

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. А.Ф. ИОФФЕ

На правах рукописи

КАНТОР ЕЛЕНА МИХАЙЛОВНА

**ДИНАМИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В СВЕРХТЕКУЧИХ
НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗДАХ**

Специальность 01.03.02 – астрофизика и звездная астрономия

АВТОРЕФЕРАТ
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург
2011

Работа выполнена в учреждении российской академии наук Физико-техническом институте им. А.Ф. Иоффе РАН.

Научный руководитель кандидат физико-математических наук
Гусаков М.Е., ФТИ им. А.Ф. Иоффе

Официальные оппоненты доктор физико-математических наук, с.н.с.
Шибанов Ю.А., ФТИ им. А.Ф. Иоффе

кандидат физико-математических наук
Попов С.Б., ГАИШ МГУ

Ведущая организация Главная астрономическая обсерватория РАН

Защита состоится « 02 » июня 2011 г. в 14.00 на заседании диссертационного совета Д 002.205.03 при Физико-техническом институте им. А.Ф. Иоффе по адресу: 194021, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 26.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе.

Автореферат разослан « 28 » апреля 2011 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
кандидат физико-математических наук _____

Красильщиков А.М.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Нейтронные звезды (НЗ) это компактные астрофизические объекты с массой порядка солнечной, и радиусом около 10 км. Плотность вещества в центре звезды может достигать значений в несколько ядерных плотностей ρ_0 ($\rho_0 \approx 2.8 \times 10^{14}$ г см⁻³). Свойства такого вещества (состав, уравнение состояния, критические температуры перехода барионов в сверхтекучее состояние) можно исследовать, в частности, сравнивая теоретические модели пульсирующих НЗ с данными наблюдений. Колебания НЗ могут приводить к модуляции электро-магнитного излучения с поверхности, а также к излучению гравитационных волн. В настоящее время уже наблюдаются высокочастотные осцилляции электромагнитного излучения во время гигантских рентгеновских вспышек [1, 2], которые интерпретируются как результат колебаний НЗ. Кроме того, проектируются детекторы, которые, согласно оценкам, смогут зафиксировать гравитационное излучение от колеблющихся одиночных НЗ [3]. Для интерпретации имеющихся (и будущих) наблюдательных данных необходимо иметь хорошо развитую теорию пульсаций НЗ. Разработку такой теории осложняет тот факт, что нуклоны и гипероны во внутренних слоях нейтронных звезд могут находиться в сверхтекучем состоянии. Тем самым, для описания пульсирующей нейтронной звезды необходимо понимать процессы, происходящие в сверхтекучих, сильно неидеальных смесях фермижидкостей при отличных от нуля температурах. Этой задаче и посвящена настоящая диссертация. В частности, в диссертации исследованы динамические явления и диссипативные процессы в сверхтекучих НЗ, внесен вклад в разработку теории пульсаций НЗ с учетом сверхтекучести барионов в их ядрах.

Цели работы.

1. Исследование динамических свойств сверхтекучего нуклон-гиперонного вещества ядер массивных НЗ и диссипативных процессов в этом веществе.
2. Расчет для этих целей коэффициентов эффективной объемной вязкости релятивистской сверхтекучей нуклон-гиперонной смеси, а также расчет для того же состава вещества релятивистской матрицы сверхтекучих плотностей – основного параметра релятивистской гидродинамики сверхтекучих смесей.
3. Исследование влияния температурных эффектов на спектры пульсаций сверхтекучих НЗ.
4. Разработка приближенного метода расчета спектров пульсаций сверхтекучих НЗ в рамках общей теории относительности (ОТО).

Новизна работы. Большинство результатов, полученных в работе, носит приоритетный характер. В частности:

1. Впервые сформулирована диссипативная релятивистская гидродинамика сверхтекучего нуклон-гиперонного вещества, состоящего из нейтронов, протонов, электронов, мюонов, а также Λ и Σ^- гиперонов. Показано, что она содержит *шестнадцать* коэффициентов объемной вязкости.
2. Для нуклон-гиперонного вещества впервые рассчитаны все *шестнадцать* коэффициентов эффективной объемной вязкости, генерируемые неравновесными реакциями взаимного превращения частиц.

3. Для того же состава вещества впервые рассчитана релятивистская матрица сверхтекучих плотностей, являющаяся необходимым элементом при рассмотрении динамических процессов в сверхтекучих НЗ. Определена ее температурная зависимость.
4. Впервые в рамках релятивистской гидродинамики сверхтекучих смесей исследованы динамические и диссипативные свойства сверхтекучего нуклон-гиперонного вещества. В частности, рассчитаны скорости всех трех существующих в таком веществе звуковых мод. Вычислены времена затухания звуковых мод за счет сдвиговой и эффективной объемной вязкости.
5. Разработан новый приближенный метод, позволяющий кардинально упростить расчеты спектров пульсирующих сверхтекучих НЗ в рамках ОТО. С использованием этого метода сделан ряд важных выводов о свойствах сверхтекучих пульсационных мод. В частности, впервые показано, что гравитационное излучение от сверхтекучих мод должно быть подавлено по сравнению с нормальными модами. Кроме того, показано, что сверхтекучие моды практически не выходят на поверхность НЗ. Тем самым, детектирование этих мод может быть затруднено.
6. Впервые изучено влияние двух основных температурных эффектов на спектр пульсаций сверхтекучих НЗ. Рассмотрение проведено на примере радиальных пульсаций. Учитывалась как зависимость от температуры релятивистской матрицы сверхтекучих плотностей, так и температурная зависимость размеров сверхтекучей области. Показано, что модели, учитывающие влияние температуры только на размер сверхтекучей области (приближение, использованное в некоторых современных работах, например в [4]), дают нереалистичные спектры.

Достоверность научных результатов. Результаты диссертации получены аналитически или численно при помощи компьютера. Их достоверность подтверждается использованием адекватных математических и численных методов в рамках физически разумных приближений, применимость которых ограничена четко сформулированными критериями. Там, где это было возможно, результаты численных расчетов сверялись с теоретическими формулами, полученными в предельных случаях. Результаты работы опубликованы в ведущих реферируемых международных журналах, представлялись на российских и международных конференциях, а также на семинарах сектора теоретической астрофизики ФТИ им. А.Ф. Иоффе (Санкт-Петербург).

Практическая значимость работы. Результаты диссертации имеют большое значение для исследования фундаментальных свойств вещества сверхъядерной плотности в ядрах НЗ, для численного моделирования колебаний сверхтекучих НЗ, адекватной интерпретации наблюдений пульсирующих НЗ и определения целей для будущих поколений детекторов гравитационного излучения.

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Формулировка диссипативной релятивистской гидродинамики сверхтекучего нуклон-гиперонного вещества, состоящего из нейтронов, протонов, электронов, мюонов, а также Λ и Σ^- гиперонов.
2. Расчет коэффициентов эффективной объемной вязкости, генерируемой неравновесными реакциями взаимного превращения частиц в сверхтеку-

- чих нуклон-гиперонных ядрах массивных нейтронных звезд.
3. Самосогласованный расчет релятивистской матрицы сверхтекучих плотностей нуклон-гиперонной смеси в рамках релятивистской теории ферми-жидкости Ландау, а также с использованием $\sigma\omega\rho$ -модели среднего поля. Определение температурной зависимости этой матрицы.
 4. Исследование звуковых мод в сверхтекучем нуклон-гиперонном веществе ядер массивных нейтронных звезд.
 5. Разработка нового приближенного метода для расчета пульсаций сверхтекучих нейтронных звезд в рамках общей теории относительности.
 6. Анализ влияния температурных эффектов на спектр пульсаций сверхтекучих нейтронных звезд (на примере радиальных пульсаций).

Апробация работы и публикации. Результаты, вошедшие в диссертацию, были получены в период с 2007 по 2010 гг. и изложены в 16 печатных работах (включая 5 статей в реферируемых журналах). Результаты диссертационной работы представлялись и обсуждались на всероссийских и международных конференциях: Всероссийская конференция “Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра” (Москва, 2007, 2008, 2010), Всероссийская конференция “Физика нейтронных звезд” (Санкт-Петербург, 2008), International Workshop “Compstar 2009: the crust of compact stars and beyond” (Coimbra, 2009), Всероссийская астрономическая конференция (САО, 2010), Всероссийская конференция по физике и астрономии для молодых ученых Санкт-Петербурга и Северо-запада (Санкт-Петербург, 2010), International Workshop “MODE-SNR-PWN” (Bordeaux, 2010); семинарах сектора теоретической астрофизики ФТИ им. А.Ф. Иоффе (Санкт-Петербург).

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, семи глав и заключения, содержит 118 страниц печатного текста, в том числе 21 рисунок, и список литературы, включающий 138 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** к диссертации сформулированы цели и задачи работы, обоснована актуальность работы, новизна и достоверность результатов, приведены положения, выносимые на защиту.

НЗ являются релятивистскими объектами (имеют сверхъядерные плотности и значительно искривляют пространство вокруг себя). Кроме того, барионы в ядрах НЗ находятся в сверхтекучем состоянии [5–8]. Поэтому при исследовании динамических явлений в НЗ следует использовать релятивистскую гидродинамику сверхтекучих смесей.

Глава 1 является вводной. В ней приведены основные уравнения такой гидродинамики без учета диссипации. Рассмотрен наиболее простой состав вещества ядер НЗ – *пре-μ*-вещество, состоящее из нейтронов, протонов, электронов и мюонов. Основной отличительной особенностью гидродинамики сверхтекучей жидкости является то, что в жидкости без диссипации может существовать несколько полей скоростей. Для простейшего состава независимыми скоростями будут четыре-скорость u^μ “нормальной” компоненты вещества (электронов, мюонов, нейтронных и протонных Боголюбовских возбуждений), а также четыре-скорости сверхтекучих нейтронов $v_{s(n)}^\mu$ и сверхтеку-

чих протонов $v_{s(p)}^\mu$. Таким образом, в сверхтекучем веществе степеней свободы больше, чем в нормальном веществе, и, как следствие, система уравнений, описывающая движения сверхтекучей смеси, оказывается намного более сложной.

Раздел 1.1 посвящен обзору нерелятивистской бездиссипативной гидродинамики сверхтекучих смесей, которая, строго говоря, не может быть применена для исследования динамики НЗ. Поэтому в разделе 1.2 приводятся уравнения, обобщенные на случай произвольного релятивизма. В диссертации используется релятивистская гидродинамика сверхтекучих смесей, предложенная в работе Гусакова и Андерссона (2006) [9] и являющаяся обобщением уравнений, сформулированных Соном (2001) [10] для однокомпонентной жидкости (состоящей из частиц одного сорта). Кроме уравнений непрерывности и закона сохранения энергии-импульса система уравнений, описывающая движение сверхтекучей релятивистской смеси, включает в себя условия на сверхтекучие скорости, отражающие потенциальность сверхтекучего движения, а также дополнительные соотношения между скоростями, являющиеся следствием определения собственной системы отсчета. Замыкает систему гидродинамических уравнений второй закон термодинамики.

Уравнения главы 1 не учитывают никаких диссипативных процессов, которые могут быть существенны при исследовании динамических явлений в НЗ. Так, например, возмущенное вещество НЗ не находится в состоянии химического равновесия. Процесс релаксации к равновесию, осуществляется неравновесными реакциями взаимного превращения частиц, и сопровождается диссипацией энергии. Этот процесс является одним из наиболее эффективных диссипативных механизмов в ядрах горячих (молодых) НЗ [11]; он может быть описан введением эффективной объемной вязкости в уравнения гидродинамики [12].

Глава 2 посвящена расчету коэффициентов эффективной объемной вязкости в сверхтекучих ядрах массивных НЗ, состоящих из электронов, мюонов, нейтронов, протонов, Λ - и Σ^- -гиперонов (нуклон-гиперонное вещество). Результаты этого исследования опубликованы в работах [5а, 6а].

Раздел 2.1 содержит введение. В разделе 2.2 описаны основные процессы взаимного превращения частиц в нуклон-гиперонном веществе. Наиболее эффективными являются следующие безлептонные реакции

$$n + n \leftrightarrow p + \Sigma^-, \quad (1)$$

$$n + p \leftrightarrow p + \Lambda, \quad (2)$$

$$n + n \leftrightarrow n + \Lambda, \quad (3)$$

$$n + \Lambda \leftrightarrow \Lambda + \Lambda. \quad (4)$$

Лептонные реакции (прямые и модифицированные урка-процессы с участием как электронов, так и мюонов) существенно более медленны по сравнению с реакциями (1)–(4). Поэтому при типичных частотах возмущения (например, $10^3 - 10^4 \text{ с}^{-1}$ для радиальных мод и для γ -мод быстро вращающихся НЗ) лептонные реакции не успевают изменять химический состав отклоненного от равновесия вещества и основной вклад в вязкость вносят безлептонные реакции (1)–(4).

Кроме того, в нуклон-гиперонном веществе идет быстрая безлептонная

реакция, протекающая за счет сильного взаимодействия барионов:



Возмущенное вещество всегда находится в равновесии относительно этой реакции.

В разделе 2.3 рассчитан коэффициент эффективной объемной вязкости несверхтекучего нуклон-гиперонного вещества. Исправлена допущенная в работе [13] и глубоко укоренившаяся в литературе ошибка. На примере *третьего* уравнения состояния Гленденнинга [14] (далее – уравнение состояния GEOS) показано, что корректный расчет дает значения эффективной объемной вязкости до 30% отличающиеся от значений, рассчитанных по ошибочной формуле работы [13].

Раздел 2.4 посвящен расчету коэффициентов эффективной объемной вязкости сверхтекучего нуклон-гиперонного вещества. Для этого в разделе 2.4.1 сформулирована диссипативная гидродинамика сверхтекучей релятивистской нуклон-гиперонной смеси. Из требования неубывания энтропии определен вид диссипативных членов, входящих в уравнения гидродинамики, и показано, что в самом общем случае (когда барионы всех сортов сверхтекучи), эти уравнения содержат *шестнадцать* коэффициентов объемной вязкости. В разделе 2.4.2 показано, что диссипация за счет неравновесных реакций взаимного превращения частиц в сверхтекучем нуклон-гиперонном веществе может быть описана в терминах эффективной объемной вязкости. Там же рассчитаны все шестнадцать коэффициентов эффективной объемной вязкости; установлены соотношения между ними. Продемонстрировано, что в случае, когда диссипация происходит за счет неравновесных реакций превращения частиц, только *три* из них являются независимыми. В разделе 2.5 приведены выводы. Результаты этой главы необходимы для изучения динамических неустойчивостей в пульсирующих сверхтекучих НЗ, и уже использовались при рассмотрении неустойчивости γ -мод [15]. Также они важны при моделировании тепловой эволюции пульсирующих НЗ.

Как это описывается в Главе 1, имея дело со сверхтекучими смесями, нельзя использовать выражение для тока частиц, справедливое в несверхтекучей жидкости (уже хотя бы потому, что в жидкости существует несколько полей скоростей). “Стандартное” выражение остается справедливым только для лептонов (например, четыре-ток электронов равен $j_{(e)}^\mu = n_e u^\mu$, где n_e – концентрация электронов). Выражение же для четыре-тока сверхтекучих барионов сорта i принимает вид:

$$j_{(i)}^\mu = n_i u^\mu + Y_{ik} w_{(k)}^\mu. \quad (6)$$

Здесь по индексу $k = n, p, \Lambda, \Sigma$ подразумевается суммирование; n_i – концентрация барионов сорта i , $w_{(k)}^\mu \equiv \mu_k (v_{s(k)}^\mu - u^\mu)$ (μ_k – химический потенциал барионов сорта k). Матрица Y_{ik} называется релятивистской матрицей сверхтекучих плотностей и является обобщением понятия сверхтекучей плотности на случай релятивистских смесей. Как видно из выражения (6), сверхтекучее движение барионов сорта k сопровождается переносом массы барионов сорта i и наоборот (за это ответственны слагаемые, включающие недиагональные

члены матрицы Y_{ik}). Такое явление увлечения связано со взаимодействием барионов различных сортов.

Для моделирования динамических явлений в НЗ (например, пульсаций) необходимо знать релятивистскую матрицу сверхтекучих плотностей Y_{ik} . **Глава 3** диссертации посвящена расчету этой матрицы в пределе нулевых температур (результаты этих расчетов опубликованы в работах [3а, 10а, 13а]). В разделе 3.1 приводится введение и краткий обзор работ, посвященных расчетам матрицы сверхтекучих плотностей. Ранее матрица Y_{ik} исследовалась только для нуклонного вещества. В диссертации представлен первый ее расчет для нуклон-гиперонного вещества. В разделе 3.2 проведен самосогласованный расчет в рамках релятивистской теории ферми-жидкости Ландау. Для этого в разделе 3.2.1 релятивистская теория ферми-жидкости Ландау (полученная в работе [16]) обобщается на случай релятивистской смеси. В разделе 3.2.2 в рамках этой обобщенной теории в системе отсчета, где нормальная компонента покоится [$u^\mu = (1, 0, 0, 0)$], получено выражение для тока $j_{(i)}^\mu$ барионов сорта i . Ток выражен через параметры Ландау f_1^{ik} нуклон-гиперонной материи и сверхтекучие скорости $v_{s(k)}^\mu$ барионов сорта k :

$$j_{(i)}^\mu = \frac{n_i}{m_i^*} Q_{(i)}^\mu + \sum_k \frac{1}{9\pi^4} p_{\text{Fk}}^2 p_{\text{Fk}}^2 f_1^{ik} Q_{(k)}^\mu, \quad (7)$$

где m_i^* – эффективная масса частиц сорта i , p_{Fk} – ферми-импульс барионов сорта i , а пространственная часть четырех-вектора $2Q_{(k)}^\mu$ представляет импульс куперовской пары барионов сорта k , выражающийся через сверхтекучую скорость следующим образом: $Q_{(k)}^\mu = \mu_k v_{s(k)}^\mu$.

Сравнение выражения для тока (7) с формулой (6) позволило выразить элементы релятивистской матрицы сверхтекучих плотностей Y_{ik} как функции параметров Ландау f_1^{ik} . В конце раздела 3.2.2 из требования положительности энергии сверхтекучего движения получены ограничения на элементы матрицы Y_{ik} , и, следовательно, на параметры Ландау f_1^{ik} .

В разделе 3.3 эти результаты проиллюстрированы на примере релятивистской $\sigma\omega\rho$ -модели среднего поля со скалярным самодействием [14]. Раздел 3.3.1 посвящен краткому описанию основных положений и уравнений модели среднего поля. Как в деталях описывается в монографии Гленденнинга [17], взаимодействие между барионами осуществляется посредством мезонных полей различного типа. В диссертации учитывалось скалярное σ -поле, векторное ω -поле и изоспиновый триплет векторного $\vec{\rho}$ -поля. Приближение среднего поля предполагает, что σ -, ω - и $\vec{\rho}$ -поля заменяются их средними значениями в данном состоянии. Получив в разделе 3.3.2 выражение для тока барионов сорта i в рамках модели среднего поля, и сравнив его с формулой (6), можно выразить матрицу сверхтекучих плотностей через параметры этой модели (соответствующие выражения приведены в приложении к главе 3). Численно эта матрица была рассчитана для уравнения состояния GEOS – одной из $\sigma\omega\rho$ -моделей среднего поля со скалярным самодействием. В разделе 3.3.3 модель среднего поля была переформулирована в терминах релятивистской теории ферми-жидкости Ландау. Другими словами, были аналитически и численно рассчитаны параметры Ландау для уравнения состояния GEOS. Основная

идея расчета: рассматривается малое отклонение функции распределения барионов сорта i от функции распределения основного состояния и исследуется, как при этом в рамках релятивистской модели среднего поля изменится энергия бариона сорта k на ферми-поверхности. Результат сравнивается с соответствующим выражением для изменения энергии квазичастицы в теории Ландау. Отсюда определяются параметры f_l^{ik} . Как и ожидалось, только параметры f_0^{ik} и f_1^{ik} оказались отличными от нуля. В том же разделе исследована устойчивость нуклон-гиперонного вещества по отношению к длинноволновым возмущениям плотности. Показано, что для рассмотренной модели среднего поля (GEOS) нуклонное и нуклон-гиперонное вещество НЗ устойчиво по отношению к таким возмущениям вплоть до границы кора-ядро.

Глава 4 является обобщением главы 3. А именно, в этой главе релятивистская матрица сверхтекучих плотностей Y_{ik} нуклон-гиперонного вещества ядер массивных НЗ, рассчитана в случае *произвольных* температур (опубликовано в работах [2а, 10а, 13а]). Для этого гамильтониан, описывающий релятивистскую сверхтекучую смесь сильно взаимодействующих барионов, представлен в виде суммы двух слагаемых. Одно из них описывает фермижидкостные эффекты, другое – образование конденсата куперовских пар. В разделе 4.2 определен вид обоих слагаемых.

Раздел 4.3 посвящен вычислению матрицы Y_{ik} . В разделе 4.3.1 показано, что поправка к энергии квазичастиц сорта i , обусловленная наличием в системе сверхтекучих токов, имеет вид:

$$\Delta H_{\mathbf{p}}^{(i)} = \sum_k \gamma_{ik} \mathbf{p} \mathbf{Q}_k, \quad (8)$$

где \mathbf{p} – импульс квазичастиц, γ_{ik} – некоторая матрица, определению которой посвящен раздел 4.3.2. В разделе 4.3.2 получено четыре системы уравнений, каждая из которых содержит четыре уравнения на элементы матрицы γ_{ik} . Решив эти системы уравнений, можно выразить элементы матрицы γ_{ik} через термодинамические функции, параметры Ландау f_1^{ik} и некоторые известные функции температуры Φ_i . Полученное решение проанализировано в ряде предельных случаев. В разделе 4.3.3 релятивистская матрица сверхтекучих плотностей выражена через γ_{ik} как

$$Y_{ik} = n_i \gamma_{ik} (1 - \Phi_i). \quad (9)$$

Показано, что в пределе нулевых температур это выражение для Y_{ik} переходит в решения, полученные в Главе 3.

Результаты расчета матрицы Y_{ik} проиллюстрированы на рис. 1. Нормированная симметричная матрица Y_{ik}/Y приведена в зависимости от температуры T для концентрации барионов $n_b = 3n_0 = 0.48 \text{ фм}^{-3}$, где $n_0 = 0.16 \text{ фм}^{-3}$ соответствует ядерной плотности. График построен для уравнения состояния GEOS. Параметры Ландау f_1^{ik} нуклон-гиперонного вещества для этого уравнения состояния были вычислены в Главе 3. Нормировочная константа Y равна $Y = 3n_0/\mu_n(3n_0) = 2.48 \times 10^{41} \text{ эрг}^{-1} \text{ см}^{-3}$, где $\mu_n(3n_0) = 1.94 \times 10^{-3} \text{ эрг}$. Как видно, в случае горячих (молодых) звезд, релятивистская матрица сверхтекучих плотностей сильно зависит от температуры.

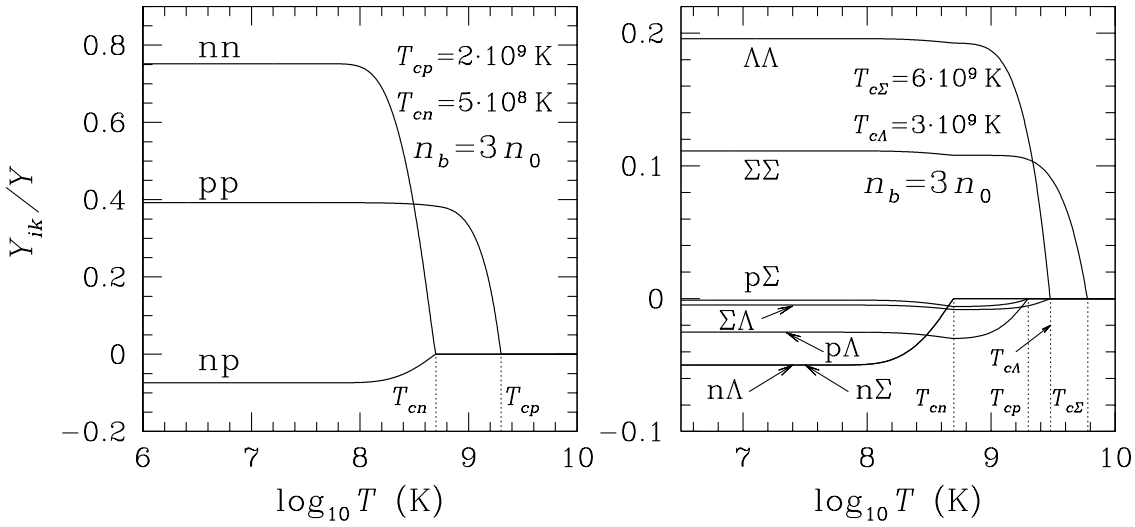


Рис. 1: Нормированная симметричная матрица Y_{ik}/Y в зависимости от T для уравнения состояния GEOS. Нормировочная константа $Y = 3n_0/\mu_n(3n_0) = 2.48 \times 10^{41} \text{ эрг}^{-1} \text{ см}^{-3}$. Сплошными линиями показаны элементы матрицы Y_{ik}/Y ; каждая кривая помечена соответствующим символом ik ($i, k = n, p, \Lambda, \Sigma$). Вертикальными точками показаны критические температуры перехода барионов в сверхтекучее состояние.

Результаты этой главы необходимы при исследовании кинетических свойств сверхплотного барионного вещества, а также для моделирования пульсаций массивных сверхтекучих НЗ.

Простейшим примером такого рода пульсаций являются звуковые волны. **Глава 5** посвящена исследованию распространения и затухания звуковых волн в сверхтекучем нуклон-гиперонном веществе. Впервые учтена возможная примесь гиперонов в сверхтекучих ядрах массивных НЗ (см. раздел 5.1). Результаты этого исследования опубликованы в работах [4а, 7а, 11а, 12а].

Раздел 5.2 посвящен исследованию звуковых волн в бездиссипативном пределе. Неравновесные реакции, рассматривавшиеся в главе 2, не приводят к диссипации в двух предельных случаях: (*i*) в пределе *медленных* реакций, когда скорость реакций (1)–(4) пренебрежимо мала, так что они не меняют состав вещества при колебаниях, возбуждаемых звуковой волной; (*ii*) либо в пределе *быстрых* реакций, когда скорость реакций велика и вещество при колебаниях всегда находится в химическом равновесии относительно реакций (1)–(4) (при этом на вещество наложено дополнительное ограничение: $\mu_n = \mu_\Lambda$). В разделе 5.2.1 для этих двух предельных случаев получены уравнения, описывающие звуковые моды в линейном приближении в рамках релятивистской гидродинамики сверхтекучих смесей, учитывающей температурные эффекты. Эти уравнения предполагают, что в возмущенном веществе выполняется условие зарядовой нейтральности и условие равновесия относительно быстрой реакции (5). Из полученных уравнений в разделе 5.2.2 были численно определены скорости звуковых мод в зависимости от температуры для уравнения состояния GEOS (Рис. 2).

Как видно, в случае *медленных* реакций существует три звуковые моды; в случае *быстрых* реакций – две. В обоих пределах одна из мод довольно хорошо совпадает со звуком в несверхтекучем веществе и ее скорость практически не зависит от температуры (на рисунке она обозначена ‘normal’). При высо-

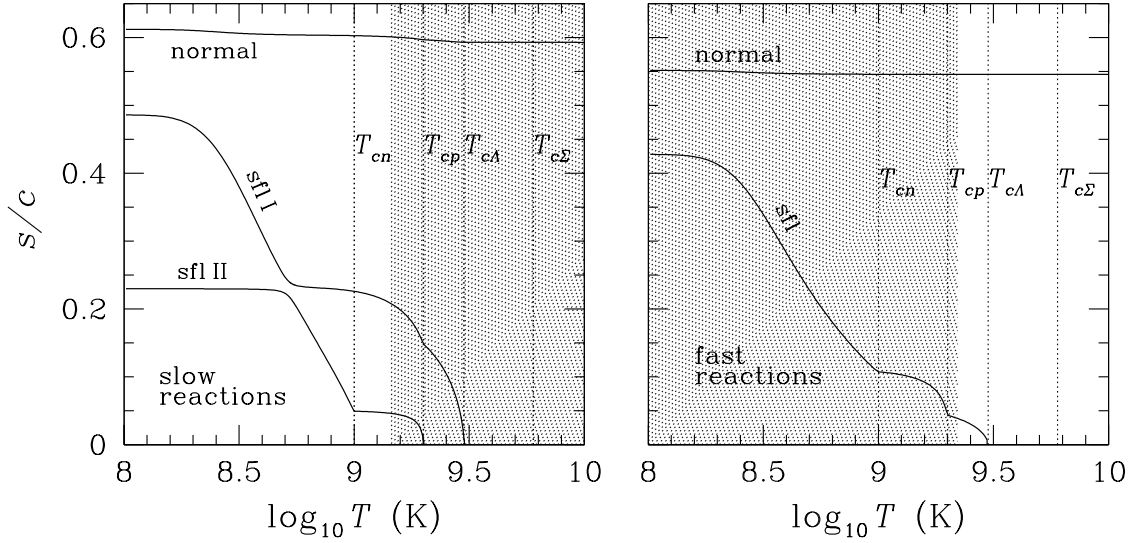


Рис. 2: Скорости звуковых мод s в единицах c в зависимости от T при $n_b = 3n_{b0} = 0.48 \text{ фм}^{-3}$ для уравнения состояния GEOS. Частота пульсаций считалась равной $\omega = 10^4 \text{ с}^{-1}$. На левой панели представлены 3 звуковых моды ('normal', 'sfl I' и 'sfl II') в пределе *медленных* реакций. На правой панели приведены две звуковые моды ('normal' и 'sfl') в пределе *быстрых* реакций. Критические температуры барионов показаны вертикальными точечными линиями. Диапазон T , где неприменим предел *медленных* (левая панель) и *быстрых* (правая панель) реакций (для $\omega = 10^4 \text{ с}^{-1}$), заштрихован.

ких температурах она переходит в обычную звуковую моду в несверхтекучем нуклон-гиперонном веществе. Скорости звука для других мод ('sfl I', 'sfl II' и 'sfl') сильно зависят от температуры и обращаются в ноль при достаточно высоких T .

Раздел 5.3 посвящен исследованию затухания звуковых мод. Для этого в разделе 5.3.1 приводятся уравнения диссипативной релятивистской гидродинамики сверхтекучей нуклон-гиперонной смеси, учитывающие сдвиговую вязкость и неравновесные реакции взаимного превращения частиц (два основных диссипативных механизма в ядрах НЗ). В рамках этой гидродинамики получено уравнение для скорости генерации энтропии, величины, определяющей темп убывания энергии пульсаций \dot{E}_{puls} . Характерное время затухания звука в разделе 5.3.2 выражено через эту величину стандартным образом: $\tau \equiv -2E_{\text{puls}}/\langle \dot{E}_{\text{puls}} \rangle$. Здесь угловые скобки означают усреднение по периоду пульсаций, а E_{puls} является механической энергией пульсаций сверхтекучей смеси. В разделе 5.3.3 времена затухания были рассчитаны численно в пределе медленных и в пределе быстрых реакций для уравнения состояния GEOS. Было показано, что (i) времена затухания τ для нормальной и сверхтекучих мод могут отличаться на порядки; (ii) затухание за счет неравновесных реакций (1)–(4) является доминирующим механизмом диссипации пульсаций при $T \gtrsim 3 \times 10^8 \text{ К}$, причем этот результат мало чувствителен к значению коэффициента сдвиговой вязкости η . Кроме того, было проведено сравнение полученных времен τ со временем затухания τ_{nth} , рассчитанным в рамках обычной несверхтекучей гидродинамики, но с учетом эффектов сверхтекуче-

сти при вычислении скоростей реакций (1)–(4) и коэффициента η . Оказалось, что (iii) τ приблизительно совпадает с τ_{nfh} (отличие не более чем в 2 раза) только для нормальной моды при условии, что сдвиговой вязкостью можно пренебречь ($T \gtrsim 3 \times 10^8$ К). В остальных случаях (для сверхтекучих мод и для нормальной моды при $T < 3 \times 10^8$ К) отличие τ от τ_{nfh} значительно и может достигать нескольких порядков.

Эти результаты были получены при исследовании звуковых колебаний в сверхтекучем нуклон-гиперонном веществе. Тем не менее, они могут служить указанием на то, что при исследовании глобальных пульсаций сверхтекучих нейтронных звезд эффекты, связанные с отличием сверхтекучей гидродинамики от обычной могут на порядки изменять характерные времена затухания этих пульсаций.

Моделирование глобальных пульсаций релятивистских сверхтекучих НЗ является технически сложной задачей. Моделирование необходимо проводить в рамках релятивистской гидродинамики сверхтекучих смесей. Система уравнений, описывающая пульсации в рамках такой гидродинамики значительно сложнее, чем в случае одножидкостной гидродинамики, описывающей нормальное (несверхтекучее) вещество. Поэтому становится актуальной задача разработки приближенных методов описания пульсаций сверхтекучих НЗ. Впервые глобальные пульсации сверхтекучих НЗ были исследованы Линдбломом и Менделлем в 1994 [18] для ньютоновской модели звезды. Численно они нашли два различных класса осцилляций: (i) нормальные моды, которые практически совпадают с соответствующими модами несверхтекучей звезды и (ii) сверхтекучие моды, характерные тем, что вещество пульсирует практически не возбуждая тока массы. Последующие численные исследования различных пульсационных мод подтвердили результаты [18], однако общего объяснения наличия двух классов мод дано не было. В **Главе 6** предложено такое объяснение для случая вещества ядер НЗ, состоящего из нейтронов, протонов и электронов. Кроме того, разработан приближенный подход, который позволил существенно упростить расчет пульсаций сверхтекучих НЗ (он описан в работах [1a, 8a, 15a, 16a]). А именно, было показано, что уравнения, описывающие пульсации сверхтекучих НЗ могут быть расщеплены на две слабо связанные системы уравнений, одна из которых описывает сверхтекучие, а другая нормальные моды. Параметр связи этих уравнений $s = (n_e \partial P / \partial n_e) / (n_b \partial P / \partial n_b)$ (n_b – концентрация барионов) для реалистичных уравнений состояния мал, $|s| \sim 0.01 - 0.05$. Поэтому уже приближения $s = 0$ достаточно для того, чтобы вычислять спектры пульсаций с точностью до нескольких процентов.

В разделе 6.2 вкратце приводятся уравнения, описывающие колебания релятивистских сверхтекучих НЗ. В этой главе для простоты протоны предполагались несверхтекучими (что не влияет на результаты), поэтому в системе существует две независимые гидродинамические скорости: нормальная скорость u^μ и скорость, описывающая движение сверхтекучих нейтронов $w_{(n)}^\mu$.

В разделе 6.3 в рамках линейного приближения (в предположении, что возмущения звезды малы) получено уравнение, каждый член в котором зависит либо от разбаланса химических потенциалов $\delta\mu \equiv \mu_n - \mu_p - \mu_e$, либо от скорости $w_{(n)}^\mu$, (уравнение 6.5 главы 6, далее – “сверхтекучее” уравнение).

Обе эти величины малы в слабо возмущенном веществе (и равны нулю в равновесии). Это означает, что в линейном приближении уравнение не зависит в явном виде от возмущений метрики $g^{\mu\nu}$ и возмущений четыре-скорости нормальной компоненты u^μ . Однако, разбаланс химических потенциалов $\delta\mu$ в общем случае является функцией как сверхтекучей $w_{(n)}^\mu$, так и нормальной u^μ скорости. Поэтому в общем случае “сверхтекучее” уравнение не является независимым и должно решаться совместно с уравнениями Эйнштейна.

В линейном приближении уравнения Эйнштейна могут быть записаны через возмущение метрики, возмущения давления и плотности энергии, а также через возмущение четыре-скорости барионов $U^\mu \equiv j_{(b)}^\mu/n_b = u^\mu + Y_{nn}w_{(n)}^\mu/n_b$ ($j_{(b)}^\mu$ – ток барионов). В разделе 6.3 показано, что при условии $s = 0$ уравнения Эйнштейна в таких переменных имеют абсолютно такой же вид, как для несверхтекучей звезды, и не зависят от скорости $w_{(n)}^\mu$ (то же можно сказать и о граничных условиях). Т.е. в этом случае уравнения Эйнштейна могут быть решены отдельно от “сверхтекучего” уравнения, и решение (спектр собственных частот ω и собственные функции δU^μ) будет неотличимо от решения для несверхтекучей звезды. Этот класс решений приближенно описывает “нормальные” колебания в задаче о пульсациях сверхтекучих НЗ.

Когда звезда осциллирует на частоте, отличной от собственной частоты несверхтекучей звезды, линеаризованные уравнения Эйнштейна могут быть удовлетворены только, если $\delta U^\mu = 0$ и $\delta g^{\mu\nu} = 0$. В этом случае “сверхтекучее” уравнение (и граничные условия к нему) будет зависеть только от сверхтекучей скорости $w_{(n)}^\mu$ и не будет зависеть от δU^μ . Таким образом, “сверхтекучее” уравнение является замкнутым и может быть решено независимо от уравнений Эйнштейна. Его решение описывает сверхтекучие моды. При конечных но малых s нормальные и сверхтекучие моды по-прежнему остаются приблизительно расщепленными.

Из описанного расщепления пульсационных мод был сделан ряд выводов относительно свойств сверхтекучих пульсаций. Прежде всего, сверхтекучие пульсационные моды практически не возмущают метрику, и поэтому излучение ими гравитационных волн подавлено по сравнению с нормальными модами. Кроме того, они почти не возмущают ток барионов и давление. Как следствие, сверхтекучие пульсации локализованы полностью в сверхтекучей области звезды. В частности, они практически не выходят на поверхность НЗ, и поэтому наблюдение их по модуляции электромагнитного излучения с поверхности звезды затруднительно.

В разделе 6.4 описанный метод проиллюстрирован на примере радиальных пульсаций (Рис. 3). Была рассмотрена модель нейтронной звезды, в деталях исследованная в работе [9]. Предполагалось, что критическая температура нейтронов с учетом гравитационного красного смещения T_{cn}^∞ постоянна по ядру звезды, $T_{cn}^\infty = 6 \times 10^8$ К. На панели (а) приведен спектр, рассчитанный в нулевом приближении по s ($s = 0$). Нормированная частота пульсаций ω построена в зависимости от внутренней температуры звезды с учетом красного смещения T^∞ для первых трех нормальных (сплошные линии) и шести сверхтекучих (пунктир) пульсационных мод. При $T^\infty > T_{cn}^\infty$ остаются только нормальные моды (I, II и III), так как при таких температурах звезда явля-

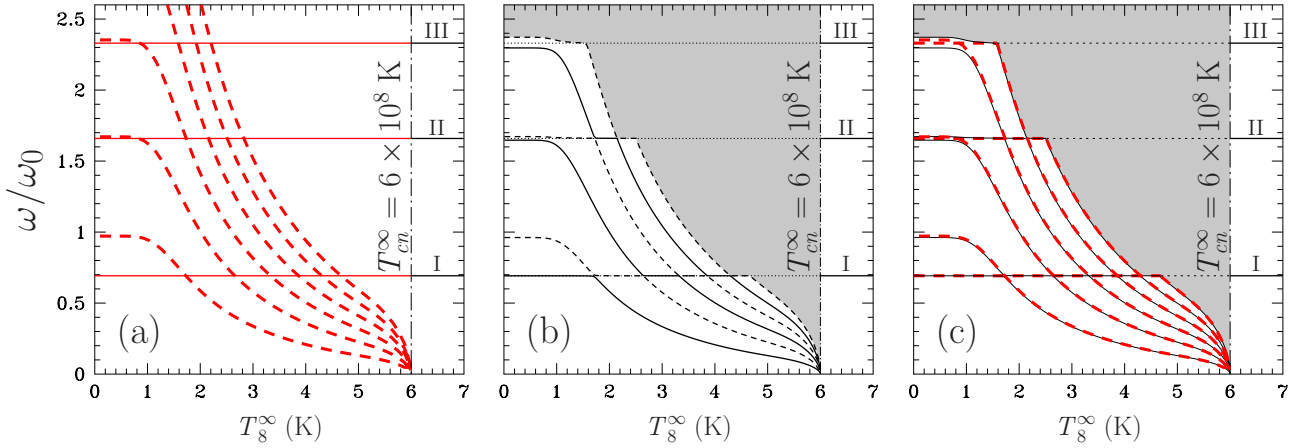


Рис. 3: Частота колебаний ω в единицах $\omega_0 \equiv c/R_{\text{NS}}$ в зависимости от $T_8^\infty \equiv T^\infty/10^8$ для различных пульсационных мод. (a) приближенный спектр; (b) точный спектр; (c) приближенный (пунктир) и точный (сплошные линии) спектры.

ется несверхтекучей. Для сравнения, на панели (b) показан спектр, полученный путем точного решения уравнений, описывающих радиальные пульсации (эти уравнения приведены в Главе 7, там же получен и спектр). Первые 6 мод показаны чередующимися сплошными и пунктирными линиями. В заливой серым области спектр не строился. Для сравнения, оба спектра приведены вместе на панели (c). Точное решение показано сплошными линиями, пунктиром показано приближенное решение. В среднем, приближенное решение отличается от точного на $\sim 1.5 - 2\%$.

В разделе 6.5 указано, как надо модифицировать гидродинамические уравнения, чтобы можно было с помощью них описывать пульсации вращающихся НЗ. Показано, что в случае вращающейся НЗ системы уравнений расщепляются точно так же как это описано выше, так что все сделанные выводы остаются в силе. В разделе 6.6 представлены основные результаты главы 6.

Вывод о том, что сверхтекучие моды не выходят на поверхность звезды был проверен в **Главе 7** на примере радиальных пульсаций сверхтекучих НЗ, ядра которых состоят из нейтронов, протонов и электронов. Кроме того, в этой главе в рамках ОТО на том же примере исследовано влияние температурных эффектов на спектр пульсаций. Результаты этого исследования опубликованы в работах [9a, 14a, 19].

Как указано в разделе 7.1, влияние температуры на спектры пульсаций двояко. Во-первых, при температурах, близких к критическим температурам барионов, элементы матрицы сверхтекучих плотностей Y_{ik} сильно зависят от температуры T (см. Рис. 1). Во-вторых, от температуры зависит размер сверхтекучей области – чем ниже температура, тем обширнее область. Температурные эффекты при вычислении спектров пульсаций учитывались в немногих работах. Так, влияние на пульсации зависимости $Y_{ik}(T)$ было рассмотрено только в работе [9]. В этой главе впервые учтены оба этих эффекта и исследовано как проявляется каждый из них на примере радиальных пульсаций. Система уравнений, описывающая радиальные колебания невращающейся сверхтекучей НЗ в рамках ОТО приведена в разделе 7.2, а граничные условия к ней в разделе 7.3. В разделе 7.4 рассмотрены четыре модели, которые учитывают один или оба температурных эффекта, и используют

различные зависимости критической температуры нейтронов от плотности $T_{cn}(\rho)$. В рамках этих моделей в том же разделе найдены собственные частоты радиальных пульсаций. Как и ожидалось, во всех моделях существует два класса колебательных мод – нормальные моды, частоты которых практически не зависят от температуры и близки к собственным частотам несверхтекучей звезды; и сверхтекучие моды, частоты которых сильно зависят от внутренней температуры звезды. Причем, в наиболее реалистичных моделях, учитывающих оба температурных эффекта, частоты сверхтекучих мод падают с повышением температуры. Аналогичная зависимость наблюдается и для модели, учитывающей только зависимость матрицы сверхтекучих плотностей от температуры (см. Рис 3b). А вот в модели учитывающей только уменьшение сверхтекучей области с температурой частоты сверхтекучих мод с увеличением температуры растут и стремятся к бесконечности при приближении к критической температуре нейтронов. Это свидетельствует о том, что модели, учитывающие уменьшение сверхтекучей области с температурой, но не учитывающие зависимость $Y_{ik}(T)$ приводят к нереалистичным спектрам пульсаций (тем не менее, такие модели используются в литературе, например [4]).

В разделе 7.5 обсуждается асимптотическое поведение собственных частот при температурах, близких к критической температуре нейтронов. С помощью описанного в главе 6 приближенного метода, получены аналитические асимптотики для всех четырех моделей.

Раздел 7.6 посвящен рассмотрению собственных функций радиальных пульсаций. Проиллюстрированы характерные особенности сверхтекучих мод – показано, что ток барионов действительно практически равен нулю, сверхтекучие моды локализованы в сверхтекучей области и почти не выходят на поверхность (как и было предсказано в Главе 6). То есть, при детектировании модуляции электро-магнитного излучения с поверхности звезды мы можем зафиксировать только нормальные моды пульсаций.

В разделе 7.7 рассчитаны времена затухания радиальных пульсаций за счет сдвиговой вязкости и неравновесных реакций взаимного превращения частиц. Как оказалось, времена затухания нормальных мод могут в несколько раз отличаться от времен затухания, рассчитанных с использованием несверхтекучей одножидкостной гидродинамики (несмотря на то, что соответствующие собственные частоты практически полностью совпадают). Кроме того, показано, что сверхтекучие моды затухают быстрее нормальных, и время затухания при переходе (например, в ходе тепловой эволюции) с нормально-го на сверхтекучий тип пульсаций падает на 1-3 порядка. В конце раздела получены аналитические асимптотики времен затухания при температурах, близких к критической температуре нейтронов. Раздел 7.8 содержит основные выводы по Главе 7.

В **Заключении** сформулированы основные результаты работы.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Сформулирована диссипативная релятивистская гидродинамика сверхтекучего нуклон-гиперонного вещества ядер массивных нейтронных звезд, состоящего из нейтронов, протонов, электронов, мюонов, а также Λ и

- Σ^- гиперонов. Показано, что она содержит *шестнадцать* коэффициентов объемной вязкости.
2. В рамках этой гидродинамики для нуклон-гиперонного вещества рассчитаны все *шестнадцать* коэффициентов эффективной объемной вязкости, генерируемой неравновесными слабыми безлептонными реакциями взаимного превращения частиц. Показано, что в этом случае только *три* коэффициента являются независимыми.
 3. Для того же состава вещества для произвольных температур рассчитана релятивистская матрица сверхтекучих плотностей Y_{ik} , являющаяся необходимым элементом при рассмотрении динамических процессов в массивных сверхтекучих НЗ. Расчет проведен аналитически и самосогласованно, в рамках релятивистской теории ферми жидкости Ландау, обобщенной на случай смесей. Показано, что матрица Y_{ik} выражается через параметры Ландау f_1^{ik} и универсальные функции температуры Φ_i . Численно релятивистская матрица сверхтекучих плотностей рассчитана для одной из релятивистских $\sigma\omega\rho$ -моделей среднего поля со скалярным самодействием.
 4. На примере звуковых волн впервые исследованы динамические и диссипативные свойства сверхтекучего нуклон-гиперонного вещества. В частности, в рамках релятивистской гидродинамики сверхтекучих смесей показано, что в сверхтекучем нуклон-гиперонном веществе может распространяться 3 звуковые моды. Рассчитаны скорости этих мод, вычислены их времена затухания за счет сдвиговой вязкости и эффективной объемной вязкости, генерируемой неравновесными реакциями. На этом примере показана важность использования релятивистской гидродинамики сверхтекучих смесей при исследовании динамических и диссипативных процессов – времена затухания, рассчитанные в такой гидродинамике и в одножидкостной несверхтекучей гидродинамике (часто используемое приближение) могут отличаться на несколько порядков.
 5. Разработан новый приближенный метод расчета спектров пульсаций сверхтекучих релятивистских НЗ, позволяющий существенно упростить вычисления. Метод основан на том, что уравнения, описывающие пульсации таких звезд, можно представить в виде двух слабо связанных систем. Одна из них описывает нормальные моды, другая – сверхтекучие. Показано, что для реалистичных уравнений состояния параметр связи этих систем мал ($s \sim 0.01 - 0.05$), что позволяет уже в нулевом приближении по s (когда системы считаются полностью независимыми) рассчитывать спектры с точностью в несколько процентов. Это утверждение было проверено на примере радиальных пульсаций. Также было показано, что благодаря такому расщеплению уравнений (*i*) гравитационное излучение от сверхтекучих мод должно быть существенно подавлено по сравнению с излучением от нормальных мод; (*ii*) сверхтекучие моды практически не выходят на поверхность НЗ и вряд ли могут являться причиной наблюдаемой модуляции электромагнитного излучения с поверхности звезды [1].
 6. Исследовано влияние температурных эффектов на спектр осцилляций сверхтекучих НЗ на примере радиальных пульсаций. При этом учтены два температурных эффекта: зависимость от температуры матрицы сверхтекучих плотностей, и температурная зависимость размеров сверхтекучей

области. Сопоставлены различные модели, учитывающие как один, так и оба температурных эффекта. Показано, что модели, учитывающие влияние температуры только на размер сверхтекучей области (приближение использованное в некоторых современных работах, например, [4]), дают нереалистичные спектры. Кроме того, на примере радиальных пульсаций подтверждено, что сверхтекучие моды практически не выходят на поверхность звезды и не возбуждают ток барионов. Рассчитаны времена затухания радиальных пульсаций. Показано, что сверхтекучие моды затухают быстрее нормальных, и время затухания при переходе (например, в ходе тепловой эволюции) с нормального на сверхтекучий тип пульсаций падает на 1-3 порядка.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

- [1a] Гусаков, Кантор (М. Е. Gusakov, Е. М. Kantor) // Phys. Rev. **D83**, 081304 (R) (2011).
- [2a] Гусаков, Кантор, Хэнсел (М. Е. Gusakov, Е. М. Kantor, Р. Haensel) // Phys. Rev. **C80**, 015803 (2009).
- [3a] Гусаков, Кантор, Хэнсел (М. Е. Gusakov, Е. М. Kantor, Р. Haensel) // Phys. Rev. **C79**, 055806 (2009).
- [4a] Кантор, Гусаков (Е. М. Kantor, М. Е. Gusakov) // Phys. Rev. **D79**, 043004 (2009).
- [5a] Гусаков, Кантор (М. Е. Gusakov, Е. М. Kantor) // Phys. Rev. **D78**, 083006 (2008).
- [6a] Гусаков, Кантор // Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра, Москва, Ротапринт ИКИ РАН, стр. 8 (2007).
- [7a] Кантор, Гусаков // Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра, Москва, Ротапринт ИКИ РАН, стр. 17 (2008).
- [8a] Гусаков, Кантор // Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра, Москва, Ротапринт ИКИ РАН, стр. 14 (2010).
- [9a] Кантор, Гусаков // Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра, Москва, Ротапринт ИКИ РАН, стр. 22 (2010).
- [10a] Кантор, Гусаков, Хэнсел (Е.М. Kantor, М.Е. Gusakov, Р. Haensel) // 8th Russian Conference on Physics of Neutron Stars, Book of Abstracts, Saint-Petersburg, стр. 35 (2008).
- [11a] Гусаков, Кантор (М.Е. Gusakov, Е.М. Kantor) // 8th Russian Conference on Physics of Neutron Stars, Book of Abstracts, Saint-Petersburg, стр. 47 (2008).
- [12a] Гусаков, Кантор (Gusakov M.E., Kantor E.M.) // Coimbra, Portugal. Proceedings of the workshop: Compstar 2009: the crust of compact stars and beyond (2009).
- [13a] Хэнсел, Гусаков, Кантор (Haensel P., Gusakov M.E., Kantor E.M.) // Coimbra, Portugal. Proceedings of the workshop: Compstar 2009: the crust of compact stars and beyond (2009).
- [14a] Кантор, Гусаков (Kantor E.M., Gusakov M.E.) // Coimbra, Portugal. Proceedings of the workshop: Compstar 2009: the crust of compact stars and beyond (2009).
- [15a] Гусаков, Кантор // САО. ВАК-2010 Нижний Архыз, САО РАН. Тези-

сы докладов всероссийской астрономической конференции (ВАК-2010) “От эпохи Галилея до наших дней”, стр. 92 (2010).

- [16a] Кантор, Гусаков // Санкт-Петербург. Тезисы докладов конференции по физике и астрономии для молодых ученых Санкт-Петербурга и Северо-запада (2010).

ЛИТЕРАТУРА, ЦИТИРУЕМАЯ В АВТОРЕФЕРАТЕ

- [1] Стромайер, Уаттс (T. E. Strohmayer and A. L. Watts) // *Astrophys. J.*, **632**, 111 (2005).
- [2] Израэль и др. (G.L. Israel et al.) // *Astrophys. J.*, **628**, L53 (2005).
- [3] Оуэн (B. Owen) // *Phys. Rev.* **D82**, 104002 (2010).
- [4] Лин, Андерссон, Комер (L.-M. Lin, N. Andersson, and G. L. Comer) // *Phys. Rev.* **D78**, 083008 (2008).
- [5] Д.Г. Яковлев, К.П. Левенфиш, Ю.А. Шибанов // *УФН* **169**, 825 (1999).
- [6] Ломбардо, Шульце (U. Lombardo, H.-J. Schulze) // in: *Physics of Neutron Star Interiors* (Ed. D. Blaschke, N.K. Glendenning, A. Sedrakian; Springer, Berlin, 2001) p. 30.
- [7] Яковлев, Петик (D.G. Yakovlev, C.J. Pethick) // *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **42**, 169 (2004).
- [8] Балберг, Барнеа (Sh. Balberg, N. Barnea) // *Phys. Rev.* **C57**, 409 (1998).
- [9] Гусаков, Андерссон (M.E. Gusakov, N. Andersson) // *MNRAS* **372**, 1776 (2006).
- [10] Сон (D.T. Son) // *Int. J. Mod. Phys.* **A16S1C**, 1284 (2001).
- [11] Донг, Су, Ванг (H. Dong, N. Su, and Q. Wang) // *J. Phys. G* **34**, 643 (2007).
- [12] Сойер (R. F. Sawyer) // *Phys. Rev.* **D39**, 3804 (1989).
- [13] Линдблом, Оуэн (L. Lindblom, B. J. Owen) // *Phys. Rev.* **D65**, 063006 (2002).
- [14] Гленденнинг (N. Glendenning) // *Astrophys. J.* **293**, 470 (1985).
- [15] Хаскелл, Андерссон (B. Haskell, N. Andersson) // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **408** 1897 (2010).
- [16] Бейм, Чин (G. Baym, S. A. Chin) // *Nucl. Phys.* **A262**, 527 (1976).
- [17] Гленденнинг (N. Glendenning) // *Compact Stars*, Springer-Verlag, New York (2000).
- [18] Линдблом, Менделл (L. Lindblom, G. Mendell) // *Astrophys. J.* **421**, 689 (1994).
- [19] Кантор, Гусаков (E. M. Kantor, M. E. Gusakov) // принята в *Phys. Rev.* **D** (2011).