.)
- [26] Y. Huo, R.E. Hentzel, R.N. Bhatt. Phys. Rev. Lett., **70**, 481 (1993).
- [27] Ю.Г. Арапов, Н.А. Городилов, В.Н. Неверов, Г.И. Харус, Н.Г. Шелушинина, О.А. Кузнецов, Л.К. Орлов, Р.А. Рубцова, А.Л. Чернов. Письма ЖЭТФ, **59**, 227 (1994).

Редактор Т.А. Полянская

Scaling in the quantum Hall effect regime and localization of holes in the $p\text{-Ge}_{1-x}\text{Si}_x$ heterostructures

Yu.G. Arapov, N.A. Gorodilov, V.N. Neverov, G.I. Harus, N.G. Shelushinina

Physics of Metal Institute,
Ural Branch of Russian Academy of Sciences,
620219 Ekaterinburg Russia

Abstract Investigations of the longitudinal ρ_{xx} and Hall ρ_{xy} resistivity in multilayer Ge/GeSi heterostructures with two-dimensional hole-type conductivity within the $p\text{-Ge}$ layers have been carried out in the temperature range from 0.1 to 15 K and in magnetic fields up to 12 T. For $T < 2\text{K}$ up to minimal achieved temperature $T = 0.1\text{K}$ we have observed that amplitude of σ_{xx} peaks linearly decreases according to the scaling regime transition under the quantum Hall effect conditions. The scaling diagrams in the $(\sigma_{xy}, \sigma_{xx})$ plane for the investigated magnetic fields and temperature range were drawn. It is found that the scaling diagrams design in general corresponds to the scaling theory predictions. It is shown that the flow line pattern in the $(\sigma_{xy}, \sigma_{xx})$ plane is directly conditioned by such a parameter as the width of extended states in the Landau level centre.

E-mail: semicond@ifm.e-burg.su(Arapov)