

Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования и науки “Санкт-Петербургский национальный исследовательский Академический университет Российской академии наук”

На правах рукописи

Безногов Михаил Викторович

**Тепловая эволюция нейтронных звёзд с
аккреционными оболочками**

01.03.02 – Астрофизика и звёздная астрономия

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

д. ф.-м. н., проф.

Яковлев Дмитрий Георгиевич

Санкт-Петербург – 2016

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Диффузия в кулоновской плазме	10
1.1. Многокомпонентная кулоновская плазма	10
1.2. Диффузионные потоки в плотной плазме	12
1.3. Диффузия в изотермической сильнонеидеальной плазме	17
1.4. Диффузия в изотермической слабонеидеальной плазме	21
1.5. Примеры расчётов диффузионных скоростей. Обсуждение результатов	22
1.6. Выводы к первой главе	27
Глава 2. Метод эффективных потенциалов	29
2.1. Предварительные замечания. Обзор методов расчёта коэффициентов диффузии в плазме	29
2.2. Вычисление эффективных потенциалов гиперцепным методом	37
2.3. Расчёт коэффициентов диффузии	44
2.4. Обсуждение полученных результатов	47
2.5. Выводы ко второй главе	51
Глава 3. Теплоизолирующие оболочки нейтронных звёзд	55
3.1. Построение моделей диффузионно-равновесных оболочек	55
3.2. Модели теплоизолирующих оболочек и их параметры	58
3.3. Результаты для диффузионно-равновесных оболочек	64
3.4. Результаты для диффузионно-неравновесных оболочек	69
3.5. Выводы к третьей главе	72
Глава 4. Теплоизолирующие оболочки и остывание нейтронных звёзд	74
4.1. Предварительные замечания	74

4.2.	Сценарии формирования теплоизолирующих оболочек	76
4.3.	Тепловые характеристики пульсара Вела	77
4.4.	Остывание нейтронных звёзд с разными оболочками	84
4.5.	Стадия фотонного охлаждения звёзд с разными оболочками	86
4.6.	Выводы к четвёртой главе	90
Глава 5. Основы статистической теории тепловой эволюции нейтронных звёзд		
		92
5.1.	Предварительные замечания	92
5.2.	Наблюдательные данные по изолированным и аккрецирующим нейтронным звёздам	95
5.3.	Традиционный подход к тепловой эволюции и его недостатки	99
5.4.	Основные принципы статистического подхода к тепловой эволюции	105
5.4.1.	Основная идея	105
5.4.2.	Функции распределения параметров нейтронных звёзд	106
5.4.3.	Сглаживание порога включения прямого урка-процесса	108
5.4.4.	Первые результаты	111
5.4.5.	Дальнейшее исследование	120
5.5.	Выводы к пятой главе	132
Заключение		138
Список сокращений и условных обозначений		141
Список литературы		143
Приложение А. Аналитические аппроксимации кулоновского логарифма		160
Приложение Б. Аналитические аппроксимации соотношений $T_b - T_s$		162

Введение

Актуальность темы исследования

Изучение вещества ядерной ($\rho_0 = 2.8 \times 10^{14}$ г/см³, см. [1]) и сверхъядерной плотности – фундаментальная проблема астрофизики, а также и других областей физики, включая ядерную физику, физику элементарных частиц, физику конденсированного состояния вещества. Основные сложности этой задачи:

- Сверхплотное вещество трудно исследовать в земных экспериментах;
- Его свойства нельзя достоверно рассчитать из-за отсутствия надёжного описания сильного взаимодействия барионов с учётом многочастичных эффектов.

Некоторые свойства сверхплотного вещества можно изучать, например, на ускорителях в экспериментах по столкновению тяжёлых ионов [2–4], или по измерению толщины нейтронной оболочки тяжёлых ядер [5], однако эти данные недостаточно полны. Вещество с плотностью $\rho \gtrsim 10^4 \rho_0$ (после образования кварк-глюонной плазмы) можно анализировать асимптотическими методами квантовой хромодинамики (см., например, [1]). Однако вещество с плотностью $\rho \sim 10 \rho_0$ не удаётся надёжно исследовать ни на ускорителях, ни чисто теоретическими методами.

Другой способ решения проблемы сверхплотного вещества – изучение нейтронных звёзд. Нейтронные звёзды образуются в результате эволюции обычных звёзд с массой $8 M_\odot \lesssim M \lesssim 30 M_\odot$ (M_\odot – масса Солнца). Менее массивные звёзды после выгорания лёгких элементов в их ядрах превращаются в белые карлики, а более массивные – коллапсируют в чёрные дыры. Характерная масса нейтронных звёзд $M \sim 1.4 M_\odot$, а характерный радиус $R \sim 10$ км, что соответствует средней плотности вещества $\bar{\rho} \simeq 3M/(4\pi R^3) \simeq 7 \times 10^{14}$ г/см³ $\sim 2.5 \rho_0$. Центральная плотность массивной нейтронной звезды может достигать $(10 - 20) \rho_0$. Таким образом, нейтронные звёзды – уникальные природные лаборатории для исследования вещества сверхъядерной плотности.

Однако и такой метод изучения сверхплотного вещества является сложным.

Один из немногих доступных способов заключается в построении теоретических моделей тепловой эволюции нейтронных звёзд и сопоставлении теории с наблюдениями их теплового поверхностного излучения. При этом возникает ряд проблем. Рассмотрим подробнее две из них:

- Неопределённость химического состава теплоизолирующих оболочек;
- Недостаточная полнота и гибкость методов теоретической интерпретации наблюдений.

Нейтронные звёзды обладают тонкими поверхностными теплоизолирующими оболочками. Измеряемая из наблюдений температура поверхности (T_s) существенно отличается от температуры внутренних областей нейтронных звёзд (T_b). Знание последней необходимо для построения моделей тепловой эволюции. Взаимосвязь между температурами T_s и T_b – серьёзная и до конца не решённая проблема. Основная трудность здесь в том, что химический состав оболочек известен плохо, что осложняет интерпретацию наблюдений. Варьируя состав, можно получать разные температуры T_b при фиксированной температуре T_s . Это препятствует изучению свойств сверхплотного вещества. Кроме того, состав оболочки звезды может меняться со временем из-за аккреции, диффузии и ядерного горения. Эти эффекты зачастую учитываются не полностью. Так, далеко не всегда принимают во внимание, что теплоизолирующая оболочка звезды содержит сильнонеидеальную плазму ионов.

Вторая проблема – недостаточная полнота теории эволюции нейтронных звёзд. До сих пор теория, в основном, не учитывала распределения нейтронных звёзд разных типов по массам. Это сужало возможность интерпретации наблюдений.

Цели работы

Основная цель диссертации – разработать методы решения двух указанных выше проблем. Поставленные задачи:

- Исследовать диффузионные процессы в неидеальной кулоновской плазме

ионов. Применить полученные результаты к теплоизолирующим оболочкам нейтронных звёзд. Изучить влияние химического состава этих оболочек на остывание и тепловую структуру изолированных нейтронных звёзд.

- Разработать основы оригинальной статистической теории тепловой эволюции нейтронных звёзд, позволяющей исследовать функции распределения нейтронных звёзд по массам и другим параметрам.

Научная новизна.

1. Получены общие выражения для диффузионных потоков в неизотермической плазме с учётом эффектов кулоновской неидеальности ионов. Предсказан и проанализирован новый (кулоновский) механизм разделения ионов в плотной звёздной плазме.
2. Метод эффективных ион-ионных потенциалов в плотной однокомпонентной ионной плазме обобщён на бинарные смеси ионов. Этим методом выполнен расчёт коэффициентов взаимной диффузии для ряда астрофизически важных бинарных смесей.
3. С помощью улучшенной теории диффузии ионов рассчитаны соотношения между поверхностными и внутренними температурами ($T_s - T_b$) для диффузионно-равновесных и неравновесных теплоизолирующих оболочек нейтронных звёзд с разным химическим составом оболочек.
4. С помощью новых соотношений $T_s - T_b$ проведён анализ тепловой структуры и скорости нейтринного охлаждения изолированных нейтронных звёзд на примере пульсара Вела и нейтронных звёзд, переходящих с нейтринной стадии охлаждения на фотонную.
5. Разработаны основы оригинального статистического анализа тепловой эволюции остывающих нейтронных звёзд и аккрецирующих нейтронных звёзд в составе рентгеновских транзиентов. Показана возможность проведения такого анализа для исследования прямого урка-процесса в ядрах нейтронных звёзд и распределений остывающих и аккрецирующих нейтронных

звёзд по массам.

Научная и практическая значимость

Результаты диссертации могут быть использованы для исследования различных процессов, связанных с диффузией ионов в оболочках нейтронных звёзд, в частности, для изучения диффузии и диффузионного ядерного горения аккрецированного вещества.

Применение оригинального статистического анализа тепловой эволюции нейтронных звёзд позволяет независимо исследовать распределения этих звёзд по массам. Комбинация статистического анализа и моделирования процессов в теплоизолирующих оболочках позволяет надёжно сравнивать теоретические модели тепловой эволюции с наблюдениями. Это, в свою очередь, позволит более достоверно исследовать свойства сверхплотного вещества в ядрах нейтронных звёзд.

Результаты диссертации во многом применимы и к белым карликам.

Достоверность полученных результатов

Теоретические результаты, представленные в диссертации, получены с помощью надёжных и достоверных методов теоретической физики. Эти результаты и результаты компьютерных расчётов сравнены с известными предельными случаями, и/или, там где это возможно, с результатами других авторов.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Получение общих выражений для диффузионных потоков ионов в неизотермической плазме с учётом эффектов кулоновского взаимодействия ионов. Теоретическое предсказание, анализ и применение нового (кулоновского) механизма разделения ионов в плотной звёздной плазме.
2. Обобщение метода эффективных ион-ионных потенциалов в плотной плазме на бинарные смеси ионов. Расчёт этим методом коэффициентов взаимной диффузии для ряда астрофизически важных бинарных смесей.
3. Применение усовершенствованной теории диффузии ионов для расчёта соотношений между поверхностными и внутренними температурами ($T_s - T_b$)

для диффузионно-равновесных и неравновесных теплоизолирующих оболочек нейтронных звёзд с различным химическим составом оболочек. Демонстрация нечувствительности этих соотношений к структуре переходного слоя между ионами разных сортов.

4. Использование рассчитанных соотношений $T_s - T_b$ для анализа тепловой структуры и скорости нейтринного охлаждения изолированных нейтронных звёзд на примере пульсара Вела, а также нейтронных звёзд, переходящих с нейтринной стадии охлаждения на фотонную.
5. Разработка основ оригинального статистического анализа тепловой эволюции остывающих нейтронных звёзд и аккрецирующих нейтронных звёзд в составе рентгеновских транзиентов. Использование такого анализа для получения ограничений на положение и степень размытия порога включения прямого урка-процесса в ядрах нейтронных звёзд, а также на функции распределения остывающих и аккрецирующих нейтронных звёзд по массам.

Апробация работы

Основные результаты диссертации доложены на семинарах сектора теоретической астрофизики ФТИ им. А. Ф. Иоффе, а также на международных и всероссийских конференциях: “ФизикА.СПб” (С.-Петербург, 2013, 2014, 2015 гг.), конференции фонда “Династия” (Москва, 2014 г.), конференции “Physics of Neutron Stars 2014” (С.-Петербург, 2014 г.), летней школе по астрофизике и ядерной физике TALENT (Training in Advanced Low-Energy Nuclear Theory) 2015: “Nuclear Physics of Neutron Stars and Supernovae” (Сиэтл, США, 2015 г.) и на школе NewCompStar 2016: “Neutron stars: gravitational physics theory and observations” (Коимбра, Португалия, 2016 г.).

Публикации

Результаты диссертации получены в период с 2012 по 2016 гг. и опубликованы в 7 статьях в ведущих международных рецензируемых журналах, входящих в перечень ВАК.

Публикации в рецензируемых журналах:

- A1. Beznogov M. V., Yakovlev D. G. Diffusion and Coulomb Separation of Ions in Dense Matter // *Phys. Rev. Lett.* 2013. — Oct. Vol. 111, no. 16. P. 161101.
- A2. Beznogov M. V., Yakovlev D. G. Diffusive currents and Coulomb separation of ions in dense matter // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2014. — Dec. Vol. 572, no. 1. P. 012001.
- A3. Beznogov M. V., Potekhin A. Y., Yakovlev D. G. Diffusive heat blanketing envelopes of neutron stars // *MNRAS.* 2016. — Jun. Vol. 459. P. 1569–1579.
- A4. Beznogov M. V., Yakovlev D. G. Effective potential and interdiffusion in binary ionic mixtures // *Phys. Rev. E.* 2014. — Sep. Vol. 90, no. 3. P. 033102.
- A5. Beznogov M. V., Yakovlev D. G. Statistical theory of thermal evolution of neutron stars // *MNRAS.* 2015. — Feb. Vol. 447. P. 1598–1609.
- A6. Beznogov M. V., Yakovlev D. G. Statistical theory of thermal evolution of neutron stars - II. Limitations on direct Urca threshold // *MNRAS.* 2015. — Sep. Vol. 452. P. 540–548.
- A7. Beznogov M. V., Yakovlev D. G. Statistical approach to thermal evolution of neutron stars // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2015. — Dec. Vol. 661, no. 1. P. 012002.

Личный вклад автора

Вклад автора в основные результаты диссертации и положения, выносимые на защиту, является определяющим. Все расчёты, представленные в диссертации, выполнены автором лично. Кроме того, автор внёс значительный вклад в постановку задачи, обсуждение и подготовку публикаций к печати.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения, списка сокращений и условных обозначений, библиографии и двух приложений. Каждая глава содержит вводный раздел и заключение. Общий объем диссертации составляет 165 страниц, включая 42 рисунка и 12 таблиц. Библиография включает 182 наименования на 17 страницах.

Глава 1

Диффузия в кулоновской плазме**1.1. Многокомпонентная кулоновская плазма**

Как уже отмечалось во введении, теплоизолирующие оболочки нейтронных звёзд могут состоять из смеси нескольких различных химических элементов. Поэтому имеет смысл начать их изучение с обсуждения общих свойств плотной многокомпонентной кулоновской плазмы, из которой они состоят. Сначала необходимо определить само понятие многокомпонентной кулоновской плазмы, т.к. оно будет непосредственно использоваться в главах 1, 2, 3 и 4. Итак, рассматривается система, состоящая из нескольких различных видов ионов ($\alpha = j, j = 1, 2, \dots$), а также электронов ($\alpha = e$), обеспечивающих электронейтральность системы. Пусть A_j и Z_j – массовое и зарядовое числа ионов сорта j , а n_α – концентрация частиц сорта α . Тогда условие электронейтральности плазмы запишется в виде:

$$n_e = \sum_j Z_j n_j. \quad (1.1)$$

Ионы в плазме могут быть как в состоянии частичной ионизации, так и в состоянии полной ионизации. В данной работе всюду подразумевается состояние полной ионизации. Влияние магнитных полей, которые могут существовать в оболочке, не учитывается, но некоторые комментарии по этому поводу будут приведены далее.

Характерная для теплоизолирующих оболочек плотность плазмы ρ варьируется в широких пределах: от ~ 0.1 г/см³ на поверхности оболочки (точнее, на радиативной границе, см., например, [1]) до $\sim 10^{10}$ г/см³ на её дне (отсюда – плотная плазма). При низкой плотности и высокой температуре энергия кулоновского взаимодействия в плазме мала по сравнению с тепловой энергией и система близка к смеси идеальных газов. При высокой плотности и низкой температуре кулоновская энергия доминирует над тепловой и плазма представляет собой

кулоновскую жидкость или кристалл. Для количественной характеристики величины кулоновского взаимодействия вводят параметр кулоновской неидеальности системы (см., например, работы [6, 7]):

$$\Gamma_0 = \frac{e^2}{ak_B T}, \quad (1.2)$$

где $e > 0$ – элементарный заряд, k_B – постоянная Больцмана, T – температура системы, a – радиус ионного шара (типичное расстояние между ионами), определяемый как

$$a = \left(\frac{3}{4\pi n} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (1.3)$$

При этом $n = \sum_j n_j$ – суммарная концентрация ионов. Кроме того, можно ввести параметр неидеальности для каждого вида ионов в отдельности (см., например, [1]):

$$\Gamma_j = \frac{Z_j^2 e^2}{a_j k_B T} = \frac{Z_j^{\frac{5}{3}} e^2}{a_e k_B T}, \quad (1.4)$$

где $a_e = (4\pi n_e / 3)^{-1/3}$ – радиус электронного шара, $a_j = a_e Z_j^{1/3}$ – радиус ионного шара для ионов вида j .

Удобной характеристикой является также параметр средней кулоновской неидеальности (см., например, [1]):

$$\bar{\Gamma} = \Gamma_0 \overline{Z^{\frac{5}{3}} Z^{\frac{1}{3}}}, \quad (1.5)$$

где усреднение (обозначаемое чертой сверху) определено как $\bar{f} = \sum_j x_j f_j$ для любой величины f , а $x_j = n_j / n$ – относительная концентрация ионов сорта j . Если $\bar{\Gamma} \gg 1$, то плазма в целом считается сильнонеидеальной (кулоновской жидкостью или кристаллом); если $\bar{\Gamma} \ll 1$, то она считается слабоидеальной (т.е. близкой по свойствам к смеси идеальных газов). Случай $\bar{\Gamma} \sim 1$ соответствует умеренной неидеальности.

Исследования кулоновской плазмы важны не только для физики нейтронных звёзд, но и для многих других областей физики и астрофизики. Например, в астрофизике такая плазма играет важную роль при изучении белых карликов

(см., например, работы [8–13]) и планет-гигантов [14]. В других областях физики широко изучается пылевая плазма (см., например, [15]) с её многочисленными применениями в науке и технологиях. Свойства пылевой и кулоновской плазмы во многом схожи. Другие важные направления применения кулоновской плазмы – инерциальный управляемый термоядерный синтез (см., например, [16]), плазма антипротонов [17], ультрохолодная плазма (см., например, [18]). Следовательно, результаты, представленные в главах 1 и 2, применимы не только к нейтронным звёздам, но и к гораздо более широкому классу вопросов физики и астрофизики.

Статистические и термодинамические свойства кулоновской плазмы, ее уравнение состояния, проводимость, теплопроводность и коэффициенты диффузии на данный момент уже хорошо изучены (подробности по уравнению состояния и термодинамическим свойствам см., например, в работах [6, 19, 20], а также в обзоре [21] и монографии [1]; теплопроводность и проводимость кулоновской плазмы описаны, например, в обзоре [22]; различные методы вычисления коэффициентов диффузии будут обсуждаться в главе 2). И хотя коэффициенты диффузии в кулоновской плазме известны, с описанием диффузионных процессов существуют определённые сложности. Об этом и пойдёт речь в следующих разделах главы 1.

1.2. Диффузионные потоки в плотной плазме

Диффузионные процессы в смеси идеальных газов и в слабонеидеальной плазме хорошо изучены и описаны в классических монографиях [23, 24]. Во многих работах, посвящённых диффузии в плотной плазме, исследователи поступают следующим образом: они используют выражения для диффузионных потоков, полученные для смеси идеальных газов, и коэффициенты диффузии, рассчитанные для плотной кулоновской плазмы. При этом не учитывается тот факт, что кулоновское взаимодействие изменяет не только коэффициенты диффузии, но и сами выражения для диффузионных потоков. В связи с этим необходимо

заново провести вывод самих выражений для диффузионных потоков из “первых принципов”.

Будем использовать подход, сходный с описанным в монографии Ландау & Лифшица [25]. Вывод всех основных соотношений будет проведён в общем виде, а конкретные примеры будут даны в применении к теплоизолирующим оболочкам нейтронных звёзд. Итак, рассмотрим многокомпонентную кулоновскую плазму, которая находится в неравновесном состоянии под воздействием внешних сил \mathbf{f}_α , действующих на частицы сорта α , градиентов концентраций ∇n_α и градиента температуры ∇T . При этом все воздействия считаются достаточно слабыми для того, чтобы можно было пользоваться линейной неравновесной термодинамикой (другими словами, диффузионные потоки линейно связаны с вызывающими их термодинамическими силами). Введём обобщённые термодинамические силы

$$\tilde{\mathbf{f}}_\alpha = \mathbf{f}_\alpha - \left(\nabla \mu_\alpha - \left. \frac{\partial \mu_\alpha}{\partial T} \right|_P \nabla T \right), \quad (1.6)$$

где μ_α – химический потенциал частиц сорта α (подразумевается, что в него не входят потенциалы внешних сил), P – давление.

Нейтронные звёзды, в силу огромной плотности, являются релятивистскими объектами. Для их описания необходимо использовать аппарат общей теории относительности. Метрику пространства-времени для стационарных невращающихся нейтронных звёзд со сферически-симметричной структурой можно записать в сферических координатах (r, θ, φ) в виде (см., например, [1]):

$$ds^2 = c^2 dt^2 e^{2\Phi(r)} - e^{2\lambda(r)} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (1.7)$$

где s – интервал, t – времениподобная координата, $\Phi(r)$ и $\lambda(r)$ – метрические функции¹⁾; $\Phi(r)$ определяет гравитационное красное смещение (эффективный безразмерный гравитационный потенциал), $\lambda(r) = -(1/2) \ln(1 - GM_r/(rc^2))$ определяет кривизну пространства в радиальном направлении; $M_r = 4\pi \times \int_0^r \rho(r)r^2 dr$ – гравитационная масса, заключённая внутри сферы с окружающим радиусом r , G –

¹⁾ Следует отметить, что величина Φ имеет смысл метрической функций только в главах 1 и 3.

гравитационная постоянная и c – скорость света. В данной метрике оператор градиента определяется следующим выражением:

$$\nabla = \begin{pmatrix} e^{-\lambda(r)} \partial / \partial r \\ r^{-1} \partial / \partial \theta \\ (r \sin \theta)^{-1} \partial / \partial \varphi \end{pmatrix}. \quad (1.8)$$

Во внешних теплоизолирующих оболочках нейтронных звёзд частицы плазмы подвержены воздействию, в первую очередь, двух сил: силы тяжести и электрической силы. Таким образом:

$$\mathbf{f}_\alpha = Z_\alpha e \mathbf{E} + m_\alpha \mathbf{g}. \quad (1.9)$$

Здесь $Z_\alpha e$ и m_α – заряд и масса частиц сорта α ($Z_e = -1$); \mathbf{g} – ускорение свободного падения (см. также раздел 3.1) и \mathbf{E} – электрическое поле, вызванное поляризацией плазмы во внешнем гравитационном поле; это электрическое поле обеспечивает электронейтральность плазмы.

Отклонения системы от состояния диффузионного равновесия характеризуются величинами

$$\mathbf{d}_\alpha = \frac{\rho_\alpha}{\rho} \sum_\beta n_\beta \tilde{\mathbf{f}}_\beta - n_\alpha \tilde{\mathbf{f}}_\alpha, \quad (1.10)$$

где $\rho_\alpha = m_\alpha n_\alpha$ ¹⁾ – массовая плотность компоненты α (ρ – полная плотность плазмы). Очевидно, что $\sum_\alpha \mathbf{d}_\alpha = 0$. Используя формулы (1.6) и (1.9), соотношение Гиббса-Дюгема $\sum_\alpha n_\alpha \nabla \mu_\alpha = \nabla P - S \nabla T$ (S – плотность энтропии) и условие электронейтральности (1.1), получим

$$\sum_\alpha n_\alpha \tilde{\mathbf{f}}_\alpha = \rho \mathbf{g} - \nabla P. \quad (1.11)$$

Это важное соотношение для механической устойчивости звёзд. Частицы сорта α находятся в состоянии механического равновесия тогда и только тогда, когда $\tilde{\mathbf{f}}_\alpha = 0$. Если система при этом изотермическая (т.е. $\nabla T = 0$), то это выражение

¹⁾ Подразумевается, что электроны безмассовые ($m_e \rightarrow 0$) и не вносят вклад в массовую плотность. Подробнее см. далее [после выражения (1.13)].

в точности совпадает с условием химического равновесия компоненты α [26]. Далее, если система в целом находится в состоянии гидростатического равновесия, то $\rho \mathbf{g} = \nabla P$. Причём гидростатическое равновесие в нейтронных звёздах и белых карликах устанавливается за миллисекунды – десятки секунд [27], в то время как для установления диффузионного равновесия в оболочках нейтронных звёзд необходимы дни – годы (см. раздел 3.4), а в белых карликах это время может достигать до миллиардов лет (см. далее в разделе 1.5, а также, например, работу [11]). Таким образом, если система в целом находится в состоянии гидростатического равновесия (а для звёзд это практически всегда выполняется), то диффузионное равновесие компоненты α эквивалентно её механическому равновесию.

Внешние оболочки нейтронных звёзд в целом находятся в состоянии гидростатического равновесия, поэтому правая часть соотношения (1.11) равна нулю и формулу (1.10) можно упростить до

$$\mathbf{d}_\alpha = -n_\alpha \tilde{\mathbf{f}}_\alpha. \quad (1.12)$$

С помощью соотношений (1.6) и (1.9) выражение (1.12) записывается в виде

$$\mathbf{d}_\alpha = -\frac{\rho_\alpha}{\rho} \nabla P - Z_\alpha n_\alpha e \mathbf{E} + n_\alpha \left(\nabla \mu_\alpha - \left. \frac{\partial \mu_\alpha}{\partial T} \right|_P \nabla T \right). \quad (1.13)$$

Так как электроны намного легче ионов, то характерные скорости электронов значительно выше (особенно когда они вырождены). Нас в первую очередь интересует транспорт ионов, поэтому можно использовать адиабатическое приближение (Борна-Оппенгеймера, см., например, [28]), в рамках которого предполагается, что электроны находятся в состоянии механического квазиравновесия по отношению к движениям ионной подсистемы (т.е. они практически мгновенно подстраиваются к любым изменениям в ионной подсистеме). В этом приближении $\mathbf{d}_e = 0$ и, учитывая формулу (1.12), $\tilde{\mathbf{f}}_e = 0$. Тогда, полагая $m_e \rightarrow 0$, получим

$$e \mathbf{E} = - \left(\nabla \mu_e - \left. \frac{\partial \mu_e}{\partial T} \right|_P \nabla T \right). \quad (1.14)$$

Это выражение можно написать в терминах химических потенциалов ионов, используя стандартные термодинамические соотношения (см., например, [29]). Адиабатическое приближение позволяет факторизовать проблему и исключить электроны из задачи о транспорте ионов (диффузионные потоки ионов определяются в первую очередь неравновесным состоянием ионной подсистемы [30]).

Химические потенциалы обычно известны как функции температуры и концентраций частиц. В связи с этим полезно выразить производную $\partial\mu/\partial T$ при постоянных P и x_j в терминах $\partial\mu/\partial T$ при постоянных n_j ,

$$\left. \frac{\partial\mu}{\partial T} \right|_{P, \{x_j\}} = \left. \frac{\partial\mu}{\partial T} \right|_{\{n_j\}} - \left. \frac{\partial P}{\partial T} \right|_{\{n_j\}} \left(\sum_j n_j \left. \frac{\partial\mu}{\partial n_j} \right|_{T, \{n_k | k \neq j\}} \right) \left(\sum_j n_j \left. \frac{\partial P}{\partial n_j} \right|_{T, \{n_k | k \neq j\}} \right)^{-1}. \quad (1.15)$$

Феноменологические выражения для плотности потока массы можно записать в виде:

$$\mathbf{J}_\alpha = \rho_\alpha \mathbf{v}_\alpha = \frac{nm_\alpha}{\rho k_B T} \sum_{\beta \neq \alpha} m_\beta D_{\alpha\beta} \mathbf{d}_\beta - D_\alpha^T \frac{\nabla T}{T}, \quad (1.16)$$

где \mathbf{v}_α – скорость диффузии частиц сорта α , $D_{\alpha\beta}$ – обобщённый коэффициент диффузии частиц α относительно частиц β , D_α^T – коэффициент термодиффузии частиц α . Коэффициент перед суммой выбран так, чтобы выражение совпало с обычным определением коэффициентов диффузии в смеси идеальных газов (см., например, [23, 24, 31]). По определению, для диффузионных потоков выполняется соотношение

$$\sum_\alpha \mathbf{J}_\alpha = 0, \quad (1.17)$$

что накладывает определённые ограничения на коэффициенты диффузии и термодиффузии (см. подробнее в классических монографиях [23, 24]). Выражение (1.16) строго применимо только к нерелятивистским частицам, а электроны в плотной плазме могут быть релятивистскими. Однако адиабатическое приближение для электронов справедливо и в релятивистском случае (до тех пор, пока их можно считать безмассовыми), поэтому факторизация электронов по-прежнему возможна.

Дальнейшая работа с полученным выражением (1.16) в общем виде затруднительна. Поэтому перейдём от общей теории диффузии, представленной в этом разделе, к конкретному вопросу о диффузии в теплоизолирующих оболочках нейтронных звёзд и в белых карликах. Этому посвящены следующие разделы и глава 3.

1.3. Диффузия в изотермической сильнонеидеальной плазме

Для того, чтобы понять основные особенности выражения для диффузионных потоков (1.16), достаточно рассмотреть изотермическую систему, например такую, как ядро белого карлика. Тем более, что, как будет показано далее, в пределе сильнонеидеальной плазмы слагаемые, связанные с градиентом температуры, исчезают, и общие неизотермические выражения совпадают с изотермическими. Рассмотрим бинарную ионную смесь, т.е. кулоновскую плазму с двумя сортами ионов $j = 1, 2$. Для определённости считаем, что $Z_1 < Z_2$. Принимая во внимание квазиравновесие электронов $d_e = 0$ и то, что $\sum_\alpha d_\alpha = 0$ (см. раздел 1.2), получим $d_1 = -d_2$. Поэтому достаточно рассмотреть только d_1 . Используя выражение (1.13) и выражение (1.14) для электрического поля, после несложных преобразований термодинамических величин получим:

$$d_1 = \frac{n_1 n_2}{n_e} \left(m_0 (Z_1 A_2 - Z_2 A_1) \frac{\nabla P}{\rho} + Z_2 \nabla \mu_1 - Z_1 \nabla \mu_2 \right), \quad (1.18)$$

где m_0 – атомная единица массы (т.е. $m_j = A_j m_0$). Не нарушая общности, химический потенциал ионов можно представить в виде суммы двух слагаемых: $\mu_j = \mu_j^{(id)} + \mu_j^{(C)}$, где (id) обозначает вклад от идеального газа, а (C) – от кулоновского взаимодействия и других эффектов неидеальности, таких как обменное взаимодействие, поляризуемость электронного фона и других (см. подробнее в монографии [1]). В условиях, соответствующих ядрам белым карликов и оболочкам нейтронных звёзд, доминирующий вклад в $\mu_j^{(C)}$ даёт кулоновское взаимодействие ионов, вклад остальных эффектов мал. В результате, вектор d_1 распадается

на три слагаемых: $\mathbf{d}_1 = \mathbf{d}_g + \mathbf{d}_{\nabla n} + \mathbf{d}_C$, причём

$$\mathbf{d}_g = m_0 Z_1 Z_2 \frac{n_1 n_2}{n_e} \left(\frac{A_2}{Z_2} - \frac{A_1}{Z_1} \right) \frac{\nabla P}{\rho}, \quad (1.19)$$

$$\mathbf{d}_{\nabla n} = \frac{n_1 n_2}{n_e} \left[Z_2 \nabla \mu_1^{(id)} - Z_1 \nabla \mu_2^{(id)} \right] = \frac{k_B T}{n_e} (Z_2 n_2 \nabla n_1 - Z_1 n_1 \nabla n_2), \quad (1.20)$$

$$\mathbf{d}_C = \frac{n_1 n_2}{n_e} \left[Z_2 \nabla \mu_1^{(C)} - Z_1 \nabla \mu_2^{(C)} \right]. \quad (1.21)$$

В выражении (1.20) учтено, что в изотермической системе $\nabla \mu_j^{(id)} = k_B T (\nabla n_j) / n_j$.

Рассмотрим каждое из слагаемых по-отдельности:

- Слагаемое \mathbf{d}_g отвечает за гравитационный механизм разделения ионов, если их эффективные “молекулярные веса” Z/A различны, что приводит к нарушению баланса силы тяжести и силы электрического поля.
- Слагаемое $\mathbf{d}_{\nabla n}$ описывает обыкновенную диффузию под действием градиентов концентраций, что легко понять в предельном случае $n_2 \ll n_1$. Тогда $n_e \approx Z_1 n_1$ и $\mathbf{d}_{\nabla n} = -k_B T \nabla n_2$.
- Слагаемое \mathbf{d}_C отвечает за новый, ранее не учитывавшийся, кулоновский механизм разделения ионов. Он особенно важен в сильнонеидеальной плазме.

Первое и второе слагаемое хорошо известны и могут быть получены из обычных выражений для диффузионных потоков в смеси идеальных газов. Третье же слагаемое новое и появляется только при учёте кулоновских взаимодействий в плазме. Для изучения особенностей кулоновского вклада в \mathbf{d}_1 , рассмотрим сильнонеидеальную плазму. Такая плазма с хорошей точностью может быть описана в приближении ионных шаров совместно с правилом линейного смешивания (см. детали в [1]).

$$\mu_j^{(C)} = -0.9 \frac{Z_j^{5/3} e^2}{a_e}, \quad \nabla \mu_j^{(C)} = -0.3 \frac{Z_j^{5/3} e^2}{a_e} \frac{\nabla n_e}{n_e}. \quad (1.22)$$

Тогда ¹⁾

¹⁾ Некоторые в $\mu_j^{(C)}$ используют коэффициент 1.2 вместо коэффициента 0.9. В таком случае в \mathbf{d}_C будет стоять коэффициент 0.4, а не 0.3. Это не принципиально.

$$\mathbf{d}_C = 0.3 \frac{n_1 n_2}{n_e} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{a_e} \left(Z_2^{2/3} - Z_1^{2/3} \right) \frac{\nabla n_e}{n_e}. \quad (1.23)$$

Структура \mathbf{d}_C напоминает структуру \mathbf{d}_g ; \mathbf{d}_C описывает специфическое (“кулоновское”) разделение ионов во внешнем гравитационном поле, связанное с тем, что у ионов с разным зарядом отличается радиус ионного шара и, следовательно, кулоновская энергия, приходящаяся на объем шара (см. также раздел 1.5). Отличительной особенностью кулоновского слагаемого является то, что оно присутствует даже для ионов, для которых $Z_1/A_1 = Z_2/A_2$ (такие ионы называют ионами с одинаковыми эффективными “молекулярными весами”). Для подобных ионов $\mathbf{d}_g = 0$ (если не учитывать крайне незначительный вклад от дефекта массы ионов 1 и 2). Обычно считается, что такие ионы не подвержены диффузионной сепарации. Наличие кулоновского механизма сепарации указывает, что это не так.

С целью иллюстрации этого эффекта найдём окончательные выражения для диффузионных потоков ионов в пределе сильнонеидеальной плазмы. Для этого добавим ещё одно предположение, которое обычно выполняется для ядер былых карликов и оболочек нейтронных звёзд. А именно, основной вклад в давление вносит сильно вырожденный электронный газ: $P \approx P_e(n_e)$. Тогда $(\nabla n_e)/n_e = (\nabla P)/(\gamma P) = \rho g/(\gamma P)$ ввиду условия гидростатического равновесия $\nabla P = \rho g$. Здесь $\gamma = \partial \ln P / \partial \ln n_e \approx 1.5$ – показатель адиабаты¹⁾. С учётом сделанных предположений получим для кулоновского вклада

$$\mathbf{d}_C = 0.3 \frac{\rho n_1 n_2}{n_e} \frac{Z_1 Z_2 e^2 \mathbf{g}}{\gamma a_e P} \left(Z_2^{2/3} - Z_1^{2/3} \right). \quad (1.24)$$

В бинарной смеси ионов существует единственный нетривиальный коэффициент взаимной диффузии: $D_{12} = D_{21} \equiv D$. Факторизация электронов (см. раздел 1.2) означает, что в вопросе о транспорте ионов можно полагать $\mathbf{J}_e = 0$. Тогда из соотношения (1.17) следует, что $\mathbf{J}_1 = -\mathbf{J}_2$ и, с учётом равенства $\mathbf{d}_1 = -\mathbf{d}_2$ (см. выше в этом разделе), можно записать результирующее выражение для

¹⁾ Значение 1.5 соответствует умеренно-релятивистскому электронному газу; это среднее между показателями адиабаты нерелятивистского (5/3) и релятивистского (4/3) ферми-газов.

диффузионного потока

$$\mathbf{J}_2 = -\mathbf{J}_1 = \frac{nm_1m_2}{\rho k_B T} D \mathbf{d}_1. \quad (1.25)$$

Или, подставляя сюда соотношения (1.19), (1.20) и (1.24), получим

$$\mathbf{J}_2 = D \frac{m_1m_2n}{\rho n_e} (Z_2n_2 \nabla n_1 - Z_1n_1 \nabla n_2) + (\mathbf{u}_g + \mathbf{u}_C) m_2n_2, \quad (1.26)$$

где

$$\mathbf{u}_g = \frac{\rho_1 n D}{\rho n_e k_B T} Z_1 Z_2 m_0 g \left(\frac{A_2}{Z_2} - \frac{A_1}{Z_1} \right), \quad (1.27)$$

$$\mathbf{u}_C = \frac{\rho_1 n D}{n_e k_B T} Z_1 Z_2 g \left(Z_2^{2/3} - Z_1^{2/3} \right) \frac{0.3e^2}{a_e P \gamma} \quad (1.28)$$

скорости гравитационного (g) и кулоновского (C) разделения ионов.

Если рассматривать неизотермическую систему в пределе сильнонеидеальной плазмы и без учёта термодиффузии, то из выражений (1.15), (1.22) и предположения $P \approx P_e(n_e)$ следует, что все слагаемые, связанные с градиентом температуры, пропадают и неизотермические выражения для диффузионных потоков совпадают с изотермическими.

При диффузионном разделении ионов сохраняется общее гидростатическое равновесие (поскольку оно устанавливается значительно быстрее, в гидродинамической шкале времён, см. раздел 1.2). Поэтому диффузия ионов сорта 2 вглубь (оболочки нейтронной звезды или ядра белого карлика) сопровождается диффузией ионов сорта 1 наружу. Это также непосредственно следует из соотношения $\mathbf{J}_1 = -\mathbf{J}_2$ (см. выше). Такое чисто диффузионное движение приводит к столкновительной генерации энтропии (\dot{S}_{coll}) и связанного с ней энерговыделения с темпом Q [эрг/(см³ с)] (см., например, [23, 24]):

$$Q = T \dot{S}_{\text{coll}} = \frac{\rho}{\rho_1 \rho_2} \mathbf{J}_2 \cdot \mathbf{d}_1. \quad (1.29)$$

Для практического применения выражений (1.26), (1.27) и (1.28) необходимо знать коэффициент взаимной диффузии ионов D , который для слабонеидеальной плазмы можно записать в виде [23, 24]

$$D = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{2k_B T}{\pi \mathfrak{M}}} \left(\frac{k_B T}{Z_1 Z_2 e^2} \right)^2 \frac{1}{n \Lambda}, \quad (1.30)$$

где $\mathfrak{M} = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ – приведённая масса ионов 1 и 2, Λ – кулоновский логарифм. Чтобы это выражение можно было использовать для плазмы произвольной степени неидеальности (в т.ч. для сильнонеидеальной), воспользуемся методом эффективного кулоновского логарифма, предложенного в работе [32]. Хотя метод, описанный в упомянутой статье, разработан для однокомпонентной плазмы, в рамках данной главы его точность вполне достаточна и для бинарной ионной смеси. Основная идея этого метода состоит в замене кулоновского логарифма на эффективный кулоновский логарифм

$$\Lambda_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \ln \left(1 + X^{-2} \right), \quad X = \left(1 + \left(3\bar{\Gamma} \right)^{3/2} \right)^{1/3} - 1. \quad (1.31)$$

Подробнее о методах вычисления коэффициентов диффузии в кулоновской плазме говорится в главе 2, которая целиком посвящена этому вопросу.

1.4. Диффузия в изотермической слабонеидеальной плазме

Рассмотрим также противоположенный предельный случай слабонеидеальной плазмы. Основных отличий от предела сильнонеидеальной плазмы два: во-первых, изменится кулоновская часть химических потенциалов ионов [выражение (1.22)], а во-вторых, главный вклад в давление будет давать давление идеального газа $P \approx P^{(id)} = (n + n_e) k_B T$. В слабонеидеальной плазме (см. обзор [33])

$$\mu_j^{(C),WC} = -\frac{k_B T}{2} Z_j \Gamma_e^{3/2} \sqrt{\frac{\bar{Z}^2}{3\bar{Z}^3} \left(3Z_j \bar{Z} - \bar{Z}^2 \right)}. \quad (1.32)$$

WC означает “weakly coupled” (слабонеидеальную) плазму; так будут помечены все “кулоновские” величины в этом предельном случае, чтобы отличать их от соответствующих величин в пределе сильнонеидеальной плазмы. $\Gamma_e = \Gamma_0 \bar{Z}^{1/3}$. Тогда выражение для кулоновской части вектора \mathbf{d}_1 можно представить в виде [ср. с выражением (1.23)]

$$d_C^{\text{WC}} = \frac{n_1 n_2}{n_e} \sqrt{\frac{\pi n_e}{k_B T}} \frac{e^3 Z_1^2 Z_2^2 (Z_2 - Z_1) \left(\nabla \bar{Z} + \frac{\bar{Z} \bar{Z}^2}{Z_1 Z_2} \frac{\nabla n_e}{n_e} \right)}{2 \bar{Z}^{3/2} \sqrt{\bar{Z}^2}} \quad (1.33)$$

(в общем случае относительные концентрации ионов меняются с глубиной, поэтому существуют слагаемые вида $\nabla \bar{Z}$).

Дальнейшие вычисления аналогичны случаю сильнонеидеальной плазмы (раздел 1.3). Выражение (1.26) сохранит свой вид, изменится только выражение (1.28) для скорости кулоновского разделения ионов. Величину $(\nabla n_e)/n_e$ в данном случае можно выразить как

$$\frac{\nabla n_e}{n_e} = \frac{\nabla P}{P} + \frac{\nabla \bar{Z}}{\bar{Z}(\bar{Z} + 1)} = \frac{\rho g}{P} + \frac{\nabla \bar{Z}}{\bar{Z}(\bar{Z} + 1)}.$$

В результате получим

$$u_C^{\text{WC}} = \frac{\rho_1 n D}{\rho (k_B T)^{3/2}} \sqrt{\frac{\pi}{n_e}} \frac{e^3 Z_1^2 Z_2^2 (Z_2 - Z_1) \left[\nabla \bar{Z} \left(1 + \frac{\bar{Z}^2}{Z_1 Z_2 (\bar{Z} + 1)} \right) + \frac{\bar{Z} \bar{Z}^2}{Z_1 Z_2} \frac{\rho g}{P} \right]}{2 \bar{Z}^{3/2} \sqrt{\bar{Z}^2}}. \quad (1.34)$$

Примеры расчётов по формулам, полученным в разделах 1.3 и 1.4, представлены в следующем разделе.

1.5. Примеры расчётов диффузионных скоростей. Обсуждение результатов

Хотя диффузионный поток (1.26) имеет стандартный вид, он содержит новый кулоновский член [в сильнонеидеальной плазме – выражение (1.28), в слабонеидеальной – (1.34)]. Эффект кулоновского разделения ионов был впервые описан в работе [26], в которой авторы рассмотрели равновесные изотермические конфигурации ионных смесей с учётом кулоновских эффектов (метод химического равновесия). Таким образом их результат был расширен на случай неравновесных и/или неизотермических систем.

Как уже отмечено в разделе 1.3, кулоновский вклад особенно важен для смесей ионов с одинаковым отношением заряда к массе, таких как ${}^4\text{He}$, ${}^{12}\text{C}$, ${}^{16}\text{O}$. Для таких ионов гравитационный вклад (1.27) возможен лишь благодаря дефекту массы; оценки показывают, что он примерно на порядок меньше кулоновского вклада. С другой стороны, для смесей ионов с разными отношениями заряда к массе гравитационный вклад доминирует и примерно на порядок больше, чем кулоновский. Для таких ионов кулоновским вкладом можно пренебречь.

Сделаем оценку интегрального энерговыделения в вырожденных ядрах белых карликов массой $0.6 M_{\odot}$ и $1.2 M_{\odot}$ при диффузионном разделении ионов [формула (1.29)]. Рассмотрим оба механизма разделения ионов: кулоновский и гравитационный. Для первого возьмём смесь ${}^{12}\text{C} - {}^{16}\text{O}$ с составом $x_{\text{C}} = x_{\text{O}} = 0.5$, для второго – смесь ${}^{12}\text{C} - {}^{22}\text{Ne}$ с составом $x_{\text{C}} = 0.998$, $x_{\text{Ne}} = 0.002$ [8–13]. Для простоты состав предполагается постоянным во всем объёме ядра. Результаты представлены в табл. 1.1, энерговыделение дано в эргах за 10^9 лет. Выбранная температура ядра $T \sim (0.5 - 5) \times 10^7$ К соответствует достаточно старым карликам (см., например, [34]), ядра которых сильно вырождены и практически изотермичны. Из таблицы видно, что гравитационный механизм разделения ионов обеспечивает намного более интенсивное энерговыделение, чем кулонов-

Таблица 1.1. Оценка интегрального энерговыделения по формуле (1.29) при диффузионном разделении ионов в вырожденных ядрах белых карликов двух различных масс. Для смеси ${}^{12}\text{C} - {}^{16}\text{O}$ с составом $x_{\text{C}} = x_{\text{O}} = 0.5$ действует кулоновский механизм разделения ионов, а для смеси ${}^{12}\text{C} - {}^{22}\text{Ne}$ с составом $x_{\text{C}} = 0.998$, $x_{\text{Ne}} = 0.002$ – гравитационный механизм. Энерговыделение представлено в эргах за 10^9 лет. Подробности см. в тексте.

	0.6 M_{\odot}		1.2 M_{\odot}	
	${}^{12}\text{C} - {}^{16}\text{O}$	${}^{12}\text{C} - {}^{22}\text{Ne}$	${}^{12}\text{C} - {}^{16}\text{O}$	${}^{12}\text{C} - {}^{22}\text{Ne}$
$T = 10^7$ К	5.7×10^{43}	1.4×10^{44}	5.3×10^{44}	4.9×10^{45}
$T = 5 \times 10^7$ К	9.5×10^{43}	2.4×10^{44}	1.0×10^{45}	9.3×10^{45}

ский (в $\sim 2 - 10$ раз), даже несмотря на то, что относительная концентрация неона-22 значительно меньше концентрации кислорода. Эта оценка показывает, что энерговыделение, связанное с кулоновским разделением ионов мало и неспособно обеспечить подогрев остывающих белых карликов. Аналогичные оценки энерговыделения были проведены и для оболочек нейтронных звёзд. Из этих оценок следует, что, хотя скорости кулоновского разделения ионов в оболочках нейтронных звёзд значительно выше, чем в ядрах белых карликов (см. ниже), диффузионное энерговыделение мало и не может обеспечить подогрева остывающих нейтронных звёзд.

Необходимо сделать одно важное замечание: хотя механизмы разделения ионов и названы гравитационным (1.27) и кулоновским [(1.28), (1.34)], оба механизма вызваны наличием внешнего гравитационного поля. При этом гравитационный механизм отвечает непосредственно за гравитационное разделение ионов если их “плавучесть” различна. “Плавучесть” ионов в плазме определяется отношением их заряда к массе, поскольку сила тяжести действует на них “вниз”, а электрическое поле – “вверх”. Как упоминалось в разделе 1.2, это макроскопическое электрическое поле возникает как реакция плазмы на внешнее гравитационное поле и обеспечивает её электронейтральность. Кулоновский же механизм связан с различием в кулоновских энергиях, приходящихся на один ионный шар *в поляризованном электрическом поле плазмы*, для ионов с разным зарядом. Таким образом, оба механизма обусловлены наличием силы тяжести, что также непосредственно видно из выражений (1.27), (1.28) и (1.34) для скоростей разделения ионов (скорости прямо пропорциональны ускорению свободного падения). В нейтронных звёздах можно ожидать значительно более высоких скоростей разделения ионов, чем в белых карликах, т.к. в нейтронных звёздах ускорение свободного падения намного больше.

На рис. 1.1 представлены скорости u_C кулоновского разделения ионов [выражение (1.28)] в смеси $^{12}\text{C} - ^{16}\text{O}$ в вырожденных ядрах белых карликов средних

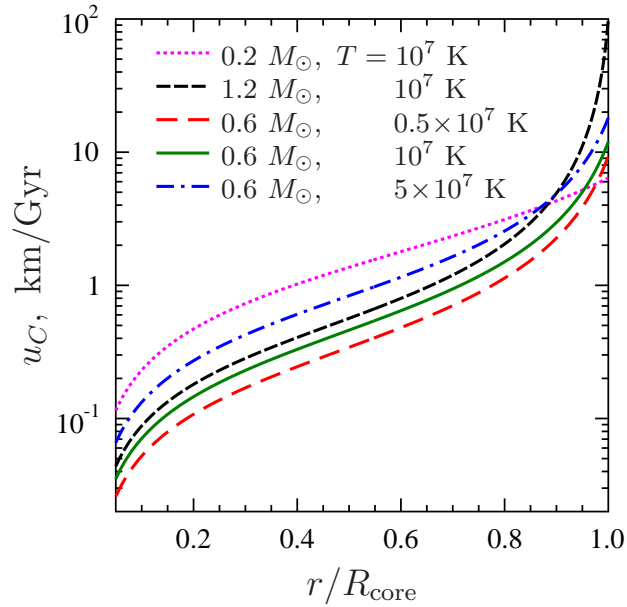


Рис. 1.1. Скорость (1.28) кулоновского разделения ионов в вырожденных изотермических ядрах белых карликов различных масс ($0.2 M_{\odot}$, $0.6 M_{\odot}$ и $1.2 M_{\odot}$) и температур (0.5 , 1.0 и 5×10^7 К). Для маломассивного карлика показана скорость разделения ^{12}C в смеси с ^4He , в остальных случаях – скорость ^{16}O в смеси с ^{12}C . Во всех случаях $n_1 = n_2$.

($0.6 M_{\odot}$) и больших ($1.2 M_{\odot}$) масс и в смеси $^4\text{He} - ^{12}\text{C}$ в ядрах маломассивных ($0.2 M_{\odot}$) карликов при различных температурах. Скорости даны в километрах за 10^9 лет, во всех случаях предполагается, что $n_1 = n_2$. Видно, что все профили скорости имеют максимум на границе вырожденного ядра белого карлика $r = R_{\text{core}}$, т.к. ускорение свободного падения там наибольшее. При этом $u_C(r) \rightarrow 0$ при $r \rightarrow 0$, т.к. $g(r) \rightarrow 0$ в центре звезды. Максимальная скорость для самых массивных белых карликов достигает 100 км за 10^9 лет. Значит, за несколько млрд. лет на периферии ядра может произойти полное разделение смеси $^{12}\text{C} - ^{16}\text{O}$.

Кулоновское разделение ионов ^4He , ^{12}C и ^{16}O может быть весьма важным для изолированных и аккрецирующих белых карликов. Оно оказывает влияние на химический состав и, соответственно, на микрофизику ядра (теплоёмкость, теплопроводность, нейтринное излучение, темп протекания ядерных реакций), а также на химическую, тепловую и ядерную эволюцию белых карликов. Перераспределение ионов, вызванное их кулоновским разделением, может влиять на астросейсмологию белых карликов.

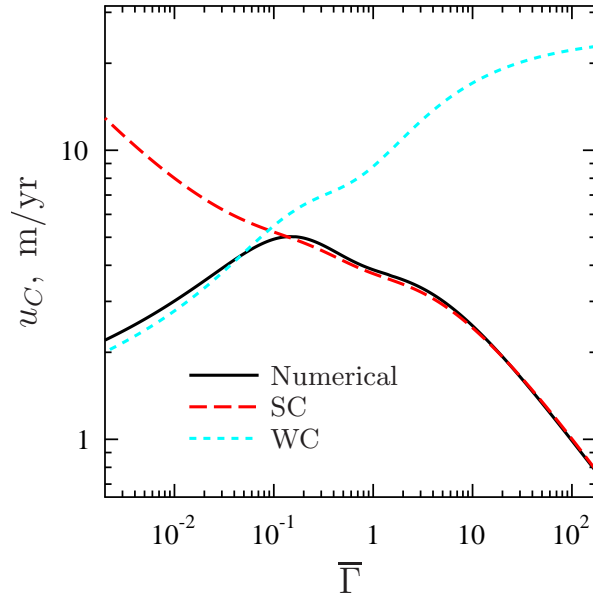


Рис. 1.2. Скорость кулоновского разделения ионов в смеси ${}^4\text{He} - {}^{12}\text{C}$ в теплоизолирующих оболочках нейтронных звёзд как функция параметра средней кулоновской неидеальности; $x_{\text{He}} = 0.6$, $x_{\text{C}} = 0.4$, $\rho = 10^6 \text{ г/см}^3$, $g_s = 2 \times 10^{14} \text{ см/с}^2$. SC – предел сильнонеидеальной плазмы (1.28), WC – предел слабонеидеальной плазмы (1.34). Подробности см. в тексте.

Как упоминалось выше, скорость кулоновского разделения ионов в оболочках нейтронных звёзд намного выше, чем в ядрах белых карликов. На рис. 1.2 представлена скорость кулоновского разделения ионов в смеси ${}^4\text{He} - {}^{12}\text{C}$ как функция параметра средней кулоновской неидеальности (1.5). Плотность плазмы и ускорение свободного падения соответствуют теплоизолирующим оболочкам нейтронных звёзд: $\rho = 10^6 \text{ г/см}^3$, $g_s = 2 \times 10^{14} \text{ см/с}^2$. Состав ($x_{\text{He}} = 0.6$, $x_{\text{C}} = 0.4$) предполагается постоянным. Скорости даны в метрах в год. Сплошная чёрная линия соответствует численному расчёту на основе общего выражения (1.21) и общих выражений для $\mu_j^{(C)}$ из работы [20] (см. подробнее в разделе 3.1). Красная длинная штриховка (SC – strongly coupled) соответствует пределу сильнонеидеальной плазмы (1.28), голубая короткая штриховка (WC – weakly coupled) – пределу слабонеидеальной плазмы (1.34). Видно, что переход от слабонеидеальной системы к сильнонеидеальной происходит при $\bar{\Gamma} \sim 0.1$. Кроме того, видно, что пределы слабой и сильной неидеальности (там, где они применимы) дают хорошее согласие с численным расчётом. Другой интересный результат заклю-

чается в том, что скорость u_C имеет максимум примерно при тех же значениях $\bar{\Gamma} \sim 0.2$. Наличие этого максимума объясняется тем, что $J^{(C)} \sim Dd^{(C)}$. При этом с ростом степени неидеальности $\bar{\Gamma}$ величина $d^{(C)}$ увеличивается, а коэффициент диффузии D уменьшается (про коэффициенты диффузии см. подробнее в главе 2), с уменьшением $\bar{\Gamma}$ все происходит наоборот. Такая конкуренция между коэффициентом диффузии D и кулоновским вкладом в степень отклонения от состояния равновесия $d^{(C)}$ и приводит к кривой скорости с максимумом. Таким образом, хотя кулоновские эффекты в сильнонеидеальной плазме сильны, кулоновская скорость разделения ионов наиболее велика в промежуточной области $\bar{\Gamma} \sim 0.5$.

Из рис. 1.2 видно, что в теплоизолирующих оболочках нейтронных звёзд скорость кулоновского разделения ионов может достигать ~ 1 метра в год (ср. с максимумом в 100 км за 10^9 лет = 10^{-4} м в год для ядер белых карликов). Следовательно, учитывая толщину теплоизолирующих оболочек нейтронных звёзд, полное разделение ионов в них возможно на масштабах десятков лет.

Подробнее про применение общих выражений (1.16) к неизотермическим системам и теплоизолирующим оболочкам нейтронных звёзд см. в главе 3.

1.6. Выводы к первой главе

Итак, в этой главе получены общие выражения для диффузионных потоков в многокомпонентной кулоновской плазме произвольной степени неидеальности и с учётом влияния градиентов температуры. Эти выражения также могут быть использованы для любых жидких или газообразных систем, если для этих систем известны химические потенциалы и уравнение состояния (в твёрдых телах диффузия хотя и возможна, но сильно подавлена [35]).

Показано существование нового, ранее не учитывавшегося, кулоновского вклада в диффузионный поток, связанного с кулоновским взаимодействием между ионами в присутствии внешнего гравитационного поля. Этот вклад особенно важен в смесях ионов с одинаковым эффективным “молекулярным весом”. Здесь

необходимо сделать одно пояснение. В классической монографии [24] содержатся общие формулы, описывающие протекание неравновесных процессов в рамках термодинамики необратимых процессов. Из этих выражений можно получить представленные в данной главе уравнения для диффузионных потоков, однако непосредственно эти уравнения в [24] отсутствуют, а приведённые там выражения неудобны для практического использования. Возможно, именно поэтому, в астрофизических исследованиях диффузии в кулоновской плазме, выражения из [24] не используются, а вместо них применяются обычные выражения для диффузии в смеси идеальных газов без учёта кулоновского вклада в диффузионный поток.

Применение полученных уравнений проиллюстрировано на примере изотермических систем как в слабонеидеальной, так и в сильнонеидеальной плазме. Выражения для диффузионных потоков совместно с коэффициентами диффузии и термодиффузии (см. главу 2) позволяют не только рассчитывать диффузионно-равновесные конфигурации теплоизолирующих оболочек нейтронных звёзд (см. главу 3), но и их эволюцию со временем (если начальная конфигурация неравновесна, как обычно и бывает).

Результаты, изложенные в этой главе, опубликованы в работах [36–38] и представлены на конференциях “Физика.СПб” (Санкт-Петербург, 2013 г.), конференции фонда “Династия” (Москва, 2014 г.), конференции “Physics of Neutron Stars 2014” (С.-Петербург, 2014 г.).

Глава 2

Метод эффективных потенциалов**2.1. Предварительные замечания. Обзор методов расчёта коэффициентов диффузии в плазме**

В главе 1 дано определение многокомпонентной кулоновской плазмы и получены общие выражения для диффузионных потоков в ней. Однако для изучения диффузии в плазме помимо самих выражений для диффузионных потоков необходимо знать коэффициенты диффузии и термодиффузии. Вопрос о вычислении этих коэффициентов рассматривается в данной главе. Существует множество методов расчёта коэффициентов диффузии, которые подробно описаны в обширной астрофизической литературе, посвящённой данной проблеме. Поэтому имеет смысл начать с краткого обзора этих методов.

Особенностью диффузии в кулоновской плазме является дальнедействующее кулоновское взаимодействие между ионами. В этом отношении диффузия ионов похожа на диффузию частиц, взаимодействующих посредством потенциала Дебая¹⁾ (статически экранированного кулоновского потенциала) с достаточно большой длиной экранирования:

$$\varphi_{\text{SSCP}} = \frac{q_1 q_2}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_D}\right). \quad (2.1)$$

Здесь q – заряд частиц, r_D – длина экранирования, SSCP означает “statically screened Coulomb potential” – статически экранированный кулоновский потенциал.

Физика диффузионных процессов многогранна. Существуют различные виды коэффициентов диффузии. Наиболее часто исследуются коэффициенты самодиффузии D_{ii} , реже – коэффициенты взаимной диффузии D_{ij} , которые более интересны на практике, поскольку непосредственно входят в выражения для

¹⁾ Аналогичный потенциал в физике пылевой плазмы и в ядерной физике называется потенциалом Юкавы.

диффузионных потоков (здесь $i, j = 1, 2, \dots$ – сорта ионов в многокомпонентной плазме). В однокомпонентной плазме существует только один коэффициент самодиффузии D_1 . Не следует путать коэффициент самодиффузии D_{ii} i -ой компоненты в многокомпонентной плазме с коэффициентом самодиффузии D_1 в однокомпонентной плазме. Кроме того, можно рассматривать слабое или сильное кулоновское взаимодействие, классическое или квантовое движение ионов, наличие магнитных полей, вырожденные или невырожденные электроны и т.д. Диффузия изучается с помощью различных методов, таких как приближение Чепмена-Энскога, соотношения Грина-Кубо, моделирование методами молекулярной динамики и методом эффективных потенциалов, а также другими способами и их комбинациями. Некоторые из этих методов рассмотрены ниже более детально.

Как следует из результатов главы 1 (а также главы 3), в первую очередь интерес представляет взаимная диффузия ионов в двухкомпонентных смесях, которые образуют либо слабонеидеальную плазму, либо сильнонеидеальную кулоновскую жидкость, либо систему умеренной степени неидеальности (раздел 1.1). Как уже говорилось в главе 1, диффузия в газах хорошо изучена и описана в известных монографиях [23, 24]; диффузия в жидкостях исследована в меньшей степени. Целью этой главы является разработка единого подхода к вычислению коэффициентов диффузии в газах и жидкостях (ср. с универсальными выражениями для диффузионных потоков в главе 1) и представление результатов в виде, пригодном для численного моделирования процессов диффузии ионов и связанных с этим явлений. В двухкомпонентной смеси существует один независимый коэффициент взаимной диффузии $D_{12} = D_{21}$ и два коэффициента самодиффузии D_{11} и D_{22} .

В слабонеидеальной плазме ($\bar{\Gamma} \ll 1$) ионы образуют почти идеальный газ. Они двигаются более или менее свободно и диффундируют благодаря относительно слабым кулоновским столкновениям с окружающими ионами. Коэффициенты диффузии при этом обычно выражаются через кулоновский логарифм Λ , который может быть оценён как логарифм (большого по величине) отношения максимального и минимального прицельных параметров сталкивающихся ионов. Расчёты

выполняются с использованием классической теории диффузии в разреженных газах [23, 24]. В литературе по астрофизике эта теория часто называется теорией Чепмена-Спитцера (что означает приложение общей теории диффузии к кулоновскому взаимодействию в астрофизических условиях). Ранние публикации по астрофизике, основанные на этой теории, описаны, например, в работе [30]. В классическом пределе минимальный прицельный параметр рассеяния в выражении для Λ определяется расстоянием наибольшего сближения сталкивающихся ионов. В квантовом пределе минимальный прицельный параметр определяется длиной волны де Бройля ионов. Далее, можно рассматривать случаи невырожденных и вырожденных электронов. Во втором случае электроны обеспечивают более слабое экранирование кулоновского взаимодействия (т.е. вносят значительно меньший вклад в максимальный прицельный параметр), чем в первом случае. Будем изучать только классический предел рассеяния в присутствии сильно вырожденных электронов. С увеличением степени неидеальности отношение максимального к минимальному прицельному параметру становится меньше, уменьшая значение кулоновского логарифма. При $\bar{\Gamma} \sim 1$ кулоновский логарифм $\Lambda \sim 1$ и коэффициенты диффузии $D \sim \omega_p a^2$, где ω_p - ионная плазменная частота (см. раздел 2.3). Характерные частоты столкновений ионов становятся сравнимыми с плазменной частотой, а типичная длина свободного пробега – с типичным расстоянием между ионами.

В сильнонеидеальной плазме ($\bar{\Gamma} \gg 1$) ионы, в основном, сосредоточены (“заперты”) в собственных локальных потенциальных ямах (внутри соответствующих ячеек Вигнера-Зейтца) и образуют кулоновскую жидкость или кулоновский кристалл. При этом ионы в основном совершают колебания относительно положений (квази-) равновесия и процесс диффузии происходит посредством тепловых скачков из одного положения квазиравновесия в другое (соседнее). Первые экспериментальные наблюдения эффекта “запирания” ионов при релаксации сильнонеидеальной плазмы были получены Баннашем и др. [39]. Здесь можно выделить случаи классического ($T \gtrsim T_p$) и квантового ($T \lesssim T_p$) движения ионов

(где $T_p = \hbar\omega_p/k_B$ – плазменная температура ионов; она близка к дебайевской температуре кулоновского кристалла). В квантовом случае важную роль играют коллективные колебания (плазмоны или фононы). Что касается электронов, то можно изучать случаи жёсткого (несжимаемого) электронного фона или слабо поляризуемого фона. Последний вариант сходен со случаем, когда ионы взаимодействуют посредством потенциала Юкавы с достаточно большой длиной экранирования. В данной главе диффузия в кулоновской жидкости рассматривается пренебрегая квантовыми эффектами, но принимая во внимание оба случая жёсткого и слегка поляризуемого электронного фона. Эти варианты дают по существу одинаковые результаты.

Авторы работы [40] провели полуаналитическое исследование слабонеидеальной плазмы и получили выражения для D_{ij} через кулоновский логарифм; они также создали компьютерный код для вычисления D_{ij} . Авторы рассмотрели случаи квантового и классического минимального прицельного параметра в кулоновском логарифме и ввели коэффициенты сопротивления K_{ij} , которые определяют “силы трения”, обратно пропорциональные коэффициентам диффузии D_{ij} . Эти результаты были в дальнейшем расширены и использованы в работе [8] (также в рамках приближения слабонеидеальной плазмы), авторы которой моделировали эволюцию углеродно-кислородных белых карликов.

В статье [30] вычислены коэффициенты взаимной диффузии в бинарной смеси ионов при слабой и умеренной кулоновской неидеальности с использованием формализма Чепмена-Энскога (Чепмена-Спитцера) и статически экранированного кулоновского потенциала. Авторы получили аккуратные аналитические аппроксимации (в виде таблиц с коэффициентами сплайнов) к интегралам столкновения. Эти результаты применимы до тех пор, пока кулоновская неидеальность не очень велика. Кроме того, они обсудили предшествующие расчёты коэффициентов самодиффузии при сильной кулоновской неидеальности, выполненные методами молекулярной динамики.

Первые расчёты коэффициента самодиффузии D_1 в однокомпонентной плаз-

ме методом молекулярной динамики были выполнены в 1975 году в работе [19]. Авторы предложили следующую аппроксимацию, справедливую при $\Gamma > 1$ (в однокомпонентной плазме, где $\Gamma \equiv \bar{\Gamma}$),

$$D_1^* = \frac{D_1}{\omega_p a^2} \approx 2.95 \Gamma^{-4/3}. \quad (2.2)$$

Ансен и др. [7] провели расчёты коэффициентов D_{12} , D_{11} и D_{22} в двухкомпонентной смеси ионов при умеренной и сильной кулоновской неидеальности с помощью методов молекулярной динамики. Авторы получили приближенное соотношение [их формула (23)] между коэффициентами взаимной и самодиффузии:

$$D_{12} \approx x_2 D_{11} + x_1 D_{22}. \quad (2.3)$$

Они также составили таблицы значений коэффициентов D_{12} , D_{11} и D_{22} для нескольких значений параметра неидеальности Γ_0 и относительных концентраций ионов (x_1 и $x_2 = 1 - x_1$) в смеси $^1\text{H} - ^4\text{He}$.

В статье [41] выполнены расчёты коэффициентов взаимной диффузии в двухкомпонентной смеси ионов методами молекулярной динамики и кинетической теории для сильно- и слабонеидеальной плазмы. Результаты хорошо соответствовали предыдущим исследованиям. Роббинс и др. [42] рассмотрели самодиффузию в однокомпонентной плазме, используя методы молекулярной динамики для систем, взаимодействующих посредством потенциала Юкавы. Розенфельд и др. [43] выполнили моделирование двухкомпонентных смесей ионов методами молекулярной динамики в широком диапазоне значений отношений A_2/A_1 и Z_2/Z_1 для сильной, средней и слабой степеней неидеальности в кулоновских плазмах и системах Юкавы; они изучали самодиффузию и взаимную диффузию и подчеркнули тесную взаимосвязь между указанными системами и системами твёрдых шаров.

Большой объем работы по вычислению коэффициентов самодиффузии в однокомпонентных системах Юкавы методами молекулярной динамики был проведён в статье [44]. Для расчёта D_1 авторы использовали как соотношение

Грина-Кубо, так и обычное выражение для пространственной диффузии (и результаты совпали). Они составили таблицы найденных значений $D_1^* = D_1/(\omega_p a^2)$ и получили приближенное выражение для D_1^* в виде

$$D_1^* = \alpha(T^* - 1)^\beta + \gamma, \quad (2.4)$$

где $T^* = T/T_m$, а T_m – температура плавления. Авторы аппроксимировали зависимость параметров α , β и γ от длины экранирования в потенциале Юкавы и получили хорошее соответствие с результатами для кулоновских систем в случаях большой длины экранирования.

В работе [45] авторы методами молекулярной динамики вычислили коэффициенты самодиффузии для однокомпонентных систем, используя полуэмпирический потенциал, и аппроксимировали результаты с помощью выражения (2.4); при этом они получили значения параметров $\alpha = 0.00525$, $\beta = 1.154$ и $\gamma = 0.028$. Далее, Далиго [46] проанализировал динамику жидкости в сильнонеидеальной однокомпонентной плазме и пришёл к выводу, что, хотя динамическое поведение ионов (взаимодействующих посредством дальнедействующего кулоновского потенциала) в такой плазме изменилось с почти свободного движения частиц на режим “запирания” ионов в кулоновских потенциальных ямах, универсальные закономерности, свойственные обычным жидкостям с короткодействующим взаимодействием частиц, применимы и в случае сильнонеидеальной плазмы.

В статье [47] авторы рассмотрели вопрос о вычислении коэффициентов самодиффузии ^{22}Ne в многокомпонентной сильнонеидеальной кулоновской плазме методами молекулярной динамики. Они получили оригинальную аппроксимацию [их выражение (8)] для D_{ii}/D_1 (комбинация экспонент и степеней Γ_j).

В работе [48] Далиго провёл моделирование самодиффузии в однокомпонентных- и двухкомпонентных сильнонеидеальных системах методами молекулярной динамики и получил приближенное выражение [его формула (4)]

$$D^* = \frac{D}{\omega_p a^2} = \frac{A}{\Gamma} \exp(-B\Gamma), \quad (2.5)$$

которое применимо для режима “запирания” и термически активированных скачков ионов из одной ямы в соседнюю (A и B – параметры аппроксимации). Он считал предыдущие аппроксимации [например, выражение (2.4)] физически менее оправданными. Кроме того, он использовал стандартные результаты Чепмена-Спитцера для слабонеидеальной плазмы и подчеркнул очень хорошее соответствие методов молекулярной динамики и приближения Чепмена-Спитцера в режиме промежуточной неидеальности. Позднее он же в статье [49] предложил использовать подобные методы и для однокомпонентных систем Юкавы.

Далее автор работы [32] рассмотрел коэффициенты самодиффузии в однокомпонентной плазме. Он использовал стандартную теорию Чепмена-Спитцера в слабонеидеальной плазме и результаты расчётов различных авторов, полученные методами молекулярной динамики для сильнонеидеальной плазмы. Основываясь на этих результатах он предложил простую и удобную аналитическую аппроксимацию, которая применима для плазмы произвольной степени неидеальности. Это было достигнуто путём введения обобщённого кулоновского логарифма Λ_{eff} .

Недавно в статье [50] авторы выдвинули идею, что случаи слабой и сильной неидеальности могут быть описаны в рамках единого формализма эффективного потенциала парного межоионного взаимодействия и традиционной теории Чепмена-Энскога (даже в случае сильной кулоновской неидеальности). Они рассмотрели несколько эффективных потенциалов, полученных из радиальных функций распределения ионов $g(r)$ ¹⁾; эти функции были вычислены методами молекулярной динамики и гиперцепным методом. Эффективный потенциал позволяет не только описать эффект экранирования (это можно сделать и с помощью статически экранированного кулоновского потенциала), но и учесть корреляции между ионами, причём даже сильные. Этот метод рассматривает экранирование и межоионные корреляции самосогласованным образом, без необходимости применять какие-либо “внешние” длины экранирования. Авторы сравнили коэффициенты самодиффузии в однокомпонентной плазме, вычисленные различными

¹⁾ Радиальные функции распределения также часто называют парными корреляционными функциями.

методами (их рис. 2), и подчеркнули важность выражения коэффициентов диффузии через обобщенный кулоновский логарифм. Будем следовать этому подходу, расширив его на двухкомпонентные смеси ионов.

Для полноты рассмотрения следует упомянуть некоторые другие методы, которые также используются для расчётов коэффициентов диффузии в компактных звёздах.

Авторы работы [10] предложили использовать коэффициент самодиффузии D_1 для изучения оседания ^{22}Ne в белых карликах в сильнонеидеальном режиме. Они рассмотрели два выражения для D_1 . Во-первых, они использовали значения D_1 , полученные с помощью соотношения Стокса-Эйнштейна для частицы радиуса a_p (в качестве которого был выбран радиус ионной сферы для иона ^{22}Ne), движущейся в жидкости с вязкостью η . При этом вязкость была получена из аналитических аппроксимаций результатов моделирования методами молекулярной динамики. Этот способ применим для изучения диффузии ионов одного сорта, когда их концентрация в двухкомпонентной смеси пренебрежимо мала. Во-вторых, авторы взяли значения D_1 из результатов статьи [19]. Они обнаружили, что коэффициенты самодиффузии, полученные этими двумя способами, весьма близки друг к другу и дают почти одинаковые результаты.

Далее в статье [11] авторы сравнили те же два способа расчёта коэффициентов самодиффузии D_1 в сильнонеидеальном режиме в применении к исследованию оседания ^{22}Ne в ядрах белых карликов. Кроме того, они учли численные погрешности при вычислении вязкости η и получили, что эти погрешности не оказывают значительного влияния на D_1 . Для моделирования диффузии они предложили использовать аналитическую аппроксимацию (2.2) из работы [19].

В работе [51] авторы моделировали осаждение вещества и рентгеновские вспышки в оболочках нейтронных звёзд. В приложении к статье они описали коэффициенты сопротивления и соответствующие им коэффициенты диффузии. Они предложили кусочно-аналитическую интерполяцию случаев слабой и сильной неидеальности. Предел слабонеидеальной системы был рассмотрен следуя

работе [52], а сильнонеидеальной системы – работе [19].

Хотя диффузия в кулоновских кристаллах выходит за рамки диссертации, отметим, что проблема была исследована в статье [35] с использованием методов молекулярной динамики. Был получен вполне ожидаемый результат о том, что эта диффузия сильно подавлена по сравнению с диффузией в кулоновской жидкости.

Кроме того, стоит упомянуть некоторые работы, посвящённые диффузии в замагниченной кулоновской плазме. Например, в статье [53] рассчитан коэффициент самодиффузии в однокомпонентной плазме в постоянном однородном магнитном поле B . Значительно позже, авторы работы [54] повторно рассчитали коэффициент самодиффузии в однокомпонентной плазме в магнитном поле, используя методы молекулярной динамики. Они получили два коэффициента самодиффузии: D_{\parallel} и D_{\perp} – вдоль и поперёк магнитного поля B , соответственно. Оба коэффициента уменьшаются при увеличении B ; при этом $D_{\perp} < D_{\parallel}$.

2.2. Вычисление эффективных потенциалов гиперцепным методом

Начнём с расчёта эффективных потенциалов межйонных взаимодействий в двухкомпонентной смеси. Как говорилось в разделе 2.1 (см. также [50]), эффективные потенциалы определяются с помощью радиальных функций распределения ионов. Эти функции могут быть вычислены различными способами, в частности, методами молекулярной динамики или гиперцепным методом. Будем использовать гиперцепной метод как менее затратный с точки зрения вычислительных ресурсов. Как будет показано далее, метод вычисления радиальных функций распределения не играет большой роли для нахождения коэффициентов диффузии.

Воспользуемся теми же предположениями и обозначениями, что и в разделах 1.1 и 1.2. Далее в этой главе (если не указано обратное) длины измеряются в единицах радиуса ионной сферы (1.3), а все потенциалы – в единицах $k_B T/e$.

Состояние двухкомпонентной смеси ионов определяется зарядом ионов и массовыми числами, а также двумя безразмерными параметрами – относительной концентрацией $x \equiv x_1$ ионов 1 и параметром кулоновской неидеальности Γ_0 [выражение (1.2)].

Пусть $g_{ij}(r)$, $h_{ij}(r)$ и $c_{ij}(r)$ ($i, j = 1, 2$) – радиальные функции распределения, полные и прямые корреляционные функции, соответственно [55]. Все эти функции являются симметричными [т.е. $g_{ij}(r) = g_{ji}(r)$]; также выполняется соотношение $h_{ij}(r) = g_{ij}(r) - 1$. Эффективный потенциал $\Phi(r)$ в однокомпонентной плазме определяется соотношением $g(r) = \exp[-\Phi(r)]$ (см., например, [50, 55]). Расширение этого соотношения на случай двухкомпонентной смеси производится вполне очевидным образом:

$$g_{ij}(r) = \exp[-\Phi_{ij}(r)]. \quad (2.6)$$

Для вычисления коэффициентов взаимной диффузии в первую очередь интересен потенциал $\Phi_{12}(r)$, отвечающий за взаимодействие ионов сорта 1 с ионами сорта 2.

В общем случае, все эти функции не могут быть вычислены аналитически. При этом гиперцепное приближение, как известно, является достаточно точным и относительно простым (см. раздел 2.4 и работы [6, 56, 57]). Этот метод заключается в совместном решении уравнений двух типов, а именно соотношений Орнштейна-Цернике, связывающих прямые и полные корреляционные функции, и гиперцепных замыканий. Поскольку уравнения Орнштейна-Цернике записываются в фурье-пространстве, то определим безразмерное преобразование Фурье как

$$\hat{f}(k) = \frac{4\pi}{k} \int_0^{+\infty} f(r)r \sin(kr) dr \quad (2.7)$$

(волновое число k измеряется в единицах $1/a$) и обратное преобразование как

$$f(r) = \frac{1}{2\pi^2 r} \int_0^{+\infty} \hat{f}(k)k \sin(kr) dk. \quad (2.8)$$

Тогда соотношения Орнштейна-Цернике записываются в виде (см., например, [6])

$$\hat{h}_{ij}(k) = \hat{c}_{ij}(k) + \frac{3}{4\pi} \sum_{q=1}^2 x_q \hat{h}_{iq}(k) \hat{c}_{qj}(k). \quad (2.9)$$

Гиперцепное замыкание имеет вид

$$g_{ij}(r) = h_{ij}(r) + 1 = \exp [h_{ij}(r) - c_{ij}(r) - \phi_{ij}(r)], \quad (2.10)$$

где $\phi_{ij}(r)$ – незранированный кулоновский потенциал

$$\phi_{ij}(r) = \frac{Z_i Z_j \Gamma_0}{r}. \quad (2.11)$$

Уравнения (2.9) и (2.10) образуют замкнутую систему из 6 уравнений для h_{ij} и c_{ij} , но она не может быть решена непосредственно из-за дальнедействующего характера кулоновского потенциала. Для однокомпонентной плазмы проблема дальнего действия была решена в работах [56, 57] путём введения короткодействующих потенциалов и корреляционных функций. Похожий метод был использован в статье [6] для двухкомпонентных смесей. Разберём этот способ подробнее.

В рассматриваемой ситуации полные корреляционные функции $h_{ij}(r)$ являются короткодействующими, а прямые корреляционные функции имеют асимптоты (см., например, [6, 56, 57])

$$\lim_{r \rightarrow \infty} c_{ij}(r) = -\phi_{ij}(r). \quad (2.12)$$

Введём величину

$$\gamma_{ij}(r) = h_{ij}(r) - c_{ij}(r), \quad (2.13)$$

которая имеет асимптотическое поведение

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \gamma_{ij}(r) = \phi_{ij}(r). \quad (2.14)$$

Далее определим короткодействующие (s) корреляционные функции и потенциалы:

$$\gamma_{ij}^{(s)}(r) = \gamma_{ij}(r) - \phi_{ij}^{(l)}(r), \quad (2.15)$$

$$c_{ij}^{(s)}(r) = c_{ij}(r) + \phi_{ij}^{(l)}(r), \quad (2.16)$$

$$\phi_{ij}^{(s)}(r) = \phi_{ij}(r) - \phi_{ij}^{(l)}(r). \quad (2.17)$$

Дальнодействующие (l) функции $\phi_{ij}^{(l)}(r)$ должны удовлетворять двум условиям: (1) обладать теми же асимптотами, что и $\phi_{ij}(r)$ при $r \rightarrow \infty$, и (2) быть регулярными при $r = 0$. Следуя работе [57], выбираем

$$\phi_{ij}^{(l)}(r) = \frac{Z_i Z_j \Gamma_0}{r} \operatorname{erf}(\alpha r), \quad (2.18)$$

с $\alpha = 1.1$; erf – функция ошибок. Преобразование Фурье от $\phi_{ij}^{(l)}(r)$ для подстановки в уравнения (2.9) даёт

$$\hat{\phi}_{ij}^{(l)}(k) = \frac{4\pi Z_i Z_j \Gamma_0}{k^2} \exp\left(-\frac{k^2}{4\alpha^2}\right). \quad (2.19)$$

Теперь можно переписать соотношения (2.9) в терминах короткодействующих корреляционных функций и потенциалов:

$$\hat{\gamma}_{ij}^{(s)}(k) + \hat{\phi}_{ij}^{(l)}(k) = \frac{3}{4\pi} \sum_{q=1}^2 x_q \left(\hat{\gamma}_{iq}^{(s)}(k) + \hat{c}_{iq}^{(s)}(k) \right) \left(\hat{c}_{qj}^{(s)}(k) - \hat{\phi}_{qj}^{(l)}(k) \right), \quad (2.20)$$

$$g_{ij}(r) = \exp\left(\gamma_{ij}^{(s)}(r) - \phi_{ij}^{(s)}(r)\right), \quad (2.21)$$

$$c_{ij}^{(s)}(r) = g_{ij}(r) - \gamma_{ij}^{(s)}(r) - 1. \quad (2.22)$$

Эта система уравнений может быть решена методом последовательных приближений, начиная с некоторого начального предположения о функциях $c_{ij}^{(s)}(r)$. Перед этим, однако, функции $\hat{\gamma}_{ij}^{(s)}(k)$ должны быть выражены из уравнений (2.20). Так как уравнения (2.20) линейны по $\hat{\gamma}_{ij}^{(s)}(k)$, то они могут быть решены аналитически один раз для всех дальнейших расчётов. Не будем приводить здесь окончательные выражения, поскольку они слишком громоздки, а их вывод очевиден. Точки $k = 0$ и $r = 0$ требуют специального рассмотрения, так как эти значения не могут быть подставлены в уравнения (2.20) и (2.21) из-за наличия сингулярности в $\hat{\phi}_{ij}^{(l)}(k)$ и $\phi_{ij}^{(s)}(r)$. Проблема решается следующим образом. Во-первых, значения $\hat{\gamma}_{ij}^{(s)}(0)$ и $g_{ij}(0)$ вычисляются отдельно

$$\begin{aligned} g_{ij}(0) &= 0, & \hat{\gamma}_{11}^{(s)}(0) &= -\frac{4\pi}{3x_1} - \hat{c}_{11}^{(s)}(0), \\ \hat{\gamma}_{12}^{(s)}(0) &= -\hat{c}_{12}^{(s)}(0), & \hat{\gamma}_{22}^{(s)}(0) &= -\frac{4\pi}{3x_2} - \hat{c}_{22}^{(s)}(0), \end{aligned} \quad (2.23)$$

где $\hat{\gamma}_{ij}^{(s)}(0)$ – предел решений уравнений (2.20) при $k \rightarrow 0$. Во-вторых, прямое и обратное преобразования Фурье переписываются так, чтобы оставаться корректными при $k = 0$ и $r = 0$:

$$\hat{f}(0) = 4\pi \int_0^{+\infty} f(r)r^2 dr, \quad f(0) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{+\infty} \hat{f}(k)k^2 dk. \quad (2.24)$$

Численное решение осуществлялось на сетке из $N_p = 2049$ точек; r принимало значения от 0 до r_{\max} с шагом Δr , k – от 0 до k_{\max} с шагом Δk (см. ниже); r_{\max} бралось равным 80 (другие значения N_p и r_{\max} также использовались для проверки стабильности численных процедур); значение k_{\max} вычислялось из стандартных соотношений

$$\Delta r = \frac{r_{\max}}{N_p - 1}, \quad \Delta k = \frac{\pi}{(N_p - 1) \Delta r}, \quad k_{\max} = (N_p - 1) \Delta k. \quad (2.25)$$

Интегралы Фурье разлагались в интегральную сумму на сетке, используя метод Симпсона (промежуточные точки рассчитывались путём интерполяции кубическими сплайнами), и вычислялись посредством подходящего быстрого преобразования Фурье. В качестве критерия сходимости итерационного процесса использовалось условие

$$\sqrt{\int_0^{r_{\max}} \left(g_{22}^{(q)}(r) - g_{22}^{(q-1)}(r) \right)^2 dr} < 10^{-7}, \quad (2.26)$$

поскольку g_{22} сходится медленнее, чем g_{12} или g_{11} (здесь q – номер итерации).

После завершения расчётов, точность полученных результатов была проверена путём сравнения рассчитанной избыточной (кулоновской) потенциальной энергии с результатами работы [6]. Соответствие результатов оказалось крайне хорошим, значения энергии совпадали с точностью до пятой-шестой значащей цифры.

Приведём примеры полученных радиальных функций распределения и рассчитанных на их основе эффективных потенциалов для характерных случаев

слабонеидеальной и сильнеидеальной плазмы и для случая умеренной неидеальности. Кроме того, сравним эффективные потенциалы со статически экранированным кулоновским потенциалом, характерным для слабонеидеальной плазмы. С этой целью перепишем выражение (2.1) в безразмерном виде и конкретизируем длину экранирования:

$$\Phi_{ij,SSCP} = \frac{Z_i Z_j \Gamma_0}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_D}\right), \quad \frac{1}{r_D} = \sqrt{3\Gamma_0 \bar{Z}^2}. \quad (2.27)$$

Здесь r_D – радиус дебаевского экранирования (выраженный в единицах радиуса ионной сферы a).

Случай слабонеидеальной плазмы приведён на рис. 2.1. Слева показаны радиальные функции распределения (RDF – radial distribution function), справа – модули эффективных потенциалов (эффективные потенциалы могут менять знак, что отражает наличие сильных корреляций между ионами в достаточно неидеальной плазме). Рассматривается смесь Н – С, $x_H = 0.6$, $x_C = 0.4$, $\Gamma_0 = 0.01$ (при этом $\bar{\Gamma} \approx 0.12$). Штриховыми линиями показан статически экранированный кулоновский потенциал (2.27). Радиальные функции распределения ведут себя типично для смеси почти идеальных газов, а эффективные потенциалы с высокой точностью совпадают с экранированными кулоновскими потенциалами (отклонения при $r > 10$ связаны с особенностями численного расчёта и являются несущественными, т.к. абсолютные значения потенциалов в этой области малы, $|\Phi| \lesssim 10^{-6}$). Здесь следует ещё раз подчеркнуть, что при использовании гиперцепного метода не задавались никакие длины экранирования, но полученные в результате расчёта эффективные потенциалы имеют “правильную” для слабонеидеальной плазмы длину экранирования (дебаевский радиус), что также подтверждает высокую точность проведённых расчётов. Другими словами, этот метод позволяет вычислять длину экранирования из “первых принципов”.

На рис. 2.2 представлено все то же самое, что и на рис. 2.1, но для умеренно неидеальной плазмы, $\Gamma_0 = 0.1$ ($\bar{\Gamma} \approx 1.2$). Радиальные функции распределения все ещё похожи на таковые для идеального газа, хотя уже демонстрируют некоторые

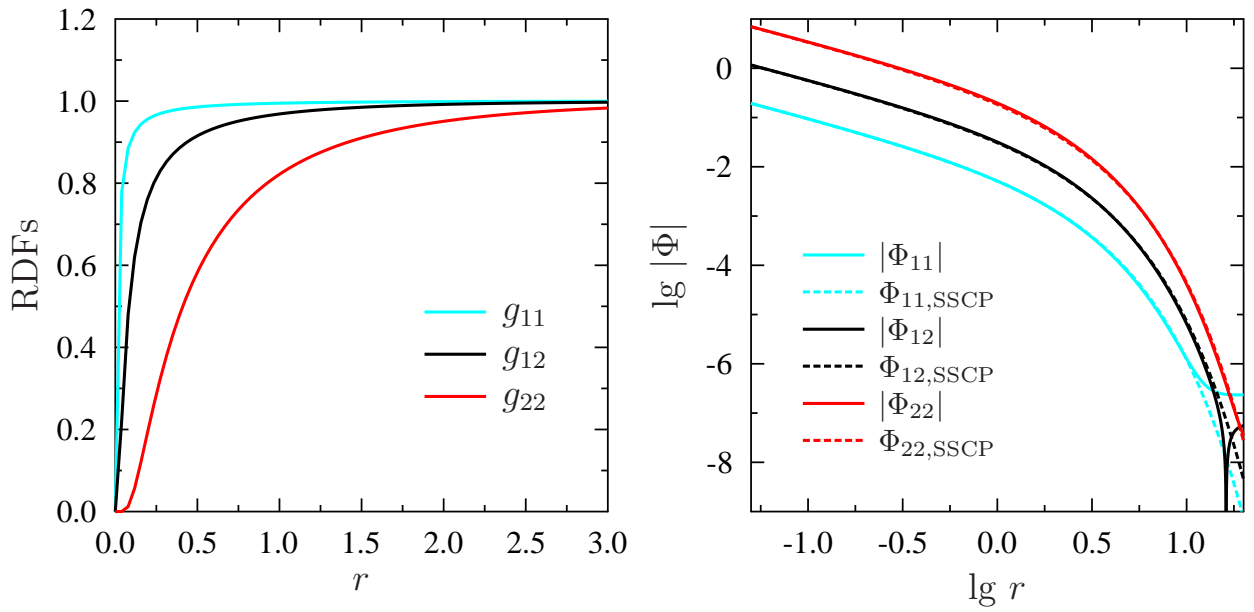


Рис. 2.1. Радиальные функции распределения (слева) и модули эффективных потенциалов (справа) для смеси Н – С. Параметры системы: $x_H = 0.6$, $x_C = 0.4$, $\Gamma_0 = 0.01$, что соответствует $\bar{\Gamma} \approx 0.12$ – слабонеидеальной плазме. Штриховыми линиями показан статически экранированный кулоновский потенциал (2.27).

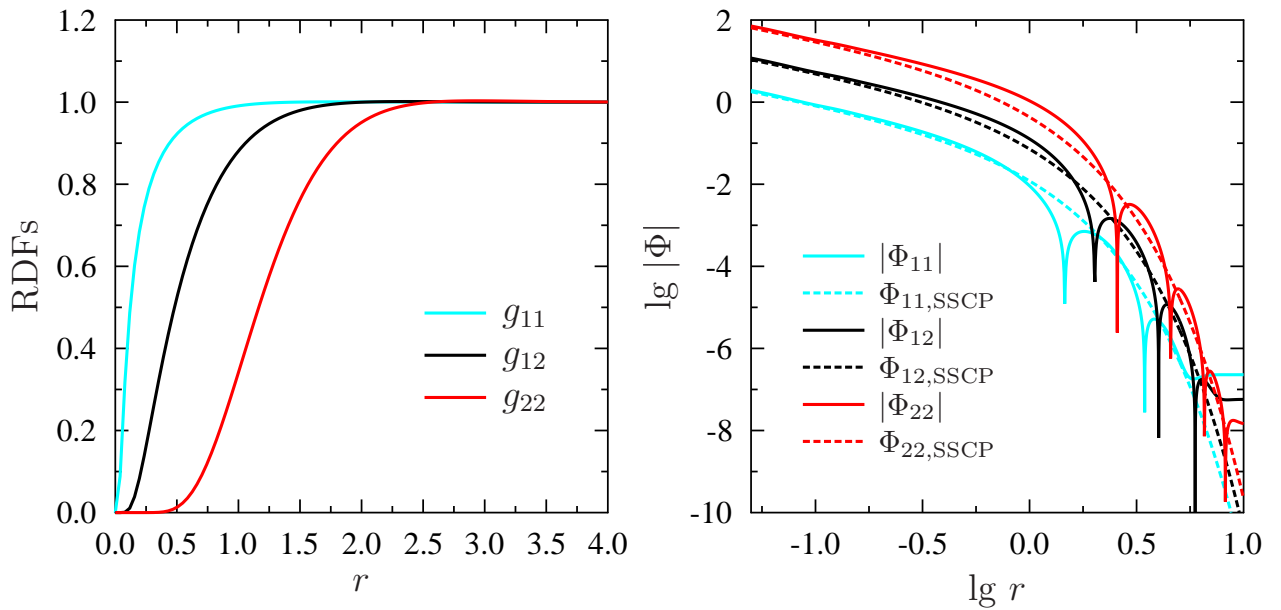


Рис. 2.2. То же, что и на рис. 2.1, но для умеренно неидеальной плазмы, $\Gamma_0 = 0.1$, что соответствует $\bar{\Gamma} \approx 1.2$.

отличия (особенно g_{22}). Эффективные потенциалы, однако, отличаются уже вполне заметно. Они начинают отклоняться от экранированных кулоновских потенциалов и демонстрируют осцилляции.

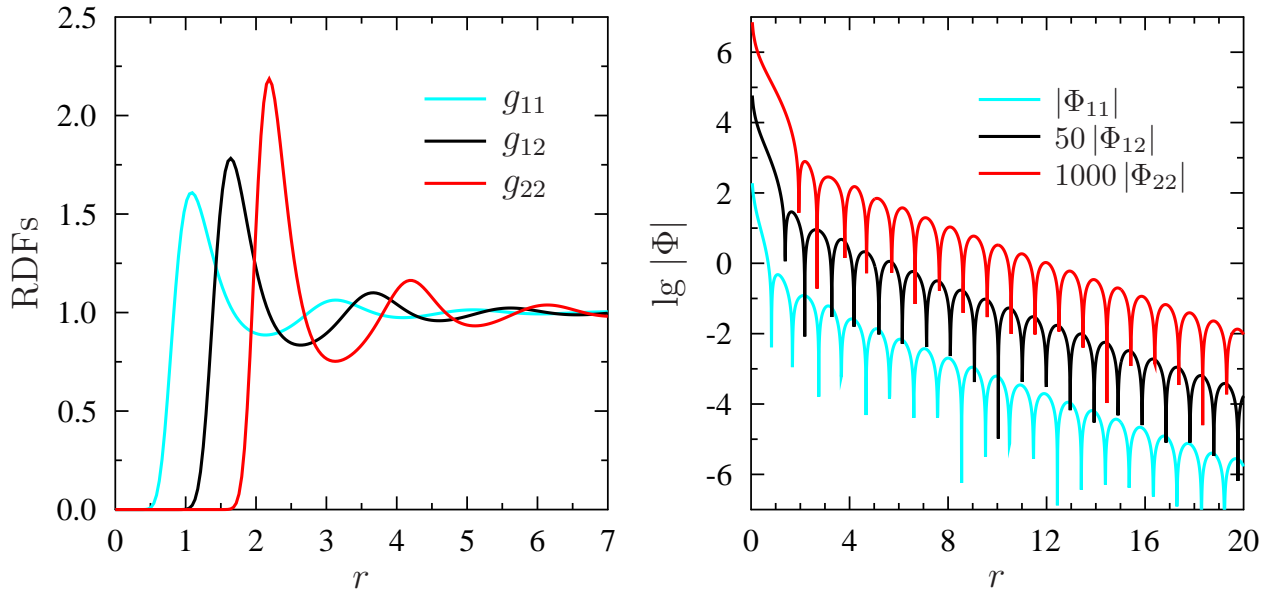


Рис. 2.3. То же, что и на рис. 2.1, но для сильнонеидеальной плазмы, $\Gamma_0 = 10$, что соответствует $\bar{\Gamma} \approx 123$. Для улучшения визуального восприятия графика значения Φ_{12} умножены на 50, значения Φ_{22} – на 1000, а также масштаб по оси r изменён с логарифмического на нормальный.

Случай сильнонеидеальной плазмы (кулоновской жидкости) приведён на рис. 2.3. Параметры системы аналогичны рис. 2.1 и 2.2, но теперь $\Gamma_0 = 10$ ($\bar{\Gamma} \approx 123$). Для улучшения визуального восприятия правого графика значения Φ_{12} умножены на 50, значения Φ_{22} – на 1000, а также масштаб по оси r изменён с логарифмического на нормальный. Кроме того, не показано сравнение с экранированным кулоновским потенциалом, поскольку для сильнонеидеальной плазмы оно не имеет смысла. Радиальные функции распределения демонстрируют поведение, характерное для конденсированного состояния вещества (т.е. для сильно коррелированных систем, таких как жидкости или твёрдые тела). Эффективные потенциалы при этом сильно осциллируют, что является следствием межйонных корреляций.

2.3. Расчёт коэффициентов диффузии

Стандартная процедура Чепмена-Энскога даёт следующее выражение для главного порядка в приближении для вычисления коэффициента взаимной диф-

фузии в двухкомпонентной смеси [23, 24] (здесь в единицах СГС [см²/с]):

$$D_{12} = \frac{3}{16} \frac{k_B T}{\mathfrak{M} n} \frac{1}{\tilde{\Omega}_{12}^{(1,1)}}, \quad (2.28)$$

где $\mathfrak{M} = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ – приведённая масса сталкивающихся ионов, $\tilde{\Omega}$ – приведённый интеграл столкновений¹⁾, который определён ниже. Второй порядок в приближении для D_{12} будет описан в разделе 2.4.

Введём “гидродинамическую” плазменную частоту ионов для смеси (см., например, [7]):

$$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi n \bar{Z}^2 e^2}{\bar{A} m_0}}, \quad (2.29)$$

Выразим коэффициент взаимной диффузии в единицах $\omega_p a^2$ через безразмерный приведённый интеграл столкновений:

$$D_{12}^* = \frac{D_{12}}{\omega_p a^2} = \frac{\pi^{3/2}}{2\sqrt{6}} \frac{1}{\sqrt{\Gamma_0}} \sqrt{\frac{\bar{A}(A_1 + A_2)}{\bar{Z}^2 A_1 A_2}} \frac{1}{\Omega_{12}^{(1,1)}}. \quad (2.30)$$

Последний интеграл столкновений определён следующим образом (см., например, [30, 58]):

$$\Omega_{12}^{(\xi, \zeta)} = \int_0^\infty \exp(-y^2) y^{2\zeta+3} Q_{12}^{(\xi)}(y) dy, \quad (2.31)$$

$$Q_{12}^{(\xi)}(u) = 2\pi \int_0^\infty [1 - \cos^\xi(\chi_{12}(b, u))] b db, \quad (2.32)$$

$$\chi_{12}(b, u) = \left| \pi - 2b \int_{r_{12}^{\min}}^\infty \frac{dr}{r^2 \sqrt{1 - \frac{b^2}{r^2} - \frac{\phi_{12}}{u^2}}} \right|, \quad (2.33)$$

где χ_{12} – классический угол рассеяния, b – прицельный параметр удара, ϕ_{12} – потенциал взаимодействия между частицами 1 и 2, u – безразмерная относительная скорость сталкивающихся частиц на бесконечности (в единицах $\sqrt{2k_B T / \mathfrak{M}}$),

¹⁾ Не следует путать с интегралом столкновений в уравнении Больцмана.

r_{12}^{\min} – расстояние наибольшего сближения [определяющее максимальное значение корня знаменателя подынтегрального выражения (2.33)].

Для слабонеидеальной (WC – weakly coupled) двухкомпонентной смеси коэффициент диффузии (2.30) может быть вычислен аналитически [23, 24]:

$$D_{12}^{*(WC)} = \sqrt{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\Gamma_0^{5/2}} \sqrt{\frac{\bar{A}(A_1 + A_2)}{\bar{Z}^2 A_1 A_2}} \frac{1}{Z_1^2 Z_2^2 \Lambda^{(WC)}}, \quad (2.34)$$

где $\Lambda^{(WC)}$ – “классический” кулоновский логарифм для слабонеидеальной плазмы,

$$\Lambda^{(WC)} = \ln \left(\frac{1}{\sqrt{3} \Gamma_0^{3/2} Z_1 Z_2 \sqrt{\bar{Z}^2}} \right), \quad \Lambda^{(WC)} \gg 1. \quad (2.35)$$

Теперь алгоритм расчёта D_{12}^* для плазмы произвольной степени неидеальности вполне очевиден. Сначала с помощью гиперцепного метода (см. раздел 2.2) вычисляем радиальные функции распределения. Затем определяем эффективный потенциал Φ_{12} исходя из соотношений (2.6) и подставляем его вместо ϕ_{12} в интеграл (2.33). И окончательно вычисляем D_{12}^* по формулам (2.30), (2.31) и (2.32).

Подобные расчёты коэффициентов взаимной диффузии были проведены для смесей $^1\text{H} - ^4\text{He}$, $^1\text{H} - ^{12}\text{C}$, $^4\text{He} - ^{12}\text{C}$, $^{12}\text{C} - ^{16}\text{O}$ и $^{16}\text{O} - ^{79}\text{Se}$ при различных значениях Γ_0 и x_1 . При необходимости можно было бы рассмотреть и другие двухкомпонентные смеси ионов. Наиболее удобным для дальнейшего использования способом представления полученного массива данных является аппроксимация эффективного кулоновского логарифма Λ_{eff} аналитическим выражением. Кулоновский логарифм определяется через D_{12}^* :

$$\Lambda_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{D_{12}^* Z_1^2 Z_2^2 \Gamma_0^{5/2}} \sqrt{\frac{\bar{A}(A_1 + A_2)}{\bar{Z}^2 A_1 A_2}}. \quad (2.36)$$

Таким образом, Λ_{eff} совпадает с $\Lambda^{(WC)}$ [ср. с выражением (2.34)] в пределе слабонеидеальной плазмы, но, в отличие от обычного кулоновского логарифма, эффективный кулоновский логарифм применим в плазме произвольной степени неидеальности. Такой подход соответствует идее эффективного кулоновского

логарифма, высказанной в работах [32, 50] (см. раздел 2.1). Кроме того, аппроксимировать Λ_{eff} вместо D_{12}^* более удобно, поскольку Λ_{eff} относительно слабо зависит от параметров плазмы (особенно от относительной концентрации x_1). Детали аналитической аппроксимации приведены в приложении А.

На рис. 2.4 представлен пример Λ_{eff} для смеси Н – С. Отчётливо видна область слабонеидеальной плазмы, область сильнонеидеальной плазмы и переходная область промежуточной неидеальности.

2.4. Обсуждение полученных результатов

Перед обсуждением результатов необходимо сделать несколько замечаний.

- Не существует строгого доказательства существования эффективного потенциала взаимодействия между двумя частицами, который полностью включал бы в себя все многочастичные эффекты (корреляции) между ионами в сильнонеидеальной кулоновской плазме (или, если обобщить, между частицами в жидкости). Более того, кажется маловероятным, чтобы такой потенциал мог существовать. Тем не менее, метод эффективных по-

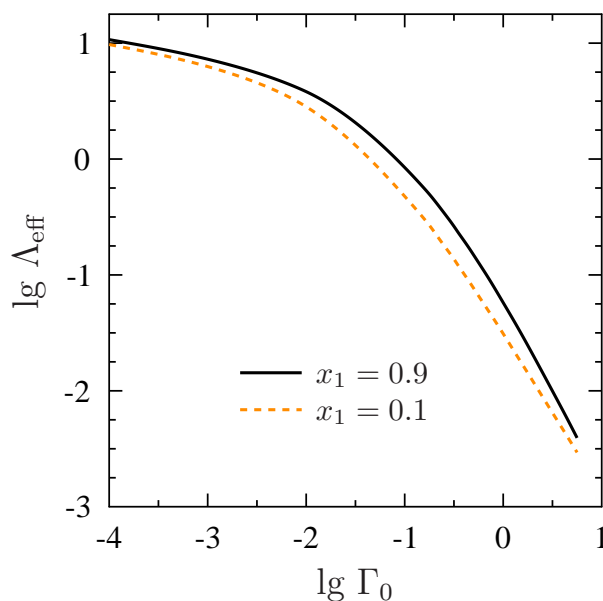


Рис. 2.4. Эффективный кулоновский логарифм Λ_{eff} , вычисленный по формуле (2.36), для смеси Н – С.

тенциалов выглядит многообещающим инструментом для решения с вполне приемлемой точностью некоторых проблем, касающихся сильнонеидеальной плазмы (см. оригинальную работу [50], в которой введена концепция эффективного потенциала).

- В представленных расчётах использован стандартный гиперцепной метод вычисления радиальных функций распределения. Хотя существуют усовершенствованные модификации гиперцепного метода (см., например, [59]), точность стандартного метода достаточна для вычисления коэффициентов диффузии. Как видно из рис. 2 статьи [50], даже использование “точных” радиальных функций распределения, вычисленных с помощью моделирования методами молекулярной динамики, даёт весьма незначительную разницу в результирующих коэффициентах диффузии, рассчитанных методом Чепмена-Энскога, в сравнении со случаем, когда применялись радиальные функции распределения, полученные стандартным гиперцепным методом.
- Приближение второго порядка для коэффициентов взаимной диффузии в методе Чепмена-Энскога в двухкомпонентной смеси могут быть записаны в виде [23, 24]:

$$[D_{12}^*]_2 = \frac{D_{12}^*}{1 - \Delta}, \quad (2.37)$$

где

$$\Delta = 5(C - 1)^2 \frac{P_1 \frac{x_1}{x_2} + P_2 \frac{x_2}{x_1} + P_{12}}{Q_1 \frac{x_1}{x_2} + Q_2 \frac{x_2}{x_1} + Q_{12}}, \quad (2.38)$$

$$P_1 = \left(\frac{A_1}{A_1 + A_2} \right)^3 E_1, \quad P_2 = \left(\frac{A_2}{A_1 + A_2} \right)^3 E_2, \quad (2.39)$$

$$P_{12} = \frac{3(A_1 - A_2)^2 + 4A_1 A_2 A}{(A_1 + A_2)^2}, \quad (2.40)$$

$$Q_1 = A_1 E_1 \frac{6A_2^2 + 5A_1^2 - 4A_1^2 B + 8A_1 A_2 A}{(A_1 + A_2)^3}, \quad (2.41)$$

$$Q_{12} = \frac{3(A_1 - A_2)^2(5 - 4B) + 4A_1 A_2 A(11 - 4B)}{(A_1 + A_2)^2} + \frac{2E_1 E_2 A_1 A_2}{(A_1 + A_2)^2}, \quad (2.42)$$

$$A = \frac{\Omega_{12}^{(2,2)}}{5\Omega_{12}^{(1,1)}}, \quad B = \frac{5\Omega_{12}^{(1,2)} - \Omega_{12}^{(1,3)}}{5\Omega_{12}^{(1,1)}}, \quad C = \frac{2\Omega_{12}^{(1,2)}}{5\Omega_{12}^{(1,1)}}, \quad (2.43)$$

$$E_j = \frac{\Omega_{jj}^{(2,2)}}{5\Omega_{12}^{(1,1)}} \frac{(A_1 + A_2)^2}{A_1 A_2} \sqrt{\frac{2A_1 A_2}{A_j(A_1 + A_2)}}, \quad j = 1, 2. \quad (2.44)$$

Величина Q_2 получается из Q_1 путём замены индекса 1 на 2 и наоборот. Интеграл $\Omega_{jj}^{(2,2)}$ определён точно таким же образом, как и $\Omega_{12}^{(\xi,\zeta)}$, но с Φ_{jj} вместо Φ_{12} . Оценка поправок второго порядка показала, что они не превосходят 5% для смеси Н – С. Для смесей с более похожими ионами эта поправка ещё меньше. Следовательно, можно пренебречь поправками второго порядка, так как точность результатов ограничена точностью аналитических аппроксимаций и самим методом эффективных потенциалов.

К сожалению, существует не так много данных, с которыми можно сравнить полученные коэффициенты взаимной диффузии. Как видно из рис. 2.5 и табл. 2.1, коэффициенты диффузии D_{12}^* , полученные методом эффективных потенциалов, систематически больше значений D_{12}^{*MD} , полученных Ансеном и др. в работе [7] методами молекулярной динамики, причём разница возрастает с увеличением Γ_0 . Это совершенно такое же поведение, как и в оригинальной работе [50] (рис. 2), авторы которой предложили метод эффективных потенциалов. Было проведено сравнение полученных данных с расчётами методами молекулярной динамики из работ [41, 43] и получен аналогичный результат. Рост расхождения с увеличением Γ_0 кажется следствием приближенного характера самого метода эффективных потенциалов. Поскольку данные, рассчитанные методами молекулярной динамики, получены из “первых принципов”, их следует рассматривать как более достоверные, чем данные, полученные гиперцепным методом. Однако, различия между результатами расчётов методами молекулярной динамики и гиперцепным методом появляются в сильнонеидеальной плазме, когда квантовые эффекты в движении ионов начинают играть существенную роль. К сожалению, в упомянутых выше работах, с которыми сравниваются полученные результаты, квантовые

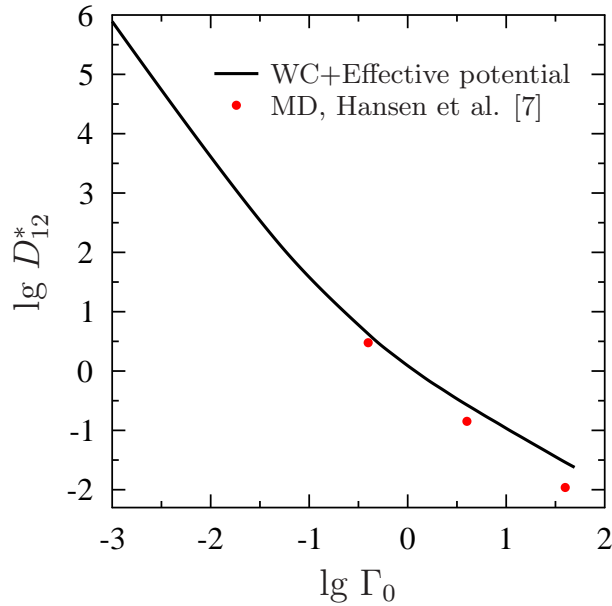


Рис. 2.5. Коэффициент взаимной диффузии D_{12}^* в смеси Н – Не ($x_{\text{H}} = x_{\text{He}} = 0.5$) как функция Γ_0 и сравнение с результатами расчётов методом молекулярной динамики из статьи [7]. Хорошо видны области слабонеидеальной плазмы, сильнеидеальной плазмы и переходная область умеренной неидеальности (ср. с рис. 2.4). Значения D_{12}^* приведены в табл. 2.1.

эффекты также не учитываются ни в рамках методов молекулярной динамики, ни в гиперцепной схеме. В такой ситуации невозможно сравнить полученные результаты с *истинно* точными решениями. Поэтому предлагаем использовать результаты гиперцепного метода; они могут быть получены относительно просто и быстро. При этом можно ожидать, что точные решения, если удастся их получить, не будут *существенно* отличаться от приближенных.

С помощью коэффициентов диффузии, вычисленных методом эффективных потенциалов, была сделана попытка найти приближенное соотношение, аналогичное соотношению (2.3). В результате удалось получить следующее приближенное выражение: $D_{12} \approx D_{12}^{\text{S}}$, где

$$D_{12}^{\text{S}}(n, T) = x_2 D_1(\tilde{n}_1, T) + x_1 D_2(\tilde{n}_2, T). \quad (2.45)$$

Здесь D_1 и D_2 – коэффициенты самодиффузии в “эквивалентной” однокомпонентной плазме и

$$\tilde{n}_j = \frac{\overline{Z^2}}{Z_j^2} n. \quad (2.46)$$

Такой выбор \tilde{n}_j приводит к тому, что длина дебаевского экранирования в эквивалентной однокомпонентной плазме равна тому же значению, что и в исходной двухкомпонентной смеси ионов. Это похоже на правило линейного смешивания (см., например, [6]), где “эквивалентные” однокомпонентные плазмы выбираются таким образом, что они имеют те же концентрации электронов, как и в двухкомпонентных смесях [т.е. $\tilde{n}_j = (\bar{Z}/Z_j)n$]. Первоначально соотношение (2.45) было получено полуэмпирическим путём для слабонеидеальной плазмы, однако оно выполняется и в сильнонеидеальной плазме, несмотря на то, что концепция дебаевского экранирования ионов к сильнонеидеальной плазме неприменима. Примеры D_{12}^S представлены в таблице 2.1.

2.5. Выводы ко второй главе

Итак, в этой главе были рассмотрены коэффициенты взаимной диффузии D_{12} в двухкомпонентной смеси ионов в предположении, что они представляют собой

Таблица 2.1. Сравнение коэффициентов взаимной диффузии D_{12}^* , полученных методом эффективных потенциалов, с результатами моделирования методами молекулярной динамики; смесь Н – Не. А также проверка выполнения соотношений (2.45) в смесях Н – Не и Н – С. Значения D_{12}^{*MD} взяты из работы [7]. Значения D_{12}^{*S} получены из выражения (2.45), причём коэффициенты самодиффузии в однокомпонентной плазме также вычислены методом эффективных потенциалов.

Н – Не					Н – С			
x_1	Γ_0	D_{12}^*	D_{12}^{*S}	D_{12}^{*MD}	x_1	Γ_0	D_{12}^*	D_{12}^{*S}
0.5	0.397	4.20	3.73	3.00	0.2	5.75	0.0572	0.0322
0.5	3.992	0.268	0.230	0.142	0.5	5.75	0.0635	0.0354
0.5	39.738	0.0290	0.0242	0.0109	0.8	5.75	0.0688	0.0445
0.75	40.831	0.0279	0.0235	0.0122				
0.25	40.610	0.0277	0.0237	0.0076				

либо почти идеальный газ, либо кулоновскую жидкость, а электроны образуют почти равномерный отрицательно заряженный фон. Эта проблема исследовалась в течение длительного времени во многих работах (см. раздел 2.1), но единой процедуры вычисления коэффициентов диффузии, важных для практических приложений, не существовало. Главное препятствие заключается в сложности расчёта коэффициентов диффузии в режиме сильнонеидеальной плазмы из первых принципов, такими методами, как метод молекулярной динамики.

Для разрешения указанной проблемы использовался метод эффективных межйонных потенциалов, предложенный авторами работы [50]. Они выдвинули идею вычислять эффективные потенциалы, используя относительно простой гиперцепной метод, а затем применять этот потенциал для расчёта коэффициентов диффузии стандартным методом Чепмена-Энскога, который, как известно, строго применим только для разреженной слабонеидеальной плазмы. Однако авторы статьи [50] предложили использовать его и для разреженной плазмы, и для кулоновской жидкости. Они продемонстрировали, что такой подход обеспечивает приемлемую точность вычисления коэффициентов самодиффузии в однокомпонентной плазме. В этой главе их метод расширен на случай двухкомпонентных смесей. Показано, что он остаётся достаточно точным для вычисления коэффициентов взаимной диффузии в таких смесях. Объединение двух хорошо разработанных методов (гиперцепной схемы расчёта эффективных потенциалов и схемы Чепмена-Энскога для вычисления кинетических коэффициентов) делает такой подход пригодным для определения коэффициентов взаимной диффузии в двухкомпонентных смесях в широком диапазоне температур и плотностей.

Для демонстрации эффективности этого метода были рассчитаны значения D_{12} для пяти двухкомпонентных смесей ($^1\text{H} - ^4\text{He}$, $^1\text{H} - ^{12}\text{C}$, $^4\text{He} - ^{12}\text{C}$, $^{12}\text{C} - ^{16}\text{O}$ и $^{16}\text{O} - ^{79}\text{Se}$). По аналогии с результатами работы [32], коэффициенты диффузии D_{12} выражались через обобщенный кулоновский логарифм Λ_{eff} [формула (2.36)], который, в свою очередь, аппроксимировался с помощью универсальной формулы (A.1) (см. приложение A). Она содержит пять подгоночных параметров

для каждой двухкомпонентной смеси (приведены в таблице А.1, см. приложение А). Таким образом, получено единое описание коэффициентов взаимной диффузии для данных двухкомпонентных смесей. При необходимости можно легко рассмотреть и другие двухкомпонентные смеси.

Следует ещё раз подчеркнуть, что в сильнонеидеальной плазме использованное приближение эффективных потенциалов [50] является, по сути, феноменологическим. Важной нерешенной задачей является подтверждение правомерности этого метода и определение условий, при которых он обеспечивает хорошую точность. Можно ожидать, что полученные результаты не столь точны в режиме сильнонеидеальной плазмы, как в режимах слабой или умеренной неидеальности. Однако когда температура снижается до температуры плавления T_m , квантовые эффекты в движении ионов могут стать существенными для различных свойств вещества (см., например, [1]). В частности, они могут оказывать влияние на диффузию и это влияние, по всей видимости, не изучалось вообще. В такой ситуации (квантовые эффекты никак не учитываются), метод эффективных потенциалов выглядит вполне приемлемым, хотя учёт квантовых эффектов в любом случае весьма желателен. Эти проблемы, однако, находятся за рамками данного исследования.

Хотя изучение коэффициентов самодиффузии в двухкомпонентных смесях не было приоритетной задачей, отметим, что, скорее всего, их значения, вычисляемые методом эффективных потенциалов, получаются менее точными, чем значения коэффициента самодиффузии в однокомпонентной плазме [50]. Природа этого явления не вполне понятна. Возможно, это связано с тем, что вычисление коэффициентов самодиффузии D_{ii} одной из компонент в двухкомпонентной смеси требует не только Φ_{ii} , но и Φ_{ij} , в то время как вычисление коэффициента взаимной диффузии D_{ij} требует, в основном, только Φ_{ij} (см. разделы 2.3 и 2.4). Эта проблема требует решения наряду с основным вопросом о том, почему метод эффективных потенциалов достаточно хорошо работает в сильнонеидеальной плазме.

Полученные результаты (совместно с результатами главы 1) могут быть использованы для изучения различных процессов диффузии ионов в оболочках

нейтронных звёзд (об этом пойдёт речь в главе 3) и ядрах белых карликов (см., например, [8–13, 26, 60–62]), а также в плотной кулоновской плазме звёзд гигантов и сверхгигантов и планет-гигантов. Диффузионные процессы могут оказывать влияние на термодинамические и кинетические свойства плотного вещества, тепловую и химическую эволюцию указанных звёзд и их сейсмологию (см. главу 1).

Найденные значения коэффициентов диффузии находятся в приемлемом согласии со значениями, рассчитанными другими авторами и с помощью других методов. Основные преимущества представленных результатов заключаются в простоте, единообразии и удобных аппроксимирующих выражениях. Другое важное преимущество состоит в том, что метод эффективных потенциалов может быть легко обобщён для вычисления других кинетических свойств сильнонеидеальной кулоновской плазмы, например, коэффициентов диффузии и термодиффузии в многокомпонентных смесях ионов, зачастую необходимых для практических приложений, но почти не рассмотренных в литературе. Это особенно актуально для коэффициентов термодиффузии, поскольку самым распространённым способом их расчёта в сильнонеидеальной системе является моделирование неравновесной молекулярной динамики (см. подробнее, например, в работе [63], а также в монографии [64]), что представляет собой ещё более сложную вычислительную задачу, чем моделирование обычной (т.е. равновесной) молекулярной динамики.

Хотя в проделанных расчётах рассмотрен жёсткий (почти несжимаемый) электронный фон, результаты могут быть легко обобщены на случай сжимаемого фона электронов любой степени вырожденности и релятивизма.

Результаты, изложенные в этой главе, опубликованы в работе [65] и представлены на конференции фонда “Династия” (Москва, 2014 г.) и конференции “Physics of Neutron Stars 2014” (С.-Петербург, 2014 г.).

Глава 3

Теплоизолирующие оболочки нейтронных звёзд

3.1. Построение моделей диффузионно-равновесных оболочек

В этой главе перейдём непосредственно к изучению диффузии во внешних теплоизолирующих оболочках нейтронных звёзд. Как уже было отмечено во введении, важной практической задачей является определение соотношений между температурой на поверхности оболочки (T_s) и на её дне (T_b). При этом в первую очередь интерес представляют диффузионно-равновесные оболочки, хотя также будут рассмотрены и неравновесные конфигурации. Здесь и далее в этой главе под равновесием будет подразумеваться именно равновесие относительно диффузии. Теплоизолирующие оболочки не являются изотермическими и, соответственно, не могут находиться в состоянии полного (глобального) термодинамического равновесия. Разумеется, локальное термодинамическое равновесие соблюдается всюду.

Будем использовать те же предположения, что и в разделах 1.2 и 1.3. Кроме того, воспользуемся ещё одним дополнительным предположением, а именно пренебрежём эффектом термодиффузии. Справедливость это предположения будет проанализирована далее. С учётом сделанных предположений для диффузионных потоков ионов придём к уже полученному ранее в разделе 1.3 выражению (1.25). Но теперь не будем ограничиваться приближением изотермической сильно(слабо-)неидеальной плазмы, а рассмотрим плазму произвольной степени неидеальности при наличии градиентов температур. Такая плазма характерна для теплоизолирующих оболочек нейтронных звёзд.

Равновесие относительно диффузии означает отсутствие диффузионных потоков, что согласно (1.25) эквивалентно условию $d_1 = 0$. Учитывая также, что $d_2 = -d_1$ и квазиравновесие электронов $d_e = 0$ (см. разделы 1.2 и 1.3),

получим условия диффузионного равновесия $d_1 = d_2 = d_e = 0$. Или, принимая во внимание общее гидростатическое равновесие оболочки и соотношение (1.12), получим $\tilde{f}_1 = \tilde{f}_2 = \tilde{f}_e = 0$. Это и есть уравнения диффузионного равновесия оболочек нейтронных звёзд. Используя выражения (1.6), (1.9) и (1.15) [ср. также (1.14)], исходную систему уравнений можно записать в явном виде

$$\tilde{\nabla} \mu_e = -eE, \quad \tilde{\nabla} \mu_j = m_j g + Z_j eE, \quad (3.1)$$

где величина $\tilde{\nabla}$ определена как

$$\tilde{\nabla} \mu_\alpha \equiv \sum_j \frac{\partial \mu_\alpha}{\partial n_j} \nabla n_j + \frac{\partial P}{\partial T} \left(\sum_j n_j \frac{\partial \mu_\alpha}{\partial n_j} \right) \left(\sum_k n_k \frac{\partial P}{\partial n_k} \right)^{-1} \nabla T. \quad (3.2)$$

Индексы j, k пробегает значения 1, 2; индекс $\alpha - e, 1, 2$. Химические потенциалы и давление предполагаются известными вместе со своими производными как функции концентраций ионов и температуры (см. далее). Неизвестными величинами являются ∇n_j и eE . Интересно отметить, что в рамках сделанных предположений нет необходимости знать сами коэффициенты диффузии. Однако в общем случае, без пренебрежения термодиффузией, для расчёта равновесной конфигурации необходимо знать как коэффициенты диффузии, так и термодиффузии.

Замыканием системы уравнений (3.1) и (3.2) является выражение для плотности потока тепла (см. обзор [22] и приведённые там ссылки)

$$e^{-\Phi} \kappa \nabla (T e^\Phi) = -F_T, \quad (3.3)$$

где F_T – локальная плотность теплового потока, κ – теплопроводность, градиент ∇ определён выражением (1.8) и $\Phi(r)$ – метрическая функция, определяющая гравитационное красное смещение [метрика пространства-времени определяется выражением (1.7), детали см. в разделе 1.2]. Здесь важно отметить, что поскольку термодиффузия в рамках сделанных предположений не учитывается, то и в выражении для теплового потока пренебрегается обратным эффектом (эффектом Дюфура).

Типичная толщина теплоизолирующей оболочки составляет несколько сотен метров, что намного меньше, чем окру́жный радиус нейтронной звезды ($R \sim 12$ км). Поэтому оболочку можно считать локально плоской (плоско-параллельной), а задачу по расчёту ее параметров – одномерной. При этом функции Φ и λ можно заменить на константы: $2\Phi \approx -2\lambda \approx \ln(1 - 2GM/Rc^2)$, где M – гравитационная масса всей звезды. В этом приближении оператор градиента ∇ заменяется производной по глубине d/dz (см. ниже), а условие гидростатического равновесия и выражение для теплового потока можно записать в простом одномерном виде (см., например, [66])

$$\frac{dP}{dz} = g_s \rho, \quad \kappa \frac{dT}{dz} = F_T. \quad (3.4)$$

Здесь $g_s = e^\lambda GM/R^2$ – ускорение свободного падения на поверхности звезды, а $z = e^\lambda(R - r)$ – собственная глубина.

Уравнения (3.1), совместно с определением (3.2), уравнением теплового потока (3.3) [или, что эквивалентно, уравнением (3.4)] и уравнением состояния кулоновской плазмы составляют полный набор уравнений, необходимый для расчёта диффузионно-равновесной оболочки. Интегрирование системы следует вести от поверхности оболочки (более точно, от радиативной границы) с температурой T_s в глубь оболочки вплоть до плотности $\rho = \rho_b$, которая задаёт дно оболочки (см. далее). Таким образом происходит вычисление распределений всех физических параметров в оболочке (в частности, T , P и n_α) с глубиной z или, что эквивалентно, с плотностью ρ . При этом вычисляется $T_b = T(\rho_b)$ – внутренняя температура нейтронной звезды.

Недостающими “ингредиентами” для расчёта являются уравнение состояния и термодинамические функции (в частности, химические потенциалы) кулоновской плазмы, а также коэффициент теплопроводности. В качестве уравнения состояния и термодинамических функций плазмы использовались аналитические аппроксимации из работы [20]¹⁾. Теплопроводность κ вычислялась как

¹⁾ Соответствующий программный код на фортране доступен по ссылке <http://www.ioffe.ru/astro/EIP/>

сумма электронной κ_e и фотонной (лучистой) κ_{ph} теплопроводностей. Для расчёта электронной теплопроводности использовались аналитические приближения, описанные в приложении А статьи [22]¹⁾, а для расчёта лучистой теплопроводности использовались росселандовские непрозрачности, представленные в Opacity Library (OPAL, [67])²⁾ и Opacity Project (OP, [69])³⁾. Интерполяция и экстраполяция по указанным таблицам непрозрачностей осуществлялась методом, аналогичным описанному в [60].

Как уже упоминалось в главе 1, уравнения (3.1) аналогичны условиям химического равновесия, приведённым в работе [26]. Отличие заключается в наличии членов с ∇T в выражениях (1.6) и (3.2), которые не учитывались в указанной работе.

Прежде чем перейти к обсуждению результатов, необходимо обсудить параметры исследуемых теплоизолирующих оболочек. Об этом речь пойдёт в следующем разделе.

3.2. Модели теплоизолирующих оболочек и их параметры

Были изучены теплоизолирующие оболочки, состоящие из бинарных ионных смесей $^1\text{H} - ^4\text{He}$ или $^4\text{He} - ^{12}\text{C}$ или $^{12}\text{C} - ^{56}\text{Fe}$ (далее изотопный состав указываться не будет, он неизменен). Как следует из уравнений, приведённых в предыдущем разделе, свойства оболочки в плоско-параллельном приближении не зависят от массы и радиуса звезды по-отдельности, а только от ускорения свободного падения на её поверхности. Все такие оболочки автомодельны. Результаты, полученные при одном значении g_s могут быть легко перемасштабированы для другого значения g_s (см. [66] и приложение Б). Для расчётов использовалось значение $g_{s0} = 2.4271 \times 10^{14} \text{ см/с}^2$, которое соответствует “канонической” модели

¹⁾ Соответствующий программный код на фортране доступен по ссылке <http://www.ioffe.ru/astro/conduct/>

²⁾ Доступны через проект MESA [68] по ссылке <http://mesa.sourceforge.net/index.html>

³⁾ Доступны по ссылке <http://opacities.osc.edu/rmos.shtml>

нейтронной звезды с массой $M = 1.4 M_{\odot}$ и радиусом $R = 10$ км. Для двух реалистичных уравнений состояния вещества нейтронных звёзд¹⁾ ННУ [70, 71] (см. раздел 5.3) и BSk21 [72–74] такое поверхностное ускорение свободного падения отвечает звёздам с параметрами $M = 1.73 M_{\odot}$, $R = 11.3$ км и $M = 2.00 M_{\odot}$, $R = 12.3$ км соответственно.

Ожидаемым результатом выполненных расчётов является то, что все рассмотренные диффузионно-равновесные оболочки демонстрируют стратификацию элементов: более лёгкие ионы в смеси концентрируются в верхних слоях оболочки, более тяжёлые ионы – в нижних слоях оболочки. Существенно двухкомпонентная смесь (переходный слой) образуется где-то посередине. Схематичное изображение теплоизолирующей оболочки представлено на рис. 3.1, на котором также показаны направления электрического поля и потока тепла.

Ширина переходного слоя зависит от многих параметров: конкретной смеси, температуры, глубины залегания. Рассматриваемые смеси принципиально различны: в смесях Н – Не и С – Fe эффективные “молекулярные веса” ионов различны, следовательно, доминирующий механизм разделения ионов – гравитационный (см. главу 1); в смеси Не – С эффективные “молекулярные веса” ионов одинаковы, гравитационный механизм не работает и разделение ионов обеспечивается кулоновским механизмом. Как было показано в главе 1, кулоновский механизм заметно слабее гравитационного, поэтому можно ожидать, что в смеси Не – С переходный слой должен быть значительно шире, чем в смесях Н – Не и С – Fe, что и было подтверждено в результате выполнения расчётов (см. далее).

Для дальнейшей работы и анализа результатов необходимо ввести параметр, который будет характеризовать количество лёгких и тяжёлых ионов в смеси. В качестве такого параметра удобно использовать накопленную (гравитационную) массу ΔM лёгких ионов в оболочке. Однако такой параметр не вполне удобен для определения глубины залегания переходного слоя. Поэтому лучше перейти к

¹⁾ Не следует путать уравнение состояния вещества в теплоизолирующих оболочках и уравнения состояния вещества во внутренних областях нейтронных звёзд.

эффективной плотности перехода ρ^* , такой, что если вместо переходного слоя между лёгкими и тяжёлыми ионами была бы резкая граница, то все лёгкие ионы с накопленной массой ΔM содержались бы в области $\rho < \rho^*$, а все тяжёлые – в области $\rho > \rho^*$ (см. рис. 3.1). Между ΔM и ρ^* существует взаимно-однозначное соответствие, которое имеет простой вид в предположении, что все давление обеспечивается вырожденными электронами (см., например, [60, 66, 75]):

$$\frac{\Delta M}{M} = \frac{1.510 \times 10^{-11}}{g_{s14}^2} \left\{ \xi(\rho^*) \sqrt{1 + \xi(\rho^*)^2} \left[\frac{2}{3} \xi(\rho^*)^2 - 1 \right] + \ln \left[\xi(\rho^*) + \sqrt{1 + \xi(\rho^*)^2} \right] \right\}, \quad (3.5)$$

где g_{s14} – ускорение свободного падения в единицах 10^{14} см/с², а

$$\xi(\rho) = 0.01009 (\rho Z/A)^{1/3}, \quad (3.6)$$

безразмерный параметр релятивизма электронов (ρ следует выражать в г/см³); Z и A – зарядовое и массовое числа лёгких ионов в смеси.

Решение уравнения (3.5) относительно ξ даёт значение ρ^* , соответствующее данному ΔM . Необходимо отметить, что при малых значениях ρ^* электроны

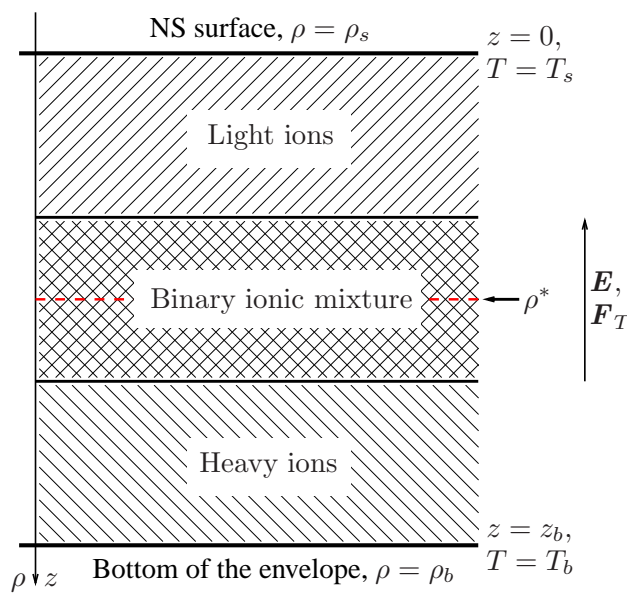


Рис. 3.1. Схема теплоизолирующей оболочки нейтронной звезды в плоско-параллельном приближении.

могут быть невырожденными. В таком случае формула (3.5) представляет собой формальное определение ρ^* через ΔM ; своё физическое значение характерной плотности перехода от одного сорта ионов к другому величина ρ^* обретает лишь тогда, когда попадает в область вырождения электронов.

Таким образом, после задания химического состава и ускорения свободного падения g_s оболочка характеризуется поверхностной температурой T_s и количеством лёгких элементов, задаваемым ΔM или ρ^* , а также плотностью на дне оболочки ρ_b (см. далее). Разумеется, эти параметры имеют физические ограничения (см., например, [60]). В частности, при высоких температурах и/или плотностях водород превращается в гелий из-за термо- или пикно-ядерных реакций и бета-захватов. Очень грубо, это происходит при $T \gtrsim 4 \times 10^7$ К и/или $\rho \gtrsim 10^7$ г/см³. Далее гелий превращается в углерод при $T \gtrsim 10^8$ К и/или $\rho \gtrsim 10^9$ г/см³ и углерод превращается в более тяжёлые элементы при $T \gtrsim 10^9$ К и/или $\rho \gtrsim 10^{10}$ г/см³. Другое ограничение: $\rho^* \lesssim \rho_b$, иначе оболочка будет состоять только из лёгких ионов. Также накопленная масса ограничена снизу и не может быть меньше массы атмосферы нейтронной звезды: $\Delta M \gtrsim 10^{-18} - 10^{-16} M_\odot$. Расчёты по возможности проводились при таких параметрах оболочек, чтобы различные химические элементы не попадали в области температур и плотностей, при которых эти элементы подвергаются ядерным превращениям. Сами ядерные превращения элементов не рассматривались.

Диапазон рассматриваемых температур поверхности T_s составлял от ~ 0.3 МК до ~ 3 МК, что соответствует типичному диапазону наблюдаемых поверхностных температур нейтронных звёзд (см., например, [76]¹⁾). Для смеси Н – Не плотность ρ^* варьировалась до $\sim 10^6$ г/см³, для Не – С — до $\sim 10^8$ г/см³ и для С – Fe — до $\sim 10^9$ г/см³ в связи с упомянутыми ограничениями на ядерные превращения.

¹⁾ Таблица наблюдаемых параметров нейтронных звёзд, тепловое излучение которых зарегистрировано, доступна по адресу <http://www.neutronstarcooling.info/>

Выбор значения ρ_b требует отдельных комментариев. После первых ~ 100 лет жизни, внутренние области изолированной нейтронной звезды становятся изотермическими. Заметный градиент температуры сохраняется только в теплоизолирующей оболочке (отсюда и название). Поэтому с физической точки зрения в качестве ρ_b имеет смысл брать такое значение ρ_b^* , что при $\rho > \rho_b^*$ градиент температуры пренебрежимо мал. Другими словами, ρ_b^* – это плотность, глубже которой оболочка становится изотермической. Однако на практике это неудобно, поскольку определённая таким образом плотность ρ_b^* зависит от множества параметров, в первую очередь от T_s , что наглядно продемонстрировано на рис. 3.2. На этом рисунке показана зависимость ρ_b^* для оболочки из чистого железа (сплошная кривая) и оболочки из чистого углерода (штриховая кривая) от температуры поверхности T_s . Видно, что при уменьшении T_s на порядок эта плотность уменьшается на ~ 5 порядков. Этот рисунок наглядно показывает, как истончается реальная физическая теплоизолирующая оболочка нейтронной звезды при ее остывании. Поэтому обычно для удобства расчётов в качестве

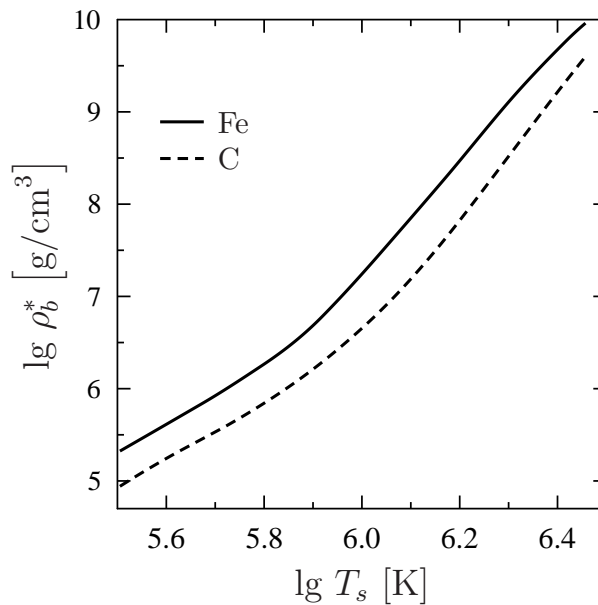


Рис. 3.2. Эффективная плотность ρ_b^* на дне оболочки, при которой плазма становится изотермической, показана как функция T_s для модели “канонической” нейтронной звезды ($M = 1.4 M_{\odot}$, $R = 10$ км). Сплошная кривая соответствует оболочке из чистого железа, штриховая кривая – из чистого углерода.

значения ρ_b выбирают некую фиксированную, заданную “вручную”, плотность. “Каноническое” значение равно $\rho_b = 10^{10}$ г/см³ (см., например, [66]). Это значение можно менять в зависимости от конкретной задачи. Расчёты тепловой эволюции нейтронных звёзд используют стационарные соотношения $T_b - T_s$ в качестве граничного условия. Чем выше ρ_b , тем лучше выполняются подобные расчёты (увеличивается скорость сходимости численных алгоритмов). С другой стороны, чем выше ρ_b , тем больше время диффузии t_d тепла через оболочку. Понятно, что нельзя проводить моделирование процессов тепловой эволюции, если характерное время их протекания меньше, чем t_d . Оценка для “канонической” нейтронной звезды ($M = 1.4 M_\odot$, $R = 10$ км) с $T_s = 1$ МК и оболочкой из железа даёт $t_d \sim 1$ год. Поэтому, если надо моделировать более быстрые процессы, то необходимо понизить ρ_b (ценой ухудшения работы численных алгоритмов). Например, для тех же условий значение $\rho_b = 10^8$ г/см³ даёт $t_d \sim 1$ день.

Кроме того, надо иметь в виду, что при некоторых условиях (например, при наличии достаточно сильных магнитных полей), оболочка может достигать изотермического состояния при более высоких значениях ρ_b (см., например, [77, 78]). При этом, разумеется, возрастает t_d (до ~ 10 лет при $\rho_b = 4 \times 10^{11}$ г/см³). Другая ситуация возможна, если оболочка имеет “слоистую” структуру из ионов разных сортов (см., например, [60, 79]). При этом зависимость $T(\rho)$ может выходить на насыщение при некотором значении ρ_b^* , а затем продолжить свой рост с увеличением ρ при переходе в слой с бóльшим значением Z . В этом случае величину ρ_b^* можно назвать “ложным физическим дном” оболочки. В связи с изложенным, расчёты оболочек проводились при $\rho_b = 10^8$, 10^9 и 10^{10} г/см³ (кроме смеси Н – Не, для которой плотность 10^{10} г/см³ недостижима из-за ядерных реакций), чтобы при дальнейшем использовании полученных результатов можно было бы выбрать подходящее для конкретной задачи значение ρ_b .

Следующие разделы посвящены непосредственно полученным результатам.

3.3. Результаты для диффузионно-равновесных оболочек

На рис. 3.3 представлены распределения ионов и температурные профили $T(\rho)$ в оболочках из смесей He – C и C – Fe при условии, что $\rho_b = 10^{10}$ г/см³. Расчёты выполнены для двух температур поверхности, $T_s = 0.8$ и 1.5 МК (сплошные и штриховые кривые, соответственно). Накопленная масса лёгких элементов соответствует $\rho^* = 10^6$ г/см³ для оболочки из смеси He – C (чёрные кривые) и $\rho^* = 10^8$ г/см³ для оболочки из смеси C – Fe (красные кривые). Выбранное значение ρ^* для смеси He – C соответствует глубине залегания переходного слоя $z^* \approx 3$ м и глубине всей оболочки $z_b \approx 161$ м; для смеси C – Fe получим, соответственно, $z^* \approx 28$ м и $z_b \approx 145$ м.

На левой части рис. 3.3 показаны профили фракций лёгких ионов. Видно, что переходный слой в смеси He – C значительно шире переходного слоя в смеси C – Fe (характерная относительная ширина $\delta\rho/\rho^*$ отличается примерно на порядок). Этот результат подтверждает сделанное в разделе 3.2 предположение и

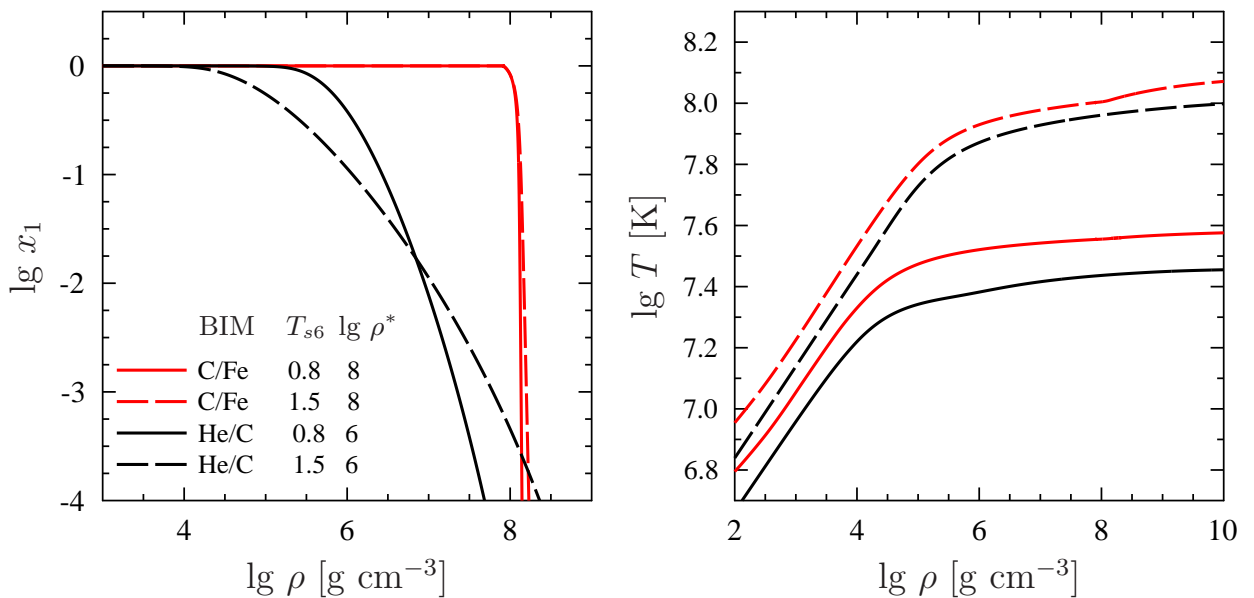


Рис. 3.3. Фракция лёгких ионов как функция ρ (слева) и зависимость $T(\rho)$ (справа) в теплоизолирующих оболочках, состоящих из смесей He – C и C – Fe, для “канонической” нейтронной звезды. Расчёт произведён при $T_{s6} = T_s/10^6$ К = 0.8 (сплошные кривые) и 1.5 (штриховые кривые); при этом $\rho^* = 10^6$ г/см³ (He – C; чёрные кривые) и 10^8 г/см³ (C – Fe; красные кривые). Детали см. в тексте.

хорошо согласуется с выводами из главы 1 и работы [26] о различии гравитационного и кулоновского механизмов разделения ионов в смесях с различными и одинаковыми эффективными “молекулярными весами”. Из-за широкой переходной области в смеси He – C диффузионный “хвост” ионов гелия присутствует при плотностях, заметно превышающих ρ^* , и вносит значительный вклад в общую накопленную массу гелия ΔM . Для смеси C – Fe диффузионный “хвост” углерода значительно менее выражен, и практически вся накопленная масса углерода содержится в области $\rho \lesssim \rho^*$. Отличие в поведении диффузионных “хвостов” может быть крайне важным для изучения диффузионного ядерного горения. Кроме того, из рисунка видно, что с увеличением температуры ширина переходного слоя увеличивается, особенно в смеси He – C.

На правой части рис. 3.3 показаны профили температуры. Из графика видно, как оболочки выходят на изотермический режим. Как упоминалось в предыдущем разделе, с понижением температуры этот режим достигается раньше, что отчётливо продемонстрировано на графике. Плазма из более лёгких ионов имеет более высокую теплопроводность (см., например, [1]). Следовательно, теплопроводность смеси He – C в целом выше, чем смеси C – Fe. Поэтому зависимости $T(\rho)$ для смеси He – C идут ниже, чем для смеси C – Fe при одинаковой температуре поверхности.

На рис. 3.4 показаны типичные соотношения $T_b - T_s$ для оболочек He – C (слева) и C – Fe (справа) при $\rho_b = 10^{10}$ г/см³. На каждом графике изображены зависимости $T_b(T_s)$ для оболочек, содержащих чистые элементы (He и C слева; C и Fe справа) и их смесь при фиксированном $\rho^* = 10^6$ г/см³. Как и в случае с рис. 3.3, более лёгкие элементы имеют более низкое значение T_b для данного T_s , чем более тяжёлые элементы. В случае смеси получается промежуточный вариант между двумя чистыми элементами. Варьируя ρ^* , можно менять теплоизоляцию оболочки и, следовательно, менять T_b (подробности см. далее).

На рис. 3.5 продемонстрирована зависимость внутренней температуры T_b от эффективной плотности перехода ρ^* при фиксированной температуре поверх-

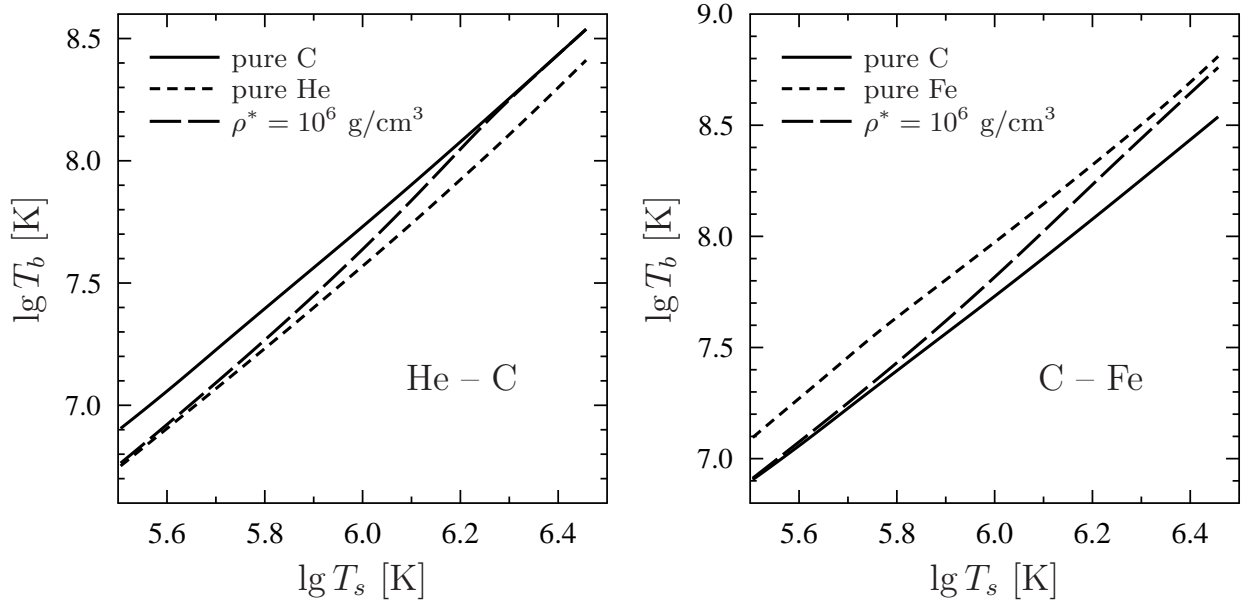


Рис. 3.4. Соотношения $T_b - T_s$ для оболочек из чистых He / C (слева) и C / Fe (справа) и их смесей при $\rho^* = 10^6$ г/см³ и $\rho_b = 10^{10}$ г/см³ для “канонической” нейтронной звезды. Сплошная кривая соответствует чистому углероду на обеих частях рисунка, короткие штрихи – чистый гелий слева и чистое железо справа; длинные штрихи – смесь He – C слева и C – Fe справа. Детали см. в тексте.

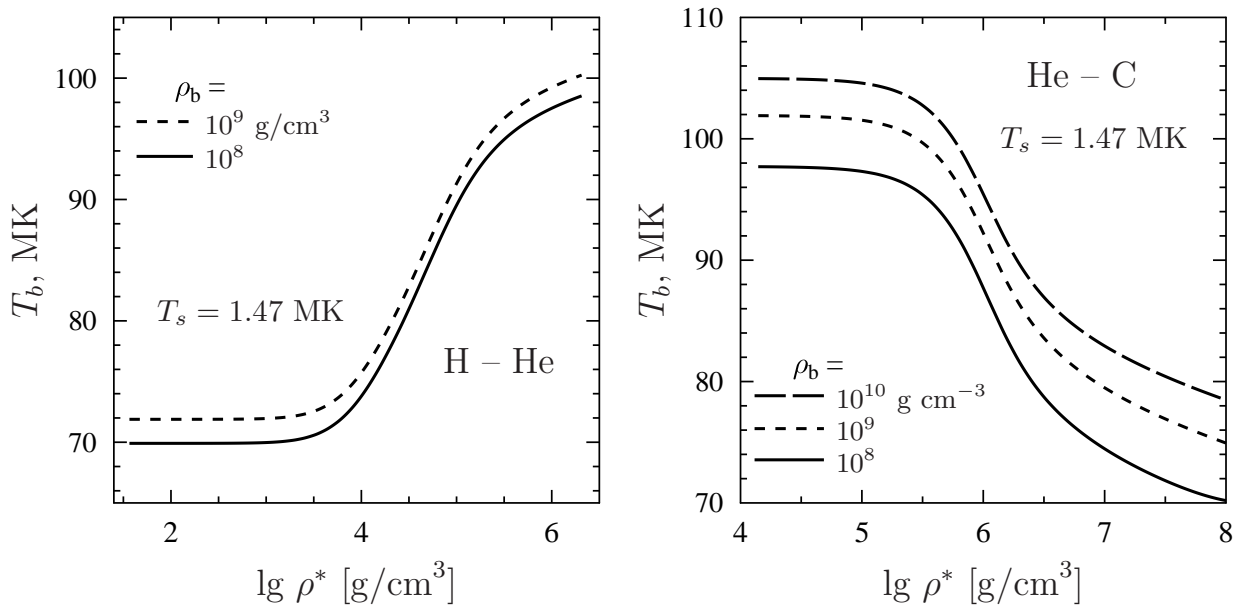


Рис. 3.5. Внутренняя температура T_b как функция ρ^* для “канонической” нейтронной звезды с теплоизолирующей оболочкой Н – He при $\rho_b = 10^8$ или 10^9 г/см³ (слева) и с оболочкой He – C при $\rho_b = 10^8$, 10^9 или 10^{10} г/см³ (справа). Поверхностная температура $T_s = 1.47$ МК. Виден переход от оболочки с преимущественно тяжёлыми ионами (низкие значения ρ^*) к оболочке с преимущественно лёгкими ионами (высокие значения ρ^*). Детали см. в тексте.

ности $T_s = 1.47$ МК для оболочек Н – Не (слева) и оболочек Не – С (справа). Сплошные кривые соответствуют $\rho_b = 10^8$ г/см³, короткие штрихи – $\rho_b = 10^9$ г/см³, длинные штрихи для оболочки Не – С соответствуют $\rho_b = 10^{10}$ г/см³ (ни водород, ни гелий не могут существовать при такой плотности, а углерод – может, см. предыдущий раздел). Все кривые демонстрируют характерный переход от оболочки, состоящей преимущественно из тяжёлых ионов (малые значения ρ^*), к оболочке, состоящей преимущественно из лёгких ионов (высокие значения ρ^*). Видно, что промежуточная область значений ρ^* , в которой принципиально важна двухкомпонентность системы, достаточно широка. Также стоит обратить внимание на разное “направление перехода” [разную монотонность в зависимости $T_b(\rho^*)$] для разных составов оболочки. Случай смеси Н – Не “аномален”: при увеличении количества лёгких элементов (водорода) T_b увеличивается, а не падает. Для смесей Не – С и С – Fe все наоборот. Этот эффект не был учтён в предыдущих работах, посвящённых теплоизолирующим оболочкам (см., например, [60]), в которых утверждалось, что замена гелия на водород не влияет на T_b . Различие объясняется, во-первых, тем, что, у водорода сильно отличается отношение заряда к массе иона по сравнению с гелием и углеродом (у железа оно тоже отличается, но значительно меньше), а, во-вторых, тем, что у гелия низкая лучистая непрозрачность.

“Полоской чувствительности” называют область, в которой $\kappa_e \approx \kappa_{ph}$. Именно эта область вносит решающий вклад в формирование соотношений $T_b - T_s$ (см., например, [66]), что видно и из рис. 3.5: пока область перехода (т.е. ρ^*) не попадает в “полоску чувствительности”, T_b практически не зависит от ρ^* ; и наоборот, когда область перехода попадает в “полоску чувствительности”, то T_b сильнее всего зависит от ρ^* . С ростом температуры поверхности “полоска чувствительности” смещается в глубь оболочки. Этим объясняется поведение длинных штрихованных кривых на рис. 3.4: при низких значениях T_s область перехода расположена глубже “полоски чувствительности”, поэтому смесь ведёт себя как чистая лёгкая компонента; с ростом T_s “полоска чувствительности”

смещается в глубь и попадает в область перехода, при этом смесь проявляет свою двухкомпонентную природу. При ещё больших значениях T_s “полоска чувствительности” оказывается глубже области перехода и смесь ведёт себя как чистая тяжёлая компонента.

На рис. 3.6 продемонстрировано влияние слагаемых с ∇T в выражении (1.6) или (3.2) на свойства He – C оболочек. На графике показаны фракции гелия $x_{\text{He}}(\rho)$ и углерода $x_{\text{C}}(\rho)$, вычисленные в пяти различных случаях (кривые 1 – 5) для одной и той же температуры поверхности $T_s = 1.1$ МК. Кривые 1, 3 и 5 вычислены с учётом вклада от ∇T , тогда как кривые 2 и 4 – без учёта этого вклада (что эквивалентно приближению, использованному в главе 1 и работе [26]). Кривые 2 и 3 рассчитаны для одного и того же значения эффективной плотности перехода $\rho^* \approx 1.7 \times 10^4$ г/см³, в то время как кривая 1 предполагает одинаковое количество углерода на радиативной поверхности (от которой идёт интегрирование уравнений), что и кривая 2 [$x_{\text{C}}(z = 0) = 2 \times 10^{-6}$]. Такое граничное условие ведёт к другой величине накопленной массы гелия, а следовательно, к другому значению плотности перехода $\rho^* \approx 3.7 \times 10^3$ г/см³. Тем не менее, различие между кривыми 1, 2 и 3 почти не сказывается на соотношении $T_b - T_s$. Значения T_b для них отличаются менее, чем на 1%, потому что соответствующие им значения ρ^* лежат вне “полоски чувствительности”. Кривые 4 и 5, напротив, имеют $\rho^* \approx 9 \times 10^5$ г/см³ – внутри “полоски чувствительности”. Однако в этом случае влияние вклада от ∇T мало ввиду более сильного вырождения электронов (как уже говорилось разделе 1.3, в пределе сильнонеидеальной плазмы и вырожденного электронного газа все слагаемые с ∇T пропадают). Поэтому кривые 4 и 5 очень близки друг к другу и ∇T снова не оказывает влияния на соотношение $T_b - T_s$.

На примере кривых 1, 2 и 3, видно, что вклад от ∇T зависит, в том числе, и от постановки задачи. Важно то, что фиксируется в качестве граничного условия: накопленная масса или фракция ионов на поверхности. Проведённые расчёты показывают, что слагаемые с ∇T оказывают наиболее сильное влияние на профили фракций ионов в случае, если область перехода приходится на область умеренной

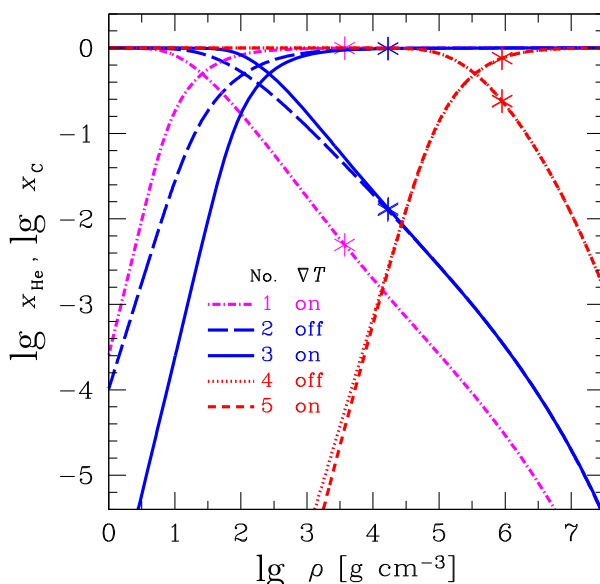


Рис. 3.6. Профили относительной концентрации гелия (убывают) и углерода (возрастают) как функции плотности ρ для пяти моделей оболочек из смеси He – C для “канонической” нейтронной звезды с $T_s = 1.1$ МК. Модели 1 – 5 показаны кривыми различного типа. Они либо включают в себя слагаемые с ∇T в выражении (1.6), либо нет, как указано на рисунке. Звёздочкой на каждой кривой отмечено положение эффективной плотности перехода ρ^* . Детали см. в тексте.

кулоновской неидеальности плазмы (не слишком сильной и не слишком слабой). Такая ситуация возникает при достаточно высоких значениях T_s во внешних областях оболочек ($\rho \lesssim 10^7$ г/см³), состоящих из сравнительно лёгких элементов (таких как водород, гелий, углерод). Но даже в этих случаях влияние ∇T на соотношения $T_b - T_s$, профили давления, температуры и плотности вещества мало.

3.4. Результаты для диффузионно-неравновесных оболочек

Помимо диффузионно-равновесных теплоизолирующих оболочек были рассмотрены и диффузионно-неравновесные конфигурации. Поскольку диффузия ионов – достаточно медленный процесс (см. ниже), оболочки могут существовать в неравновесном состоянии продолжительное время. При этом, разумеется, общее гидростатическое равновесие не нарушается. В качестве иллюстрации были рассмотрены оболочки с фиксированным распределением ионов $x_j(\rho)$. При этом игнорировались уравнения диффузионного равновесия, а структура оболочки

вычислялась интегрированием уравнений (3.4). Это значительно более простая задача, чем соблюдение условий диффузионного равновесия.

Результаты представлены на рис. 3.7. Слева показаны три модели оболочки, состоящей из смеси Н – Не, справа – три модели оболочки из смеси Не – С. На графиках продемонстрированы распределения фракции гелия x_{He} как функции ρ для “канонической” модели нейтронной звезды при одной и той же температуре поверхности $T_s = 1$ МК. Все три модели со смесью Н – Не имеют одинаковое количество водорода ($\lg \rho^* = 5.06$), а все три модели со смесью Не – С – одинаковое количество гелия ($\lg \rho^* = 7.18$). Фракция гелия возрастает на левом графике, т.к. гелий тяжелее водорода, и убывает на правом графике, т.к. гелий легче углерода. Сплошные кривые соответствуют диффузионно-равновесным конфигурациям, штриховые – неравновесным с более широкой (длинные штрихи) и более узкой (короткие штрихи) переходными областями, чем в равновесной конфигурации.

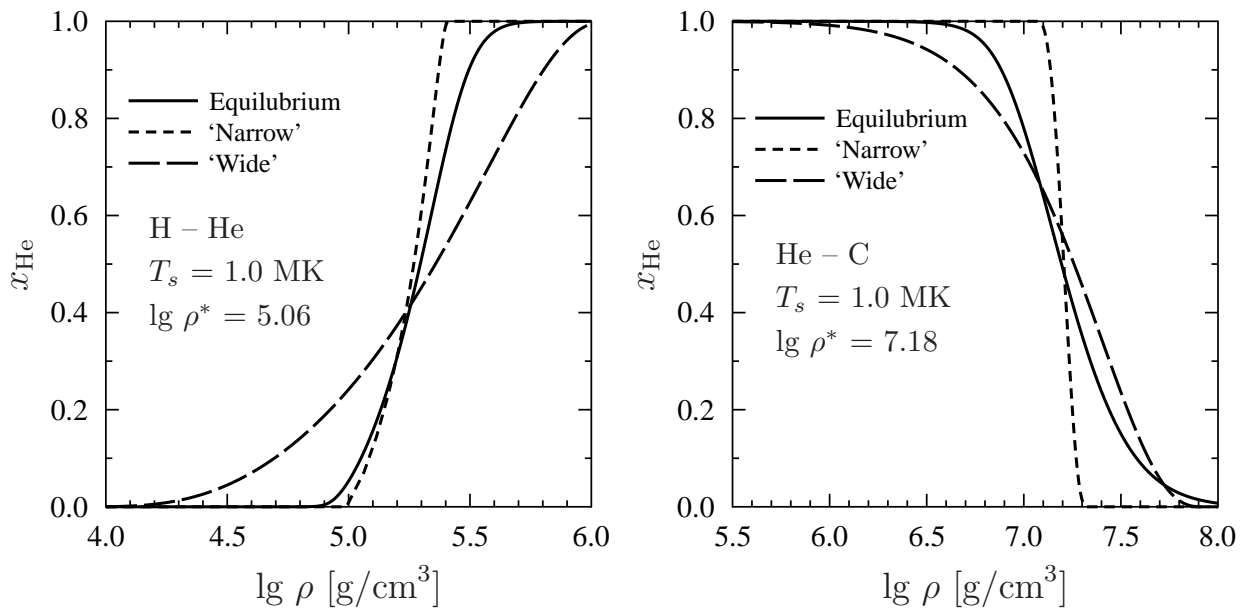


Рис. 3.7. Фракция гелия как функция плотности в теплоизолирующих оболочках, состоящих из смеси Н – Не (слева; $\Delta M = 5.09 \times 10^{-14} M_{\odot}$, $\lg \rho^* = 5.06$) и смеси Не – С (справа; $\Delta M = 3.04 \times 10^{-11} M_{\odot}$, $\lg \rho^* = 7.18$) в “канонической” нейтронной звезде при $T_s = 1$ МК. Сплошные кривые соответствуют диффузионно-равновесным конфигурациям оболочек, а длинные и короткие штриховые кривые соответствуют диффузионно-неравновесным конфигурациям, с более широкой (длинные штрихи) или более узкой (короткие штрихи) переходными областями. Детали см. в тексте.

Удивительно, что все три модели дают практически одинаковое значение T_b . Например, для смеси He – C температура $T_b = 4.00 \times 10^7$ К при $\rho_b = 10^{10}$ г/см³. Для смеси H – He при $\rho_b = 10^9$ г/см³ имеем $T_b = 4.64 \times 10^7$ К для равновесного и “узкого” профилей и $T_b = 4.54 \times 10^7$ К для “широкого” профиля. Таким образом, результирующие соотношения $T_b - T_s$ слабо чувствительны к фактической конфигурации оболочки и к тому, находится ли она в состоянии диффузионного равновесия или нет. Основным параметром, который определяет зависимость $T_b(T_s)$ – это накопленная масса лёгких элементов ΔM (или, что эквивалентно, ρ^*). Это верно по крайней мере пока распределение ионов не слишком шире равновесного, что видно из примера со смесью H – He, для которой “широкий” профиль даёт немного отличное значение T_b . С другой стороны, сильные отклонения от равновесной конфигурации не могут существовать долго (см. далее).

Нечувствительность соотношений $T_b - T_s$ к распределению фракций ионов также отвечает на вопрос о влиянии термодиффузии. Хотя термодиффузия может изменить относительные концентрации ионов, эти изменения не повлияют на результирующие зависимости $T_b(T_s)$. Однако, если требуется исследовать процессы, чувствительные к распределению фракций ионов (например, диффузионное ядерное горение), тогда термодиффузия может быть важна. Для определения важности термодиффузии было сделано несколько оценок. В этих оценках термодиффузионное отношение предполагалось постоянным и равным $k_T = 0.1$. Это консервативная (с запасом) оценка сверху, полученная в расчётах методом эффективных потенциалов (см. главу 2); реальные значения меньше. Для смеси H – He ($x_H = x_{He} = 0.5$) поправка к диффузионной скорости за счёт термодиффузии не превышает 3%, а для смеси He – C ($x_{He} = x_C = 0.5$) – 6%. Эта поправка наиболее велика у поверхности, где велик градиент температуры, и уменьшается с глубиной (см. правую часть рис. 3.3).

Используя выражение (1.25), можно вычислить скорости диффузии ионов для диффузионно-неравновесных конфигураций, рассмотренных на рис. 3.7. Затем, принимая в качестве ширины Δz типичную ширину диффузионно-нерав-

новесного слоя и зная диффузионные скорости, можно оценить время установления диффузионного равновесия $t_{\text{eq}} \sim \Delta z/v$ для этих конфигураций. Для водородно-гелиевых оболочек грубая оценка даёт Δz порядка нескольких метров, диффузионную скорость $v \sim 10^{-4} - 10^{-3}$ см/с и время установления равновесия t_{eq} порядка нескольких дней. Для гелиево-углеродных оболочек Δz также составляет несколько метров, а диффузионная скорость намного меньше, $v \sim 10^{-7} - 10^{-6}$ см/с, и, соответственно, t_{eq} порядка нескольких лет. Установление равновесия в смеси He – C происходит намного дольше как следствие кулоновского механизма разделения ионов. Таким образом, диффузионно-неравновесные конфигурации приходят в состояние равновесия за \sim дни – годы, в зависимости от химического состава оболочки.

3.5. Выводы к третьей главе

Итак, в этой главе рассмотрены теплоизолирующие оболочки нейтронных звёзд, состоящие из бинарных смесей ионов. Исследованы как диффузионно-равновесные, так и неравновесные конфигурации. Основной практической задачей было получить связь между поверхностной температурой звезды T_s и температурой T_b на дне оболочки и изучить устойчивость этой зависимости к распределению фракций ионов в оболочке. Для этого использовались общие выражения для диффузионных потоков, полученные в главе 1, а также выражения и аналитические аппроксимации к коэффициентам диффузии, полученные в главе 2.

Наиболее значимый результат, полученный в этой главе, заключается в том, что соотношения $T_b - T_s$ малочувствительны к структуре переходной области (к ее ширине, распределению ионов, к наличию или отсутствию диффузионного равновесия). Эти соотношения зависят только от ΔM (или ρ^*). В частности, полученные результаты подтверждают правильность предыдущих исследований (таких, как [60, 77, 79]), в которых оболочка рассматривалась как последовательность слоёв из ионов одного сорта (т.е. H, He, C, Fe) с резкими границами между

слоями. Однако ядерные реакции, которые могут заметно изменить ΔM , могут, соответственно, изменить и соотношения $T_b - T_s$. Во всех выполненных расчётах не учитывалась возможность конвекции в оболочке. Как показано в работе [80], конвекция не влияет на соотношения $T_b - T_s$ и важна для атмосфер нейтронных звёзд, но не для их оболочек.

Другой практически важный результат проделанной работы – все рассчитанные соотношения $T_b - T_s$ для диффузионно-равновесных оболочек аппроксимированы аналитическими выражениями (см. приложение Б), которые удобно использовать при изучении тепловой эволюции нейтронных звёзд и других связанных с ними явлений. Например, эти аппроксимации использовались при исследовании остывания изолированных нейтронных звёзд (см. главу 4). В связи со сказанным выше можно ожидать, что область применения этих аппроксимаций на самом деле значительно шире, чем диффузионно-равновесные оболочки.

Кроме того, подтверждены результаты главы 1 и работы [26] о характере сепарации ионов в смесях с разным химическим составом. Если отношение Z_j/A_j для ионов в смеси различное, то механизм сепарации преимущественно гравитационный и разделение ионов происходит быстро; переходный слой – узкий. Если же это отношение одинаково, то механизм сепарации кулоновский, разделение ионов происходит значительно медленнее и переходный слой – широкий.

Рассмотренная модель оболочки сильно упрощена, реальные оболочки могут содержать больше типов ионов. Однако стратификация ионов будет препятствовать появлению областей, в которых одновременно присутствуют ионы многих типов. Реальные оболочки скорее всего имеют “луковичную” структуру.

Результаты, изложенные в этой главе, опубликованы в работе [38] и представлены на конференции “Физика.СПб” (С.-Петербург, 2015 г.).

Глава 4

Теплоизолирующие оболочки и остывание нейтронных звёзд

4.1. Предварительные замечания

Как отмечалось во введении, при интерпретации наблюдений нейтронных звёзд возникают значительные сложности, связанные с неопределённостями в химическом составе теплоизолирующих оболочек изучаемых звёзд. Поэтому важно исследовать степень влияния этих неопределённостей на вычисление параметров нейтронных звёзд по наблюдательным данным и на их тепловую эволюцию. Для этого воспользуемся теорией диффузионно-равновесных оболочек, разработанной в главе 3.

Основным объектом для исследований в этой главе будут не слишком молодые (возрастом $t \gtrsim 100$ лет) остывающие изолированные нейтронные звёзды. В таких звёздах уже закончилась стадия начальной тепловой релаксации (см., например, [1, 81]). Поэтому их внутренние области являются изотермическими (с учётом эффектов общей теории относительности). Ненулевой градиент температуры присутствует только в теплоизолирующих оболочках, влияние которых и требует изучения. Весьма важным параметром нейтронных звёзд является внутренняя температура. От неё зависит интенсивность нейтринного излучения, теплопроводность и теплоёмкость звёзд, знание которых позволяет делать выводы о свойствах сверхплотного вещества в их ядрах (см. раздел 4.3). А поскольку во внутренних областях звёзд температура постоянна, то основное влияние теплоизолирующих оболочек заключается в том, что они определяют соотношения $T_b - T_s$, связывающие температуру на дне оболочки (равную внутренней температуре и недоступную для прямых наблюдений) с температурой на поверхности, которую можно наблюдать.

Таким образом в данном случае особенно интересны именно соотношения $T_b - T_s$ из главы 3. Помимо оболочек, состоящих из бинарных смесей ионов, которые были рассмотрены в главе 3, рассмотрим также стандартную “луковичную” модель оболочки, предложенную в работе [60]. Эта модель (далее обозначаемая как модель РСУ97) используется как основа для сравнения с диффузионно-равновесными моделями. В её рамках оболочка состоит из последовательных слоёв чистых элементов с резкими границами между слоями. Как было продемонстрировано в главе 3, такой подход допустим при вычислении соотношений $T_b - T_s$. Количество слоёв определяется единственным параметром – накопленной массой ΔM всех лёгких элементов (H, He и C), причём используется вполне определённая зависимость состава оболочки от ΔM (определяемая ядерными реакциями и бета-захватами). Если $\Delta M = 0$, то оболочка состоит из чистого железа, если ΔM велико, то оболочка состоит из слоёв водорода, гелия, углерода и железа. Другими словами, в модели РСУ97, в отличие от диффузионно-равновесных моделей из главы 3, нельзя задавать произвольные соотношения между количеством разных элементов в оболочке – эти соотношения определяются величиной ΔM . С другой стороны, “луковичная” модель включает в себя большее число элементов, чем бинарные диффузионно-равновесные модели.

Модель РСУ97 широко применяется на протяжении долго времени, поэтому сравнение с ней особенно интересно. Она была усовершенствована в работе [77] чтобы учитывать влияние магнитных полей. Однако, поскольку при изучении диффузии в теплоизолирующих оболочках (глава 3) эффекты, связанные с магнитными полями, не рассматривались, то и сравнивать имеет смысл именно с “немагнитной” стандартной оболочкой РСУ97, а не с её усовершенствованным вариантом. Полученные в данной главе результаты неприменимы к нейтронным звёздам с очень сильными магнитными полями (например, к магнитарам), но вполне применимы к обычным нейтронным звёздам с более слабыми магнитными полями (как показано в работе [77], магнитные поля $B \lesssim 10^{13}$ Гс не оказывают значительного влияния на соотношения $T_b - T_s$).

Прежде чем двигаться далее, необходимо рассмотреть, почему вообще возможны различные химические составы теплоизолирующих оболочек. Об этом пойдёт речь в следующем разделе.

4.2. Сценарии формирования теплоизолирующих оболочек

Химический состав теплоизолирующих оболочек нейтронных звёзд может сильно варьироваться в зависимости от того, как происходило формирование звезды и её дальнейшая эволюция.

Первоначально считалось, что оболочки (а также и атмосферы) нейтронных звёзд состоят из тяжёлых элементов (таких, как железо) вследствие формирования оболочек в очень молодых и горячих нейтронных звёздах, в которых все лёгкие элементы перегорали в тяжёлые в термоядерных реакциях. Однако детальное изучение спектров наблюдаемого теплового излучения атмосфер нейтронных звёзд показало, что, хотя многие спектры действительно хорошо описываются моделью излучения чёрного тела (или близкими моделями с атмосферой из железа), другие лучше объясняются моделями водородных атмосфер (см. обзор [82] и ссылки там), а некоторые – моделью углеродной атмосферы (в частности нейтронная звезда в Cas A [83], а также нейтронная звезда в остатке сверхновой HESS J1731–347 [84]).

Следовательно, существуют наблюдательные подтверждения того, что атмосферы нейтронных звёзд, чьё излучение содержит тепловую компоненту, могут иметь различный химический состав. Вполне очевидно, что и нижележащие оболочки также могут иметь разный состав. На него может оказывать влияние обратное падение вещества (fallback) на поверхность звезды после вспышки сверхновой, аккреция водорода и/или гелия [85] из межзвёздного пространства или звезды-компаньона (если нейтронная звезда находится или находилась раньше в составе двойной системы), диффузия и ядерное горение вещества в оболочке, а также другие эффекты. Например, возможна как аккреция гелия напрямую, так

и его появление в результате протекания ядерных реакций после аккреции водорода. Гелий может далее перегорать в углерод (см., например, работы [26, 86]). Существуют свидетельства того, что некоторые транзитивно аккрецирующие нейтронные звёзды с маломассивными компаньонами в состоянии с выключенной аккрецией имеют теплоизолирующие оболочки, состоящие из водорода и гелия, которые остались после активной фазы аккреции (см., например, статью [87]).

Таким образом, состав теплоизолирующих оболочек нейтронных звёзд, по большому счёту, неизвестен. Поэтому полезно рассмотреть различные модели оболочек и изучить их возможные наблюдательные проявления. Для примера возьмём пульсар Вела.

4.3. Тепловые характеристики пульсара Вела

Рассмотрим пульсар Вела (Vela, пульсар в созвездии Парусов). Это изолированная нейтронная звезда среднего возраста (с характеристическим возрастом $t \approx 11$ тыс. лет). Период начальной тепловой релаксации Велы давно закончился. Поэтому её внутренняя температура с учётом гравитационного красного смещения \tilde{T} постоянна во всем объёме звезды (исключая теплоизолирующую оболочку). В работе [88] использована модель замагниченной водородной атмосферы и предположено, что гравитационная масса звезды $M = 1.4 M_{\odot}$, а окружный радиус $R = 10$ км (“каноническая” модель нейтронной звезды). В этих предположениях по наблюдаемому тепловому излучению была определена температура поверхности Велы (для удалённого наблюдателя) $T_s^{\infty} = 0.68 \pm 0.03$ МК¹⁾ (уровень достоверности 68%). Для определённости, будем использовать значение $T_s^{\infty} = 0.68$ МК, которое соответствует значению $T_s = T_s^{\infty} / \sqrt{1 - x_g} = 0.89$ МК (без учёта красного смещения, $x_g = 2GM/(Rc^2)$ – параметр компактности звезды). Используя соотношения $T_b - T_s$ можно вычислить T_b и внутреннюю температуру

¹⁾ Здесь и далее выражения “для удалённого наблюдателя” и “с учётом гравитационного красного смещения” понимаются как синонимы; соответствующие величины обозначаются знаком “ ∞ ”.

с учётом красного смещения $\tilde{T} = T_b \sqrt{1 - x_g}$. Следует отметить, что Вела обладает магнитным полем $B \sim 3 \times 10^{12}$ Гс, но, как уже упоминалось в разделе 4.1, такое поле не оказывает значительного влияния на соотношения $T_b - T_s$.

На рис. 4.1 представлена зависимость внутренней температуры \tilde{T} для пульсара Вела от накопленной массы ΔM лёгких элементов в теплоизолирующей оболочке для разных моделей оболочки. Короткая штриховая кривая (синяя) соответствует оболочке из смеси He – C с $\rho_b = 10^{10}$ г/см³ и демонстрирует зависимость \tilde{T} от $\Delta M = \Delta M_{\text{He}}$. Длинная штриховая кривая (малиновая) показывает все то же самое, но для углеродно-железной оболочки и $\Delta M = \Delta M_{\text{C}}$. Красная штрих-пунктирная кривая отвечает водородно-гелиевой оболочке и $\Delta M = \Delta M_{\text{H}}$. Для неё $\rho_b = 10^8$ г/см³ и $\Delta M_{\text{H}} \lesssim 10^{-11} M_{\odot}$ по причинам, указанным в разделе 3.2. Чёрная сплошная кривая соответствует модели оболочки PCY97 с $\rho_b = 10^{10}$ г/см³; ΔM – масса всех лёгких элементов (H+He+C).

Этот рисунок, по сути, аналогичен рис. 3.5 в разделе 3.3. На нем также видно “аномальное” поведение смеси H – He. Для других моделей оболочек с увеличе-

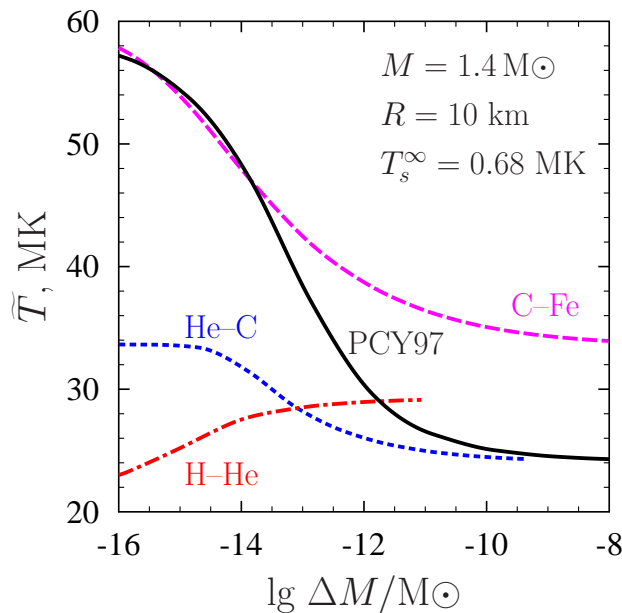


Рис. 4.1. Внутренняя температура \tilde{T} для пульсара Вела как функция накопленной массы ΔM лёгких элементов в теплоизолирующей оболочке для разных моделей оболочки. Цветные прерывистые кривые соответствуют бинарным смесям ионов, рассмотренным в главе 3, чёрная сплошная кривая отвечает модели оболочки PCY97. Детали см. в тексте.

нием количества лёгких элементов теплопроводность возрастает и внутренняя температура при фиксированной поверхностной уменьшается (см. подробнее в разделе 3.3). Из рис. 4.1 следует, что если химический состав оболочки неизвестен, то вариации \tilde{T} с ΔM действительно достаточно велики и препятствуют точному определению \tilde{T} . Наибольшая вариация наблюдается для модели PCY97 и достигает ~ 2.5 раз. Это вполне ожидаемый результат, поскольку модель PCY97 включает в себя большее количество элементов. Она охватывает больший диапазон теплопроводностей и, следовательно, больший диапазон температур \tilde{T} (при фиксированном значении T_s). Для бинарных смесей вариации меньше, особенно для смесей H – He и He – C. Это также естественно, т.к. чем меньше разница в зарядах ионов в смеси, тем слабее вариация теплопроводности (а, значит, и \tilde{T}).

Поскольку Вела находится на стадии нейтринного охлаждения, то её внутренняя температура определяет важный параметр сверхплотного вещества в её ядре, а именно: функцию нейтринного охлаждения (см., например, работы [79, 89])

$$\ell(\tilde{T}) = L_\nu^\infty(\tilde{T})/C(\tilde{T}), \quad (4.1)$$

где L_ν^∞ – нейтринная светимость звезды (для удалённого наблюдателя), а C – её теплоёмкость; обе величины определяются, в первую очередь, ядром звезды. Удобной единицей для измерения функции нейтринного охлаждения является так называемая “стандартная (нейтринная) свеча”, $\ell(\tilde{T})_{SC} \propto \tilde{T}^7$ (SC означает “standard candle”). Она соответствует несверхтекучей звезде, которая остывает за счёт модифицированного урка-процесса. В работах [75, 79] были получены аналитические аппроксимации для $\ell(\tilde{T})_{SC}$, рассчитанные для различных моделей нейтронных звёзд (с разными массами и разными нуклонными уравнениями состояния вещества в ядре). Эти аппроксимации являются универсальными (т.е. практически не зависят от уравнения состояния) и хорошо согласуются друг с другом (см. подробности в работе [75]), что позволяют проводить модельно-независимый анализ теплового состояния нейтронных звёзд. Ранее такой анализ был

проведён для пульсара в Крабовидной туманности [89], нейтронной звезды в остатке сверхновой Cas A с учётом и без учёта возможного быстрого охлаждения (см. статьи [79, 90], а также раздел 5.5) и для нейтронной звезды в остатке сверхновой HESS J1731–347 [75].

Проведём аналогичный анализ для пульсара Вела, предполагая, что быстрое нейтринное охлаждение отсутствует¹⁾. Тогда $\ell(\tilde{T}) \propto \tilde{T}^7$ (подробности см. в работе [79]). Возьмём значения внутренней температуры из рис. 4.1, и, используя соотношение (11) из статьи [79], найдём возможные значения $\ell(\tilde{T})$ (в качестве возраста Велы берём характеристический возраст $t = 11$ тыс. лет). С помощью аналитических аппроксимаций из работы [75] вычислим $\ell(\tilde{T})_{SC}$, а затем и

$$f_\ell = \ell(\tilde{T})/\ell(\tilde{T})_{SC}. \quad (4.2)$$

Здесь f_ℓ – функция нейтринного охлаждения Велы, выраженная в единицах “стандартных свечей”. Такой выбор единиц удобен в первую очередь тем, что, в рамках сделанных предположений (об отсутствии быстрого нейтринного охлаждения)²⁾, f_ℓ не зависит от времени (на нейтринной стадии охлаждения), а также удобством анализа в широком диапазоне физических условий. А именно, можно рассматривать:

- Стандартное охлаждение, $f_\ell = 1$;
- Более медленное охлаждение посредством нейтрон-нейтронного тормозного излучения нейтринных пар при условии, что модифицированный урка-процесс подавлен сильной протонной сверхтекучестью, $0.01 \lesssim f_\ell < 1$;
- Более быстрое охлаждение за счёт нейтринного излучения при куперовском спаривании нейтронов в ядре, находящихся в состоянии умеренно сильной триплетной сверхтекучести, $1 < f_\ell \lesssim 10^2$.

Известно, что Вела остывает быстрее, чем “стандартная свеча” (см., например, работы [81, 91]), следовательно для неё $f_\ell > 1$. На рис. 4.2 показана

¹⁾ Т.е. отсутствует прямой урка-процесс а также другие возможные механизмы интенсивного нейтринного излучения (типа пионного конденсата).

²⁾ Кроме того, сверхтекучесть не должна меняться со временем.

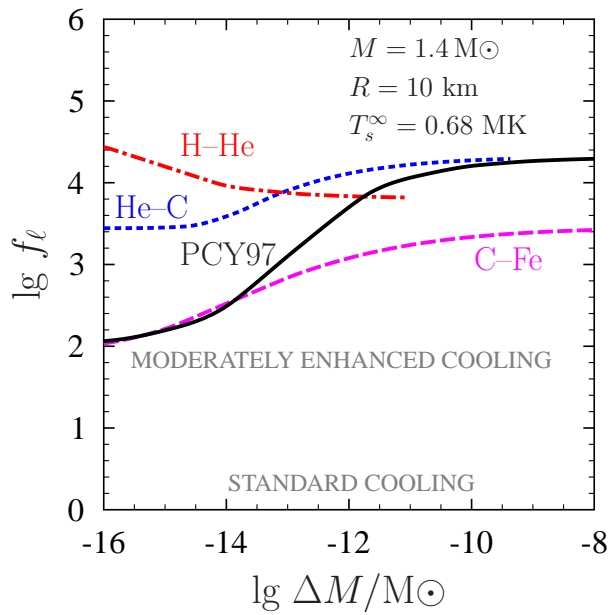


Рис. 4.2. Функция нейтринного охлаждения f_ℓ для Велы в зависимости от химического состава теплоизолирующей оболочки. Обозначения такие же, как на рис. 4.1. Детали см. в тексте.

зависимость f_ℓ , полученная на основе значений \tilde{T} , как объяснено выше, от ΔM , т.е. от химического состава теплоизолирующей оболочки. Все обозначения такие же, как и на рис. 4.1. Видно, что f_ℓ весьма сильно зависит от химического состава: в модели PCY97 f_ℓ изменяется от $\sim 10^2$ для оболочки из чистого железа до $\sim 2 \times 10^4$ для полностью аккрецированной оболочки (т.е. содержащей наибольшее возможное количество лёгких элементов). Для оболочки из смеси C – Fe величина f_ℓ варьируется от $\sim 10^2$ (чистое железо) до $\sim 2.5 \times 10^3$ (чистый углерод). Оболочки из смесей He – C и H – He обеспечивают изменение f_ℓ примерно на порядок около значения $f_\ell \sim 10^4$.

Результаты, представленные на рис. 4.1 и 4.2, ещё раз демонстрируют то, насколько важно знать химический состав теплоизолирующих оболочек при изучении внутренней структуры нейтронных звёзд. Применительно к пульсару Вела из этих данных можно сделать ещё один вывод. А именно, рассмотрим охлаждение изолированных нейтронных звёзд в рамках модели “минимального” остывания (см., например, работы [91, 92]). В этой модели прямой урка-процесс нейтринного излучения (см. подробнее в главе 5) запрещён, а более быстрое, чем стандартное, нейтринное охлаждение обеспечивается умеренно сильной

сверхтекучестью нейтронов, находящихся в триплетном состоянии. При этом значение f_ℓ не может быть больше, чем ~ 100 . Тогда из рис. 4.2 немедленно следует, что Вела не может обладать теплоизолирующей оболочкой из смесей Н – Не или Не – С, а должна иметь оболочку, состоящую преимущественно из железа. Её ядро должно обеспечивать наибольший возможный уровень нейтронной сверхтекучести, чтобы величина f_ℓ достигала наибольшего возможного значения. Вела – самая холодная изолированная нейтронная звезда для своего возраста. Режим её остывания должен быть похож на таковой для нейтронной звезды в Cas A, если охлаждение последней в режиме “реального времени” действительно наблюдается, а не является следствием инструментальных ошибок (подробнее см. в разделе 5.5). Нейтронная звезда в Cas A моложе, но может стать такой же холодной, как сейчас Вела, через ~ 10 тыс. лет.

С другой стороны, можно использовать максимальную модель остывания нейтронных звёзд, в которой возможны более интенсивные процессы нейтринного излучения, такие как прямой урка-процесс (см., например, обзор [81]). Тогда f_ℓ может изменяться в значительно более широких пределах (вплоть до $\sim 10^6 - 10^7$, см., например, статью [79]) и получить ограничения на возможный состав теплоизолирующей оболочки вновь станет затруднительно, что серьёзно осложнит теоретический анализ внутренней структуры Велы.

На рис. 4.3 показаны тепловые состояния пульсара Вела в прошлом и будущем для различных моделей теплоизолирующих оболочек при тех же предположениях о том, что $M = 1.4 M_\odot$ и $R = 10$ км, как и в ранее упомянутой работе [88]. Тепловые состояния характеризуются зависимостями \tilde{T} от T_s^∞ , которые, по сути, аналогичны зависимостям T_b от T_s , представленными на рис. 3.4. Вертикальная точечная линия отвечает сегодняшнему времени, т.е. $t = 11$ тыс. лет, $T_s^\infty = 0.68$ МК. Всё, что находится справа от неё, соответствует прошлым состояниям Велы с $T_s^\infty > 0.68$ МК, а всё, что находится слева – будущим состояниям с $T_s^\infty < 0.68$ МК. Поэтому данные зависимости можно считать “эволюционными треками” для Велы. На левой части рисунка представлены углеродно-железные и

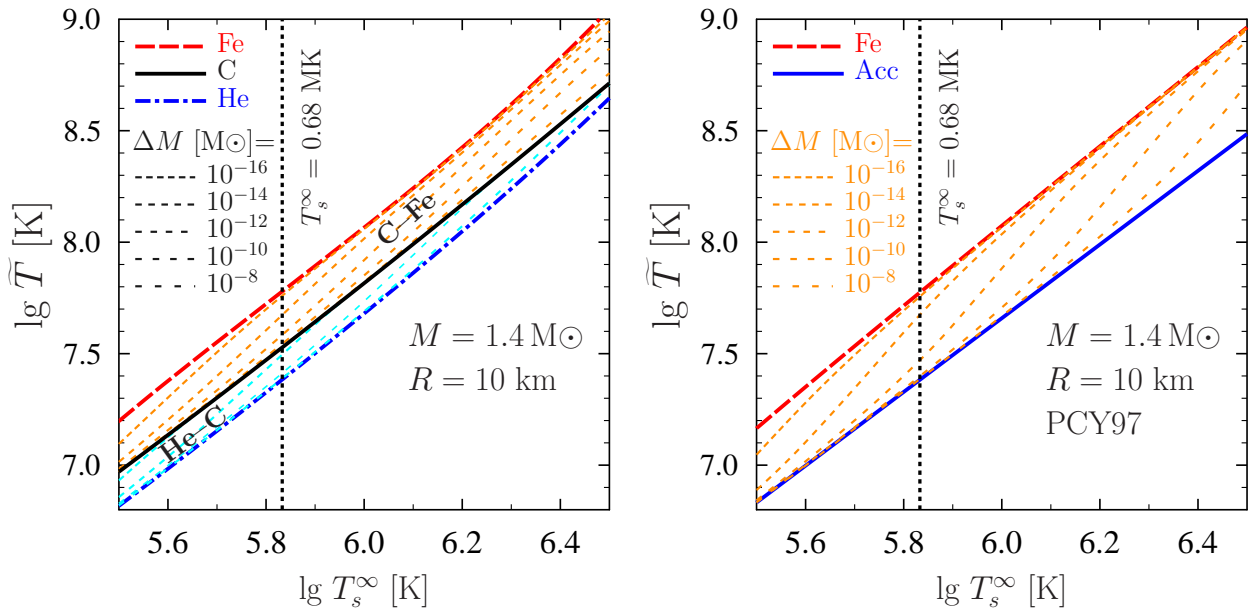


Рис. 4.3. Тепловые состояния (зависимости \tilde{T} от T_s^∞) пульсара Вела в прошлом и будущем для различных моделей теплоизолирующих оболочек. Вертикальная точечная линия соответствует нынешнему времени. На левой части рисунка показаны оболочки из смесей C – Fe и He – C, на правой – оболочка PCY97. Детали см. в тексте.

гелиево-углеродные оболочки, жирные кривые соответствуют чистым элементам: красная штриховая кривая – чистое железо, чёрная сплошная кривая – чистый углерод, синяя штрих-пунктирная кривая – чистый гелий. Различные тонкие штриховые кривые соответствуют бинарным смесям ионов (темно-оранжевые – смеси C – Fe, голубые – смеси He – C) с различной накопленной массой более лёгкого элемента $\Delta M/M_\odot = 10^{-16}, 10^{-14}, 10^{-12}, 10^{-10}$ и 10^{-8} . Самое низкое значение ΔM отвечает тонкому поверхностному слою более лёгкого элемента, а самое большое значение – тонкому слою более тяжёлого элемента на дне оболочки. Из рисунка видно, как меняется зависимость $\tilde{T}(T_s^\infty)$ с изменением состава оболочки.

На правой части рис. 4.3 продемонстрировано то же самое, но для модели оболочки PCY97. Красная штриховая кривая по-прежнему соответствует оболочке из чистого железа. Синяя сплошная кривая – оболочке с наибольшим возможным количеством лёгких элементов (обозначена “Асс”). Тонкие штриховые кривые отвечают различным значениям накопленной массы лёгких элементов (H+He+C). Как уже отмечалось ранее, эта модель оболочки обеспечивает более сильные

вариации зависимости $\tilde{T}(T_s^\infty)$, что отчётливо видно из сравнения правой и левой частей рис. 4.3. Отметим, что небольшое различие в значениях \tilde{T} в настоящем (или прошлом) приведёт к заметно более сильному различию в будущем.

4.4. Остывание нейтронных звёзд с разными оболочками

Теперь рассмотрим, как различия в химическом составе теплоизолирующих оболочек влияют непосредственно на остывание изолированных нейтронных звёзд. Для этого воспользуемся упомянутой в разделе 4.3 минимальной моделью остывания [91, 92]. В этом случае основными факторами, влияющими на остывание, будут:

- Функция нейтринного охлаждения f_ℓ , которая в рамках данной модели может варьироваться от $\sim 10^{-2}$ до $\sim 10^2$ в зависимости от сверхтекучести в ядре (см. раздел 4.3);
- Химический состав теплоизолирующей оболочки.

Если зафиксировать f_ℓ и модель оболочки, но варьировать ΔM , то получим серию кривых остывания, т.е. зависимостей $T_s^\infty(t)$, которые образуют “полосу” на плоскости $T_s^\infty - t$ (см. далее рис. 4.4). Как правило, такие кривые почти “универсальны” и не зависят от уравнения состояния вещества в ядре звезды и от массы звезды M . Это наглядно продемонстрировано, например, на рис. 24 – 26 работы [93] для звёзд с теплоизолирующей оболочкой из чистого железа, остывающих как “стандартная свеча” ($f_\ell = 1$); см. также раздел 5.5.

Итак, возьмём $f_\ell = 1$, уравнение состояния BSk21 [72–74] и рассчитаем кривые остывания для нейтронной звезды массой $M = 1.4 M_\odot$. Радиус звезды при этом будет $R = 12.60$ км, прямой урка-процесс запрещён. Для выполнения расчётов использовался код остывания нейтронных звёзд, разработанный в ФТИ им. А. Ф. Иоффе и описанный в работе [94]. С целью независимой проверки проведённых вычислений все полученные результаты были сопоставлены с

результатами расчётов, выполненных с помощью кода остывания нейтронных звёзд “NScool”, созданного Д. Пажем (D. Page) ¹⁾. Результаты сравнения вполне удовлетворительны: кривые остывания немного отличаются лишь в области $t \gtrsim 2$ млн. лет.

Рассчитанные таким образом кривые остывания представлены на рис. 4.4. Каждый график на этом рисунке отвечает одной модели теплоизолирующей оболочки: сверху-слева оболочка из смеси Н – Не, сверху-справа оболочка из смеси Не – С, снизу-слева оболочка из смеси С – Fe и снизу-справа оболочка PCY97. Целиком закрашенная область на каждом графике показывает “полосу”, в которой расположены всевозможные кривые остывания для данной модели теплоизолирующей оболочки (варьируется только ΔM , остальные параметры фиксированы). Эти “полосы” ограничены жирными кривыми, которые соответствуют почти чистому водороду и гелию, гелию и углероду, углероду и железу, железу и кривой с наибольшим возможным количеством лёгких элементов (обозначена “Асс”). Тонкие штриховые кривые отвечают нескольким промежуточным значениям ΔM и показывают, что “полосы”, действительно, “заполнены” кривыми остывания. Следует учитывать, что, по причинам, указанным в разделе 3.2, разные модели оболочек рассматриваются при разных значениях ρ_b (таких же, как и в разделе 4.3). Поэтому, кривая остывания чистого гелия на графике для оболочки из смеси Н – Не несколько отличается от аналогичной кривой на графике для оболочки из смеси Не – С.

“Полосы”, показанные на рис. 4.4, можно рассматривать как некие “уширенные” кривые остывания; уширение связано с незнанием ΔM (даже при известном химическом составе). Видно, что для разных оболочек ширина “полосы” (т.е. степень уширения) различна. Для оболочек из смесей Н – Не и Не – С уширение достаточно мало, для углеродно-железной оболочки оно значительно больше; самое большое уширение даёт оболочка PCY97 по причинам, указанным

¹⁾ Код остывания нейтронных звёзд “NScool” доступен по ссылке <http://www.astroscu.unam.mx/neutrones/NSCool/>.

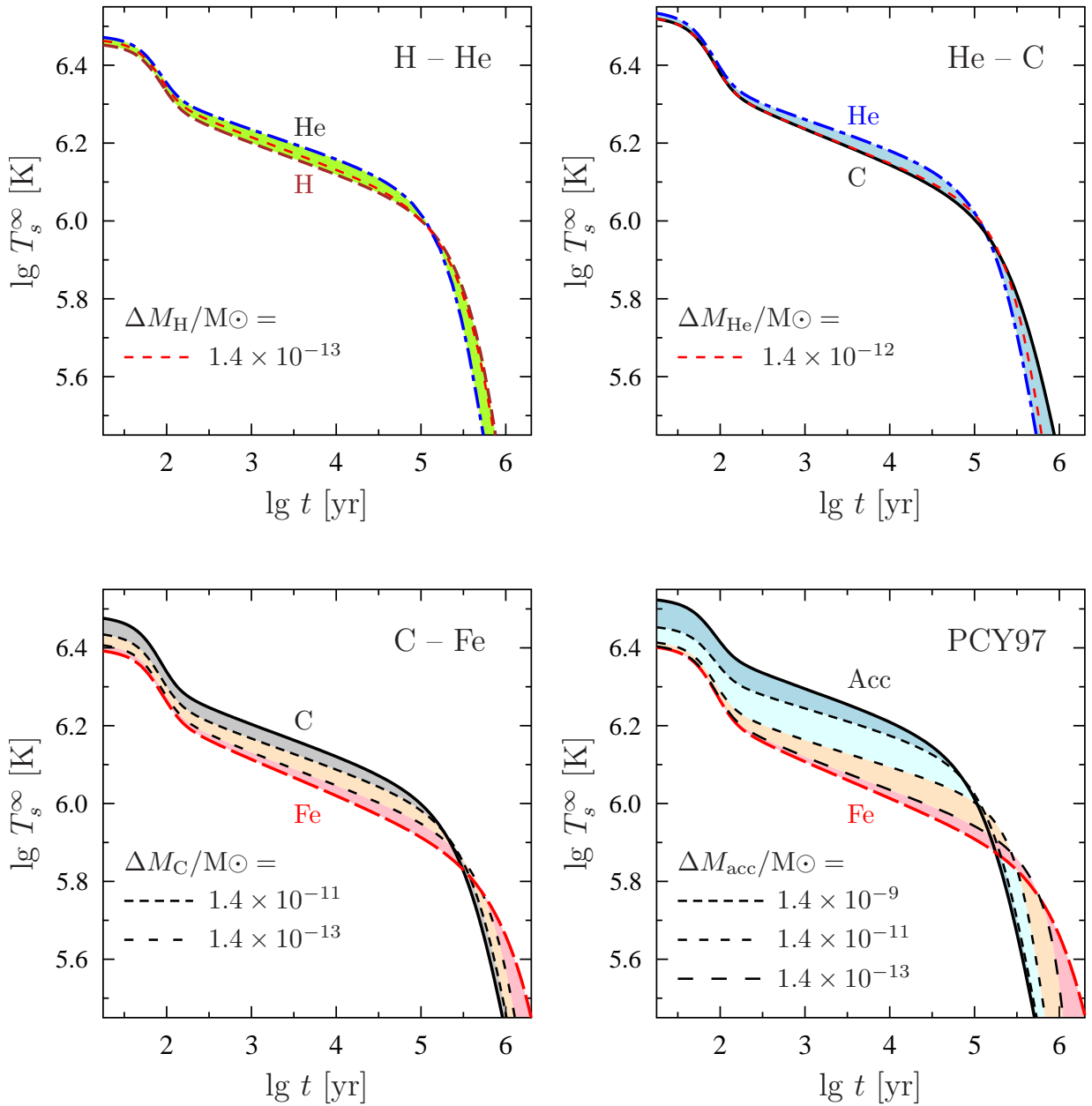


Рис. 4.4. Кривые остывания [т.е. зависимости $T_s^\infty(t)$] для нейтронной звезды массой $1.4 M_\odot$ с уравнением состояния BSk21, остывающей как “стандартная свеча” ($f_\ell = 1$), для различных моделей теплоизолирующих оболочек. Детали см. в тексте.

в разделе 4.3. Очевидно, что чем сильнее уширение, тем сложнее определить внутреннюю температуру \tilde{T} по данным наблюдений.

4.5. Стадия фотонного охлаждения звёзд с разными оболочками

Другой характерной особенностью кривых остывания, которую видно на рис. 4.4, является их инверсия при определённом значении возраста t . При этом

“полосы” кривых становятся узкими, а затем опять широкими, а сами кривые пересекаются и меняются местами. Например, для оболочки из смеси С – Fe до инверсии кривая чистого углерода расположена выше, чем кривая чистого железа, а после инверсии она оказывается ниже и наоборот. Инверсия происходит при $t \approx 10^5$ лет для оболочек из смесей Н – He и He – С и при $t \approx (2 - 3) \times 10^5$ лет для оболочек из смеси С – Fe и оболочек РСУ97. Кроме того, можно обратить внимание, что для оболочек, состоящих из бинарных смесей ионов, все кривые остывания пересекаются практически в одной точке, в то время как для оболочки РСУ97 они пересекаются в небольшой области на плоскости $T_s^\infty - t$.

Эти инверсии хорошо известны в литературе (см., например, обзор [81]). Они являются проявлением перехода звезды со стадии нейтринного охлаждения на стадию фотонного охлаждения. Переходный период относительно короткий. Смена режима охлаждения оказывает сильное влияние на процесс остывания звезды. На стадии нейтринного охлаждения звезда остывает за счёт нейтринного излучения из всего внутреннего объёма и имеет более низкую поверхностную температуру, если её теплоизолирующая оболочка состоит из тяжёлых элементов с плохой теплопроводностью. На стадии фотонного охлаждения звезда остывает за счёт излучения фотонов со своей поверхности. Нейтринное излучение при этом перестаёт оказывать влияние на процесс остывания, который теперь определяется теплоёмкостью ядра и теплопроводностью оболочки, причём чем меньше теплопроводность оболочки, тем выше температура поверхности звезды.

На рис. 4.5 представлена выборка из кривых остывания с рис. 4.4. Красная штриховая кривая отвечает оболочке из чистого железа, чёрная сплошная кривая – чистого углерода, синяя штрих-пунктирная – чистого гелия и серая точечная соответствует оболочке РСУ97 с наибольшим возможным количеством лёгких элементов (обозначена “РСУ97 Асс”). Закрашенная розовым область между кривыми Fe и С заполнена кривыми остывания для углеродно-железной оболочки с разными значениями ΔM . Светло-синяя область между кривыми С и He заполнена кривыми остывания для гелиево-углеродной оболочки. Серая область между

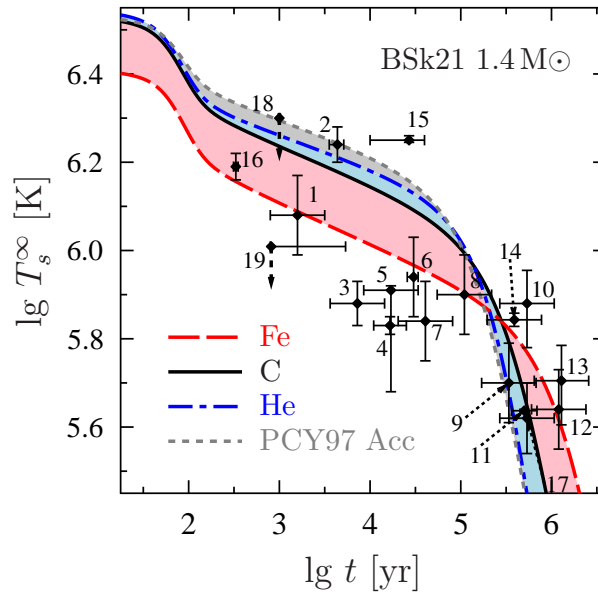


Рис. 4.5. Выборка из кривых остывания нейтронных звёзд с рис. 4.4. Также добавлены наблюдательные данные. Детали см. в тексте.

кривыми He и PCY97 Acc заполнена такими кривыми для оболочки PCY97, которые не попали в предыдущие области. Для того, чтобы не перегружать рисунок, в него не была включена оболочка из смеси H – He. При необходимости это легко сделать с помощью рис. 4.4.

Кроме того, на рис. 4.5 нанесены наблюдательные данные по изолированным нейтронным звёздам, тепловое излучение которых зарегистрировано (или установлены верхние пределы). Список объектов и их параметров приведён в табл. 5.1. Начнём с тех звёзд, которые находятся на стадии нейтринного охлаждения. Для звезды с $f_\ell = 1$ и теплоизолирующей оболочкой из железа фактически была бы только одна красная штриховая кривая остывания, которая неспособна объяснить многие объекты. Как видно из рисунка, варьирование химического состава теплоизолирующей оболочки позволяет объяснить значительно больше наблюдательных данных, однако тоже не все. Для объяснения остальных объектов, находящихся на стадии нейтринного охлаждения, необходимо отклонение от “стандартной свечи”. Например, самая горячая для своего возраста нейтронная звезда XMMU J1732–3445 (объект 15) может быть интерпретирована как звезда с сильной протонной сверхтекучестью в ядре ($f_\ell \sim 0.01$) и большим количеством

углерода в оболочке (см., например, работы [75, 95]). Самые холодные звёзды на этой стадии охлаждения, такие как пульсар Вела (объект 4), для своего объяснения требуют умеренно сильного спаривания нейтронов в ядре в триплетном состоянии, что увеличивает интенсивность нейтринного охлаждения ($f_\ell \sim 100$, см. раздел 4.3).

Теперь сфокусируемся на объектах, находящихся на стадии фотонного охлаждения. Из рис. 4.5 видно, что все они более-менее совместимы со “стандартной нейтринной свечой” (см. далее). В основном их можно объяснить за счёт вариации химического состава оболочек. Например, самые тёплые объекты на этой стадии охлаждения, такие как PSR B1055–52 (объект 10), PSR J2043+2740 (объект 12), RX J0720.4–3125 (объект 13), должны иметь теплоизолирующие оболочки преимущественно из железа, в то время как оболочки самых холодных объектов (Geminga, объект 9; RX J1856.4–3754, объект 11) могут содержать лёгкие элементы.

Эволюция нейтронных звёзд на стадии фотонного охлаждения не зависит напрямую от их нейтринного излучения (а, значит, от f_ℓ). Однако можно утверждать, что наблюдаемые на этой стадии объекты не могли ранее (на стадии нейтринного охлаждения) иметь $f_\ell \gg 1$. В противном случае на стадии нейтринного охлаждения они бы остывали намного быстрее, раньше перешли бы на стадию фотонного охлаждения, и к возрасту $t \gtrsim 10^5$ лет их излучение стало бы слишком слабым, чтобы его можно было бы обнаружить. Таким образом, все наблюдаемые объекты, находящиеся на стадии фотонного охлаждения, должны, по всей вероятности, иметь $f_\ell \lesssim 1$, а самые горячие из них – теплоизолирующую оболочку из железа.

В приведённом выше анализе не учитывались возможные механизмы подогрева нейтронных звёзд, например, за счёт омического затухания магнитных полей, нарушений бета-равновесия и других механизмов (см. подробнее в работах [81, 96]). Если бы такие механизмы присутствовали, они могли бы сделать нейтронные звёзды более тёплыми. Однако, для объяснения наблюдений изолированных нейтронных звёзд введение таких механизмов не требуется.

4.6. Выводы к четвёртой главе

В результате проведённого в данной главе исследования продемонстрировано, что вариации химического состава теплоизолирующих оболочек могут оказывать значительное влияние на интерпретацию наблюдений изолированных нейтронных звёзд, а именно:

- Внутренняя температура \tilde{T} при фиксированной (из наблюдений) поверхностной температуре T_s может изменяться в ~ 2.5 раза;
- Функция нейтринного охлаждения f_ℓ может изменяться в ~ 200 раз;

Как следствие кривые остывания сильно зависят от вариаций состава оболочки.

Эти выводы подтверждают результаты предыдущих исследований [75, 79, 89, 95] и ещё раз подчёркивают, что состав теплоизолирующих оболочек – это важная составляющая, необходимая для корректной интерпретации наблюдательных данных.

Кроме того, проведено сравнение новых моделей диффузионно-равновесных оболочек, полученных в главе 3, со стандартной “луковичной” моделью оболочки РСУ97. Результаты сравнения показали, что стандартная модель обеспечивает наибольшую вариацию \tilde{T} (а, значит, и f_ℓ , и кривых остывания) при фиксированном значении T_s , чем диффузионно-равновесные оболочки, состоящие из бинарной смеси ионов. Это вполне предсказуемо: стандартная модель оболочки включает в себя большее количество различных химических элементов. Следовательно, она сильнее влияет на теплопроводность, что и приводит к более широкому диапазону зависимостей $\tilde{T}(T_s)$. Однако, как уже отмечалось ранее (см. раздел 4.1), в отличие от диффузионно-равновесных моделей, в стандартной модели невозможно задавать произвольные соотношения между количеством различных элементов в оболочке.

Выводы о важности состава оболочек уже упоминались в литературе (см. приведённые выше ссылки), однако они основывались на стандартной модели

оболочки или её вариациях. Таким образом, в данной главе эти выводы подтверждены для более широкого класса оболочек.

Другие результаты

В рамках модели минимального остывания удалось наложить ограничения на возможный химический состав теплоизолирующей оболочки пульсара Вела и показать, что пульсар должен иметь оболочку, состоящую преимущественно из железа.

Кроме того, продемонстрировано, что все наблюдательные данные по изолированным нейтронным звёздам с возрастом $t \gtrsim 10^5$ лет, недавно перешедшим на стадию фотонного охлаждения, совместимы со сценарием остывания “стандартной нейтринной свечи” или более медленного остывания ($f_\ell \lesssim 1$). Различия в температуре при этом объясняются различием в составе оболочек и разницей в значениях f_ℓ .

Полученные результаты в дальнейшем могут быть усовершенствованы. В частности, можно исследовать диффузионно-равновесные оболочки, содержащие большее число химических элементов (больше 2); включить в рассмотрение процессы диффузионного ядерного горения; учесть эффекты сильных магнитных полей. Это, однако, выходит за рамки текущего исследования.

Итак, в данной главе завершает первую часть диссертации, посвящённую проблеме неопределённостей в химическом составе теплоизолирующих оболочек и их влиянию на интерпретацию наблюдательных данных.

Результаты, изложенные в этой главе, приняты к публикации в журнале MNRAS. Препринт статьи доступен по ссылке <http://arxiv.org/abs/1608.08091>.

Глава 5

Основы статистической теории тепловой эволюции нейтронных звёзд

5.1. Предварительные замечания

Как упоминалось во введении, две важные проблемы, возникающие при исследовании тепловой эволюции нейтронных звёзд, – это неопределённость химического состава теплоизолирующих оболочек и недостаточная гибкость теоретических методов интерпретации наблюдательных данных. В главах 1 и 2 был рассмотрен вопрос о диффузии в кулоновской плазме, характерной для внешних оболочек нейтронных звёзд. В главе 3 полученные результаты были применены непосредственно к самим теплоизолирующим оболочкам. Затем все эти результаты использовались в главе 4, где был рассмотрен вопрос об остывании изолированных нейтронных звёзд и о том, какое влияние оказывают их оболочки на интерпретацию наблюдательных данных. Таким образом все предыдущие главы были посвящены неопределённости химического состава оболочек. В данной главе рассматривается вопрос о том, как можно было бы в принципе улучшить теоретические методы интерпретации наблюдений и извлечь максимум информации из имеющихся наблюдательных данных.

Для этого в дополнение к изолированным нейтронным звёздам, изучавшимся в главе 4, рассмотрим также старые (возрастом $t \gtrsim 10^8 - 10^9$ лет) *транзиентно-аккрецирующие квазистационарные нейтронные звёзды в составе двойных систем с маломассивными компаньонами*. Такие системы принадлежат к классу рентгеновских транзиентов. В них нейтронная звезда эпизодически (в активной фазе транзиента) аккрецирует вещество со своего маломассивного компаньона. Попадая на нейтронную звезду, аккрецированное вещество сжимается под весом вновь аккрецированного материала. Это сжатие сопровождается процессами

глубокого прогрева коры (см., например, статьи [97, 98]), происходящими во внутренней коре нейтронных звёзд и обладающими характерным энерговыделением в 1 – 2 МэВ на каждый аккрецированный нуклон. Глубокий прогрев коры обеспечивается процессами бета-захвата, поглощением и испусканием нейтронов и пикноядерными реакциями. При этом предполагается, что эпизоды аккреции не могут быть ни слишком длительными, ни слишком интенсивными, чтобы не перегреть кору и не нарушить внутреннее равновесие между корой и ядром. Тем не менее, глубокий прогрев коры должен быть достаточно интенсивным, чтобы поддерживать нейтронную звезду нагретой и обеспечить наблюдаемое тепловое излучение таких звёзд в спокойной фазе рентгеновского транзиента [99]. Средний темп подогрева нейтронной звезды за счёт глубокого прогрева коры определяется средним темпом аккреции $\langle \dot{M} \rangle$; усреднение должно проводиться на масштабах характерных времён остывания таких звёзд (обычно $\gtrsim 10^3$ лет).

Для изучения тепловой эволюции изолированных нейтронных звёзд обычно вычисляют их *теоретические кривые охлаждения* (т.е. зависимости поверхностной температуры от возраста звезды, см. подробнее в главе 4). Для нейтронных звёзд в рентгеновских транзиентах вычисляют *теоретические кривые нагрева*, т.е. зависимости *средней* температуры поверхности T_s^∞ (или тепловой поверхностной светимости L_γ^∞) в *спокойной фазе транзиента* от среднего темпа аккреции $\langle \dot{M} \rangle$.

Прежде чем двигаться дальше, необходимо сделать одно замечание касательно сказанного в предыдущем параграфе. В активной фазе транзиента идёт аккреция вещества со звезды-компаньона на нейтронную звезду. При этом выделяется огромная гравитационная энергия падающего на компактную звезду материала, ~ 200 МэВ/нуклон. Эта энергия тут же уносится излучением с поверхности звезды и не нагревает её. Транзиент в период аккреции является очень ярким источником. Параллельно идёт процесс глубокого прогрева коры, энерговыделение которого на два порядка меньше, но эта энергия не уносится излучением, а “запасается” внутри звезды¹⁾. А расходуется она в спокойной

¹⁾ Разумеется, нейтринное излучение непрерывно уносит часть энергии из объёма звезды.

фазе транзиента в виде теплового излучения. После многократных повторений активной и спокойной фаз, нейтронная звезда выходит на некий предельный повторяющийся цикл изменения своей поверхностной температуры, характерный тем, что вся запасённая в активной фазе энергия расходуется в спокойной фазе. Однако для простоты можно усреднить этот цикл и “размазать” его равномерно по времени. Для этого и применяется усреднение по времени. При этом поверхностная температура усредняется по спокойным периодам, а темп аккреции – по всему промежутку времени усреднения (т.е. и по активным, и по спокойным периодам). В результате, после усреднения можно считать, что в каждый момент времени энерговыделение за счёт глубокого прогрева коры равно потерям энергии на тепловое излучение с поверхности и нейтринное излучение из объёма звезды [см. соотношение (5.3) в разделе 5.3].

Важно отметить, что кривые остывания и кривые нагрева имеют много общего (см., например, работы [100, 101]) и позволяют изучать фундаментальные свойства сверхплотного вещества нейтронных звёзд. Наиболее важные факторы, влияющие на охлаждение/нагревание, которые можно проверить сравнением теоретических кривых с наблюдательными данными, это:

1. Нейтринная светимость звезды. Или, более точно, функция нейтринного охлаждения $\ell = L_\nu^\infty / C$ (отношение нейтринной светимости к теплоёмкости, см. главу 4) остывающих нейтронных звёзд и нейтринная светимость L_ν^∞ нейтронных звёзд в рентгеновских транзиентах.
2. Масса звезды и уравнение состояния сверхплотного вещества в ядре звезды, задающие интенсивность нейтринного излучения ядра.
3. Состав теплоизолирующей оболочки остывающей звезды или транзиента, определяющий соотношение между внутренней и поверхностной температурами звезды.

Последний пункт в этом списке был рассмотрен в предыдущих главах, поэтому здесь сосредоточимся на первых двух пунктах.

В связи со все возрастающим количеством наблюдательных данных по изолированным и аккрецирующим нейтронным звёздам разумно использовать весь массив накопленных данных и разработать статистический подход к тепловой эволюции нейтронных звёзд. Это позволяет извлечь максимум полезной информации и снизить влияние погрешностей наблюдений. Это также позволяет взглянуть на наблюдательные данные под новым углом.

Рассмотрим сначала доступные наблюдательные данные, на основе которых будет строиться статистическая теория.

Замечание: некоторые обозначения в этой главе будут отличаться от тех, что были приняты в предыдущих главах.

5.2. Наблюдательные данные по изолированным и аккрецирующим нейтронным звёздам

Наблюдательные данные по изолированным нейтронным звёздам представлены в табл. 5.1 и на рис. 5.1, а по аккрецирующим нейтронным звёздам в составе рентгеновских транзиентов – в табл. 5.2 и на рис. 5.2.

В табл. 5.1 приведены данные о 19 изолированных нейтронных звёздах, тепловое излучение с поверхности которых зарегистрировано или на него установлены верхние пределы. В таблице даны: номер объекта, соответствующий номеру на рис. 5.1, название объекта, его возраст, эффективная температура поверхности T_s^∞ (с учётом гравитационного красного смещения для удалённого наблюдателя), доверительный интервал для T_s^∞ (если известен), модель атмосферы нейтронной звезды, использованная для вычисления T_s^∞ (см. расшифровку обозначений далее) и ссылки на исходные работы, из которых взяты данные. Алгоритм составления таблицы такой же, как и в работах [81, 157], но, по сравнению с указанными статьями, добавлены новые объекты и уточнены значения параметров для ранее известных объектов. Представленные данные включают в себя информацию о нейтронных звёздах в остатках сверхновых (например,

Таблица 5.1. Изолированные нейтронные звёзды, тепловое излучение которых зарегистрировано или на него установлены верхние пределы. Подробности см. в тексте.

№	Объект	Возраст, тыс. лет	T_s^∞ , МК	Уровень достав. для T_s^∞	Модель	Ссылка
1	PSR J1119–6127	~1.6	≈1.2	–	mHA	[102]
2	RX J0822–4300 (в Pup A)	4.4 ± 0.8	1.6–1.9	90%	HA	[103, 104]
3	PSR J1357–6429	~ 7.3	≈ 0.77	–	mHA	[105]
4	PSR B0833–45 (Vela)	11–25	0.68 ± 0.03	68%	mHA	[88]
5	PSR B1706–44	~17	0.82 ^{+0.01} _{-0.34}	68%	mHA	[106]
6	PSR J0538+2817	30 ± 4	~ 0.87	–	mHA	[107]
7	PSR B2334+61	~41	~ 0.69	–	mHA	[102]
8	PSR B0656+14	~110	~ 0.79	–	BB	[102]
9	PSR B0633+1748 (Geminga)	~340	0.5 ± 0.1	–	BB	[108]
10	PSR B1055–52	~540	~ 0.75	–	BB	[109]
11	RX J1856.4–3754	~500	0.434 ± 0.003	68%	mHA*	[82, 110]
12	PSR J2043+2740	~1200	~ 0.44	–	mHA	[102]
13	RX J0720.4–3125	~1300	~ 0.51	–	HA*	[111]
14	PSR J1741–2054	~391	0.70 ± 0.02	90%	BB	[112]
15	XMMU J1732–3445	~27	1.78 ^{+0.04} _{-0.02}	–	CA	[84]
16	Нейтронная звезда в Cas A	0.33	≈ 1.6	–	CA	[83]
17	PSR J0357+3205 (Morla)	~540	0.42 ^{+0.09} _{-0.07}	90%	mHA	[113, 114]
18	PSR B0531+21 (Crab)	1	< 2.0	99.8%	BB	[89, 115]
19	PSR J0205+6449 (в 3C 58)	0.82–5.4	< 1.02	99.8%	BB	[116, 117]

пульсар в Крабовидной туманности), знаменитый пульсар Вела и его близнец PSR 1706–44, компактные звёздные объекты в остатках сверхновых (например, нейтронная звезда в Cas A), “тусклые” (“истинно” изолированные) нейтронные звёзды (например, RX J1865.4–3754) и т.д. Расстояния до объектов известны не очень надёжно даже в случае, когда измерены параллаксы (см. обсуждение этого вопроса применительно к RX J1865.4–3754 в работе [82]). Во многих случаях

Таблица 5.2. Аккрецирующие нейтронные звёзды в составе рентгеновских транзиентов, тепловая светимость которых в спокойной фазе измерена или ограничена сверху. Подробности см. в тексте.

№	Объект	$\langle \dot{M} \rangle$, M_{\odot} год $^{-1}$	L_{γ}^{∞} , эрг/с	Ссылка
1	Aql X-1	4×10^{-10}	5.3×10^{33}	[118–121]
2	4U 1608–522	3.6×10^{-10}	5.3×10^{33}	[118, 121, 122]
3	MXB 1659–29	1.7×10^{-10}	2.0×10^{32}	[118, 123]
4	NGC 6440 X-1	1.8×10^{-10}	3.4×10^{32}	[118, 124]
5	RX J1709–2639	1.8×10^{-10}	2.2×10^{33}	[118, 125]
6	IGR 00291+5934	2.5×10^{-12}	1.9×10^{32}	[126–129]
7	Cen X-4	$< 3.3 \times 10^{-11}$	4.8×10^{32}	[121, 130]
8	KS 1731–260	$< 1.5 \times 10^{-9}$	5×10^{32}	[118, 123]
9	1M 1716–315	$< 2.5 \times 10^{-10}$	1.3×10^{33}	[126, 131]
10	4U 1730–22	$< 4.8 \times 10^{-11}$	2.2×10^{33}	[126, 132, 133]
11	4U 2129+47	$< 5.2 \times 10^{-9}$	1.5×10^{33}	[126, 134–136]
12	Terzan 5	3×10^{-10}	$< 2.1 \times 10^{33}$	[118, 137, 138]
13	SAX J1808.4–3658	9×10^{-12}	$< 4.9 \times 10^{30}$	[126, 139, 140]
14	XTE J1751–305	6×10^{-12}	$< 4 \times 10^{32}$	[126, 141–143]
15	XTE J1814–338	3×10^{-12}	$< 1.7 \times 10^{32}$	[126, 144, 145]
16	EXO 1747–214	$< 3 \times 10^{-11}$	$< 7 \times 10^{31}$	[118, 146]
17	Terzan 1	$< 1.5 \times 10^{-10}$	$< 1.1 \times 10^{33}$	[118, 147]
18	XTE J2123–058	$< 2.3 \times 10^{-11}$	$< 1.4 \times 10^{32}$	[118, 121]
19	SAX J1810.8–2609	$< 1.5 \times 10^{-11}$	$< 2.0 \times 10^{32}$	[118, 121, 148]
20	1H 1905+000	$< 1.1 \times 10^{-10}$	$< 1.0 \times 10^{31}$	[126, 149, 150]
21	2S 1803–45	$< 7 \times 10^{-11}$	$< 5.2 \times 10^{32}$	[126, 151]
22	XTE J0929–314	$< 2.0 \times 10^{-11}$	$< 1.0 \times 10^{32}$	[126, 143, 152–154]
23	XTE J1807–294	$< 8 \times 10^{-12}$	$< 1.3 \times 10^{32}$	[126, 154, 155]
24	NGC 6440 X-2	$< 3 \times 10^{-11}$	$< 6 \times 10^{31}$	[156]

возраст тоже известен с большими погрешностями. Значения поверхностной температуры T_s^{∞} соответствуют тепловому излучению со всей поверхности звезды.

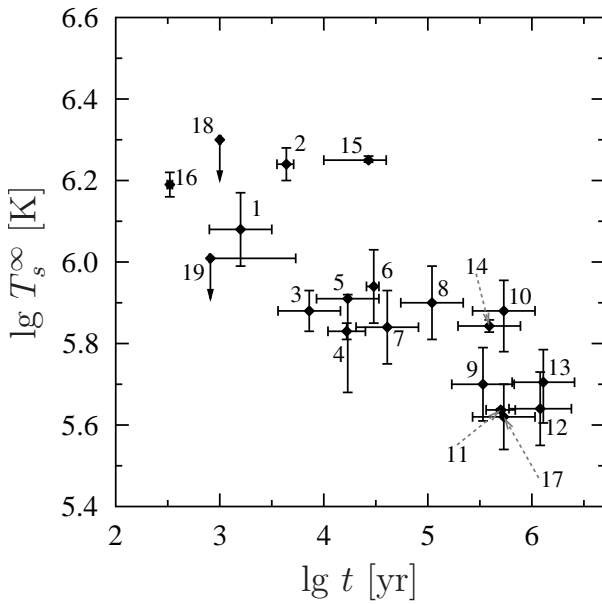


Рис. 5.1. Наблюдательные данные по тепловому излучению с поверхности остывающих изолированных нейтронных звёзд, представленные на плоскости $T_s^\infty - t$ (эффективная температура поверхности – возраст). Нумерация объектов дана в табл. 5.1.

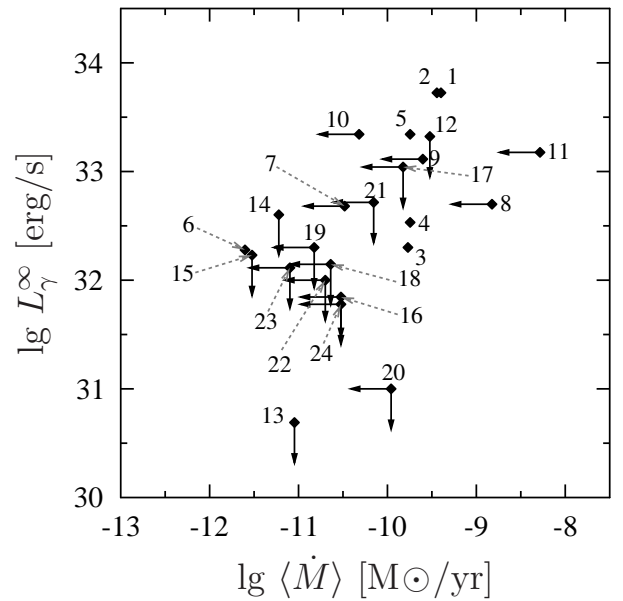


Рис. 5.2. Наблюдательные данные по тепловому излучению с поверхности квазистационарных аккрецирующих нейтронных звёзд в составе рентгеновских транзиентов, представленные на плоскости $L_\gamma^\infty - \langle \dot{M} \rangle$ (тепловой поток в спокойном состоянии – средний темп аккреции, детали см. в тексте). Нумерация объектов дана в табл. 5.2.

Эти температуры получены из наблюдаемых спектров излучения с использованием модели теплового излучения абсолютно чёрного тела (ВВ в графе “Модель” таблицы 5.1), модели немагнитной или магнитной водородной атмосферы (НА или mНА, соответственно), модели водородной атмосферы конечной глубины (НА* и mНА*), а также модели углеродной атмосферы (СА). Подробнее см. в обзоре [82].

В табл. 5.2 представлены данные о 24 рентгеновских транзиентах, для которых оценены или ограничены сверху значения L_γ^∞ . В таблице перечислены: номер объекта, название объекта, средний темп аккреции $\langle \dot{M} \rangle$ в M_\odot за год, средняя тепловая светимость с поверхности звезды в спокойной фазе L_γ^∞ (с учётом гравитационного красного смещения для удалённого наблюдателя) и ссылка на работы, из которых взяты данные. Определение значений $\langle \dot{M} \rangle$ и

L_γ^∞ по наблюдательным данным – сложная задача. Обе величины зачастую не удаётся измерить, а только установить верхние границы, что видно из табл. 5.2. Если измерить все же получается, то полученные значения имеют большие погрешности, причём оценить величину ошибок тоже непросто и часто оценка погрешности отсутствует. Поэтому и в таблице 5.2, и на рис. 5.2 погрешности не указаны; надо иметь в виду, что все приведённые значения являются оценочными. В сложившейся ситуации статистический подход представляется оптимальным.

Заметим, что на рис. 5.1 изолированные нейтронные звёзды образуют одну (единую) популяцию. Аналогичный вывод из рис. 5.2 можно сделать и о аккрецирующих нейтронных звёздах.

Представленные в таблицах 5.1 и 5.2 данные актуальны на середину 2014 г.

5.3. Традиционный подход к тепловой эволюции и его недостатки

Поскольку предлагаемый статистический метод базируется на обычном анализе тепловой эволюции нейтронных звёзд, то рассмотрим сначала обычный (традиционный) подход.

В отличие от главы 4 будем использовать *максимальную* (не *минимальную*) теорию охлаждения и нагрева нейтронных звёзд (см., например, работы [81, 158]). Как и в главе 4, рассмотрим нейтронные звёзды с нуклонными ядрами, т.е. ядрами, состоящими только из нейтронов, протонов, электронов и мюонов. Будем использовать два феноменологических реалистичных уравнения состояния ¹⁾:

- Уравнение состояния ННЖ, описанное в работе [71] и принадлежащие к семейству параметризованных уравнений состояния, предложенных в статье [70] Хейсельбергом и Хьёрс-Йенсенем (Heiselberg и Hjorth-Jensen,

¹⁾ Два уравнения необходимы, чтобы оценить влияние уравнения состояния на охлаждение/нагрев нейтронных звёзд; в главе 4 акцент ставился на влиянии теплоизолирующих оболочек.

отсюда ННЖ). Это уравнение состояния базируется на уравнении состояния APR [159];

- Уравнение состояния BSk21 (см. [72–74]).

Некоторые параметры двух моделей звёзд, полученных с помощью этих уравнений состояния, представлены в табл. 5.3. Там приведены: гравитационная масса в M_\odot , центральная плотность звезды ρ_c в 10^{14} г/см³ и окружный радиус R в километрах. Первая модель – нейтронная звезда наибольшей массы (оба уравнения состояния согласуются с недавними измерениями масс двух нейтронных звёзд с $M \approx 2 M_\odot$ [160, 161]). Вторая модель соответствует звезде, в которой начинает действовать электронный прямой урка-процесс нейтринного излучения [162]:

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e, \quad p + e \rightarrow n + \nu_e, \quad (5.1)$$

$$p_F^n = p_F^p + p_F^e. \quad (5.2)$$

Здесь n – нейтрон, p – протон, e – электрон, ν_e ($\bar{\nu}_e$) – электронное (анти-) нейтрино, p_F – импульс Ферми соответствующей частицы; второе соотношение – следствие закона сохранения импульса, который должен выполняться для протекания этих реакций и который определяет порог прямого урка-процесса. Этот процесс *крайне важен* для тепловой эволюции нейтронных звёзд (подробности далее). Звёзды, в которых действуют прямой урка-процесс, испытывают очень сильное нейтринное охлаждение. Он имеет пороговый характер: при плотности меньше некоего порогового значения прямой урка-процесс не идёт, а при плотности больше пороговой –

Таблица 5.3. Гравитационная масса M , центральная плотность ρ_{c14} (в единицах 10^{14} г/см³) и окружный радиус R для двух моделей нейтронных звёзд с уравнениями состояния ННЖ и BSk21.

Уравнение состояния / модель	ННЖ			BSk21		
	M/M_\odot	ρ_{c14}	R , км	M/M_\odot	ρ_{c14}	R , км
Наибольшая масса	2.16	24.5	10.84	2.27	22.9	11.04
Порог прямого урка-процесса	1.72	10.0	12.49	1.59	8.21	12.59

идёт. При этом важно различать *формальную* и *фактическую* плотность порога включения прямого урка-процесса. Формальная плотность порога ρ_{D0} определяется уравнением состояния и законом сохранения импульса (см. соотношение (5.2) и работу [162]). Фактическая же плотность порога ρ_D может отличаться от своего формального значения как в бóльшую, так и в меньшую сторону. В частности, сверхтекучесть вещества нейтронной звезды может подавлять прямой урка-процесс (за счёт появления щели в энергетическом спектре частиц) и увеличивать значение ρ_D [81, 93]. Сильные магнитные поля в ядре звезды изменяют условия сохранения импульса и приводят к уменьшению значения ρ_D [93, 163]. Изменение пороговой плотности также может быть вызвано эффектами ядерной физики (см., например, работы [164, 165] и ссылки там). Перечисленные эффекты могут действовать совместно. Следует подчеркнуть, что именно фактическое значение пороговой плотности ρ_D определяет тепловую эволюцию нейтронных звёзд. Из сказанного понятно, что это значение, по сути, неизвестно, даже если уравнение состояния (а, значит, и формальный порог ρ_{D0}) было бы известно.

Таким образом, вторая модель в табл. 5.3 содержит значение формальной плотности порога включения электронного прямого урка-процесса и соответствующую этой плотности массу звезды. Как видно из этой таблицы: $\rho_{D0}^{\text{HNJ}} = 1.00 \times 10^{15} \text{ г/см}^3$, $M_{D0}^{\text{HNJ}} = 1.72 M_{\odot}$ и $\rho_{D0}^{\text{BSk21}} = 8.21 \times 10^{14} \text{ г/см}^3$, $M_{D0}^{\text{BSk21}} = 1.59 M_{\odot}$. Поскольку в ядре звезды учитывается наличие мюонов, то помимо электронного прямого урка-процесса возможен и мюонный. При этом плотность порога включения мюонного процесса всегда выше, чем электронного и его включение не оказывает такого сильного влияния на тепловую эволюцию звезды, как включение электронного. Тем не менее, мюонный прямой урка-процесс также учитывался при проведении расчётов.

Для выполнения расчётов использовался код остывания нейтронных звёзд, разработанный в ФТИ им. А. Ф. Иоффе (см. подробности в разделе 4.4). Кривые остывания изолированных нейтронных звёзд вычислялись путём прямого использования кода остывания, как в главе 4. Кривые нагрева аккрецирующих

нейтронных звёзд в рентгеновских транзиентах рассчитывались как стационарные решения уравнение теплового баланса (см., например, статью [166]):

$$L_h^\infty = L_\nu^\infty + L_\gamma^\infty, \quad (5.3)$$

где L_h^∞ – средний темп глубокого нагрева коры (с учётом гравитационного красного смещения для удалённого наблюдателя); темп прогрева определяется средним темпом аккреции $\langle \dot{M} \rangle$; L_ν^∞ – нейтринная светимость звезды, L_γ^∞ – фотонная светимость в спокойном состоянии транзиента. При этом внутренние области звезды предполагаются изотермическими (с учётом эффектов общей теории относительности). Как уже говорилось в разделе 5.1, это допустимо, пока темп аккреции не слишком велик и не приводит к нарушению равновесия между корой и ядром. Для простоты магнитные поля и сверхтекучесть вещества нейтронной звезды не учитывались. Таким способом получают обычные кривые остывания или нагрева, которые многократно исследовались. Рассмотрим подробнее такие кривые.

На рис. 5.3 представлены последовательности кривых остывания (слева) и кривых нагрева (справа) для нейтронных звёзд с массой $M = 1.1 - 2.1 M_\odot$. Разница в массе между двумя соседними кривыми $\delta M = 0.01 M_\odot$. Теплоизолирующая оболочка состоит из железа, уравнение состояния ННЖ. Порог включения прямого урка-процесса соответствует формальному значению $\rho_{D0}^{\text{ННЖ}}$. При прочих равных условиях чем больше масса звезды, тем ниже соответствующая кривая нагрева или охлаждения (т.е. тем холоднее звезда) и наоборот, чем меньше масса, тем выше кривая нагрева или охлаждения (т.е. звезда более тёплая). Это объясняется тем, что с ростом массы увеличивается нейтринная светимость звезды. Следовательно, пространство между самой высокой (с $M = 1.1 M_\odot$) и самой низкой (с $M = 2.1 M_\odot$) кривыми можно заполнить кривыми с промежуточными массами и, в принципе, объяснить любые наблюдательные данные, попадающие в этот диапазон. Однако, как видно из рисунка, это заполнение очень неравномерное (см. также работу [167]). По сути, из расчётов получается, что существуют две популяции нейтронных звёзд, горячие и холодные. Горячие звёзды с массой

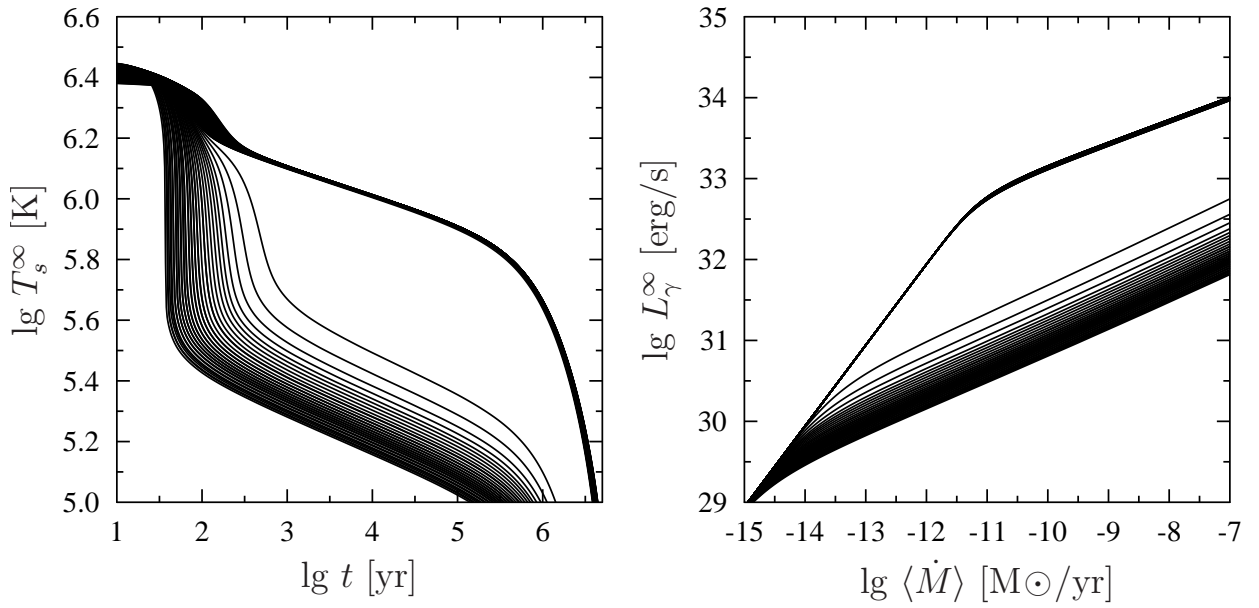


Рис. 5.3. Последовательность кривых остывания $T_s^\infty(t)$ [слева] и кривых нагрева $L_\gamma^\infty(\langle \dot{M} \rangle)$ [справа] для нейтронных звёзд массой $M = (1.1 - 2.1) M_\odot$; разница в массе между двумя соседними кривыми $\delta M = 0.01 M_\odot$. Теплоизолирующая оболочка состоит из железа, уравнение состояния – ННН. Порог включения прямого урка-процесса соответствует формальному значению ρ_{D0}^{HHJ} .

$M \leq M_D$ (в данном случае $M_D = M_{D0}^{\text{HHJ}} = 1.72 M_\odot$), в которых прямой урка-процесс запрещён, сливаются в одну “базовую” кривую охлаждения/нагрева звезды за счёт модифицированного урка-процесса (см., например, обзор [81] и ссылки там). В холодных звёздах с массой $M > M_D$ разрешён прямой урка-процесс, и за счёт него они очень интенсивно теряют энергию. А поскольку включение прямого урка-процесса имеет пороговый характер, то популяции холодных и горячих звёзд разделены большим зазором, который отчётливо виден на рис. 5.3. Наличие двух популяций нейтронных звёзд очевидно противоречит наблюдательным данным, из которых явно следует, что остывающие и аккрецирующие нейтронные звёзды образуют одну популяцию (см. рис. 5.1 и 5.2). Поэтому, хотя объяснение наблюдательных данных в такой модели в принципе возможно, оно кажется крайне маловероятным.

Теперь посмотрим, можно ли убрать зазор, если учесть, что химический состав теплоизолирующих оболочек может быть различен. Как следует из результатов главы 4, модель оболочек PCY97 [60] обеспечивает наибольшие вариации

внутренней температуры при фиксированной поверхностной температуре звезды. А поскольку интересно охватить как можно более широкий диапазон параметров, то в данной главе будет использоваться именно эта модель оболочек. Результаты представлены на рис. 5.4. Все параметры аналогичны параметрам рис. 5.3; диапазон масс сужен до $M = 1.6 - 1.8 M_{\odot}$, к оболочкам из железа (чёрные сплошные кривые) добавлены оболочки, содержащие лёгкие элементы (H, He, C; серые точечные кривые, LE – “light elements”), накопленная масса лёгких элементов $\Delta M_{LE} = 10^{-k} M$, где $k = 7, 8, \dots, 16$. Как видно из рисунка, “зазор” действительно несколько уменьшился, однако все равно остался. Следовательно, один только учёт лёгких элементов в оболочках не в состоянии объединить популяции горячих и холодных звёзд в одну популяцию. Требуется другой механизм.

Здесь необходимо сделать замечание о теплоизолирующих оболочках. При изучении остывания изолированных нейтронных звёзд (глава 4) подразумевалось, что химический состав и масса лёгких элементов в оболочках не меняется с течением времени (распределение фракций ионов может меняться из-за диффузии, но, как показано в главе 3, это не влияет на соотношения $T_b - T_s$). Однако в ак-

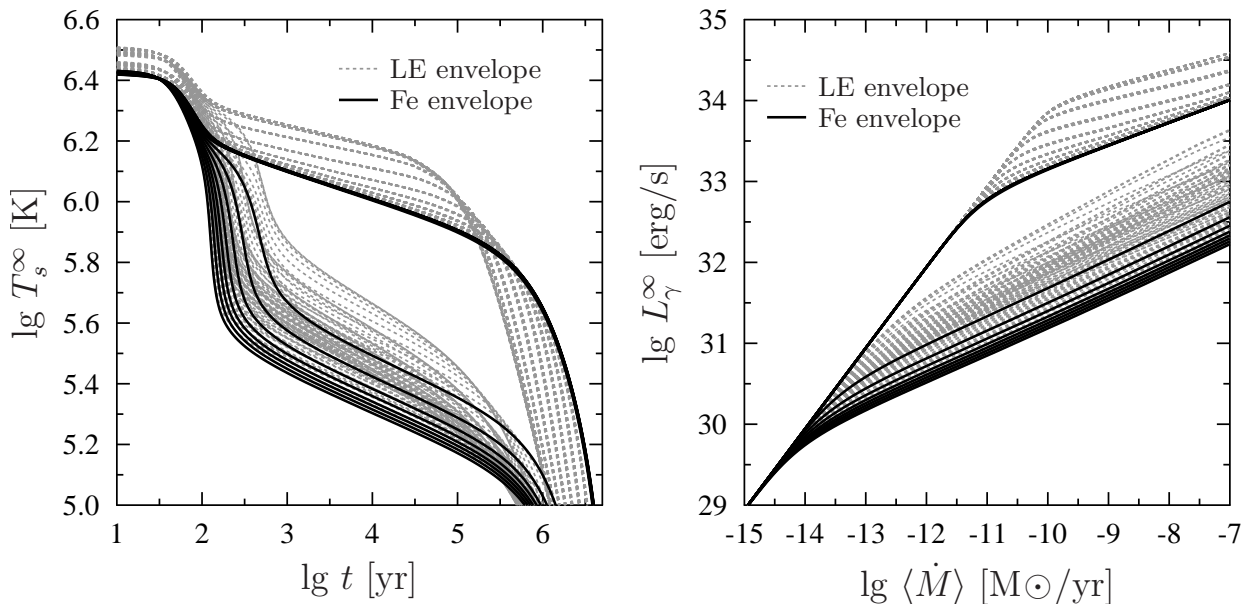


Рис. 5.4. То же, что и на рис. 5.3, но диапазон масс сужен до $M = (1.6 - 1.8) M_{\odot}$, а к теплоизолирующим оболочкам из железа (чёрные сплошные кривые) добавлены оболочки, содержащие лёгкие элементы (серые точечные кривые). Детали см. в тексте.

крецирующих нейтронных звёздах химический состав и масса лёгких элементов могут изменяться со временем из-за аккреции. Соответственно, и соотношения $T_b - T_s$ могут зависеть от времени. Строгий подход к этому вопросу сложен – аккреция определяется множеством факторов. Поэтому для просты будем считать, что для аккрецирующих нейтронных звёзд справедливы те же модели оболочек и соотношения $T_b - T_s$, что и для изолированных звёзд.

Итак, завершая изложение традиционного подхода можно сделать вывод, что его основной недостаток заключается в сильной неравномерности кривых остывания и нагрева, что даёт две популяции нейтронных звёзд, в то время как наблюдательные данные говорят о существовании только одной. И хотя в рамках традиционного подхода в принципе можно объяснить наблюдательные данные, такое объяснение выглядит неправдоподобным. Две популяции получаются ввиду порогового характера включения прямого урка-процесса.

5.4. Основные принципы статистического подхода к тепловой эволюции

5.4.1. Основная идея

Основная идея статистического подхода заключается в следующем. Предположим, что все рассматриваемые нейтронные звёзды имеют одинаковую микрофизику (т.е. уравнение состояния, характеристики нейтринных процессов), но, естественно, различные параметры (массу, химический состав теплоизолирующих оболочек, магнитные поля, вращение и т.д.). Плотность вероятности обнаружить звезду в каком-либо участке плоскости температура поверхности – возраст (или тепловая светимость – средний темп аккреции) определяется путём усреднения обычных кривых остывания (или нагрева) с функциями распределения нейтронных звёзд по их параметрам (по массе, химическому составу оболочек, магнитным полям и т.д.). Более конкретно, для полученных таким об-

разом плотностей вероятности p_i (или p_a) справедливы следующие соотношения:

$$dP_i = p_i (T_s^\infty, t) dT_s^\infty, \quad dP_a = p_a (L_\gamma^\infty, \langle \dot{M} \rangle) dL_\gamma^\infty, \quad (5.4)$$

где dP_i (или dP_a) – вероятность найти изолированную (“i”) нейтронную звезду возраста t (или аккрецирующую (“a”) нейтронную звезду со средним темпом аккреции $\langle \dot{M} \rangle$) в узком диапазоне поверхностных температур dT_s^∞ (или поверхностных светимостей dL_γ^∞). По построению, полная вероятность $\int p_i dT_s^\infty$ (или $\int p_a dL_\gamma^\infty$) сохраняется, т.е. не зависит от t (или $\langle \dot{M} \rangle$). После процедуры усреднения вместо детерминированных кривых получим теоретические распределения плотностей вероятности обнаружить звезду в каком-либо участке соответствующей плоскости.

Полная реализация такого подхода – сложная задача, в первую очередь потому, что функции распределения нейтронных звёзд по их параметрам неизвестны или, в лучшем случае, известны с большими погрешностями. Поэтому будем использовать наиболее простую модель, достаточную для демонстрации статистического метода; эта модель для традиционного подхода описана в разделе 5.3. Тогда, пренебрегая явным учётом магнитных полей, сверхтекучести и вращения (см. далее), получим, что необходимо рассмотреть только распределения нейтронных звёзд по массе и по химическому составу теплоизолирующих оболочек.

5.4.2. Функции распределения параметров нейтронных звёзд

Функции распределения нейтронных звёзд по массе известны плохо, поэтому для данной задачи они определялись “на глаз” методом “проб и ошибок”, т.е. путём поиска таких функциональных зависимостей и их параметров, которые позволяют наилучшим образом описать наблюдательные данные. Разумеется, полученные функции распределения не единственные и можно предложить множество других, но предлагаемых функций достаточно, чтобы продемонстрировать основные результаты статистического метода. Также естественно, что

эти функции различны для изолированных и аккрецирующих нейтронных звёзд. Распределение изолированных нейтронных звёзд $f_i(M)$ выбрано нормальным, распределение аккрецирующих нейтронных звёзд $f_a(M)$ – логнормальным:

$$\begin{aligned} f_i(M) &= \frac{1}{N_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp\left(-\frac{(M - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right), \\ f_a(M) &= \frac{1}{N_a} \frac{1}{\sqrt{2\pi}M\sigma_a} \exp\left(-\frac{(\ln[M/M_\odot] - \mu_a)^2}{2\sigma_a^2}\right). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Величины $\mu_{i,a}$ и $\sigma_{i,a}$ – параметры распределений, $N_{i,a}$ – нормировка, связанная с тем, что диапазон масс нейтронных звёзд конечен (см. далее). Для нормального распределения $f_i(M)$ параметр μ_i соответствует наиболее вероятной массе (максимуму распределения), в то время как для логнормального распределения $f_a(M)$ наиболее вероятной массе соответствует величина $M_\odot \exp(\mu_a - \sigma_a^2)$. Заранее можно ожидать, что аккрецирующие нейтронные звёзды должны быть в целом тяжелее, чем изолированные, ввиду периодической аккреции вещества со звезды-компаньона в течение $\sim 10^9$ лет. Дальнейшие расчёты подтверждают это предположение.

Введём минимальную (M_{\min}^*) и максимальную (M_{\max}^*) массы, которые ограничивают диапазон масс рассматриваемых нейтронных звёзд. Это не обязательно наименьшая и наибольшая из возможных масс нейтронных звёзд (при фиксированном уравнении состояния), а, скорее, границы диапазона масс ансамбля изолированных и аккрецирующих нейтронных звёзд, представляющих наибольший интерес. Этот диапазон выбирается из тех соображений, что звёзды с $M > M_{\max}^*$ очень редки, а звёзды с $M < M_{\min}^*$, во-первых, редки, а во-вторых, не представляют интереса, поскольку они не содержат внутреннего ядра (см., например, [1]) и в них заведомо не может идти прямой урка-процесс. Поскольку, как упоминалось выше, аккрецирующие нейтронные звёзды в целом тяжелее изолированных, то величина M_{\max}^* относится именно к ним. В связи с изложенным, функции распределения нейтронных звёзд по массе полагаются равными нулю при $M < M_{\min}^*$ или $M > M_{\max}^*$, а нормировочные множители $N_{i,a}$ масштабируют распределения

на конечный диапазон масс $M_{\min}^* < M < M_{\max}^*$. На практике рассматривались следующие значения: $M_{\min}^* = 1.0, 1.1 M_{\odot}$, $M_{\max}^* = 2.1, 2.2 M_{\odot}$ (естественно, величина M_{\max}^* может принимать значение $2.2 M_{\odot}$ только при использовании уравнения состояния BSk21, т.к. это значение превышает наибольшую возможную массу звезды для уравнения состояния ННJ, см. табл. 5.3).

Функции распределения нейтронных звёзд по химическому составу теплоизолирующих оболочек фактически неизвестны. Для определённости будем считать, что это распределение равномерное. Такое предположение позволяет оценить степень влияния теплоизолирующих оболочек в рамках статистического подхода. Тогда

$$f_{LE}(\Delta M_{LE}) = \text{const}, \quad (5.6)$$

при этом $\Delta M_{LE} \leq \Delta M_{LE \max} \approx 10^{-7} M$ (см. главу 3, при более высоких значениях накопленной массы лёгких элементов в теплоизолирующей оболочке звезды начнутся ядерные реакции и лёгкие элементы превратятся в более тяжёлые).

5.4.3. Сглаживание порога включения прямого урка-процесса

Поскольку статистический метод базируется на традиционном подходе, то само по себе усреднение кривых остывания или нагрева с функциями распределения нейтронных звёзд по их параметрам не решит проблему наличия зазора между популяциями горячих и холодных звёзд, вызванную пороговым характером включения прямого урка-процесса. Для закрытия зазора и объединения двух популяций звёзд в одну необходим механизм, который может сгладить (размыть) порог прямого урка-процесса, сделать его включение постепенным. Фактически, такие механизмы уже перечислялись в разделе 5.3, когда речь шла об отличии формального и фактического положений порога, поскольку те механизмы, которые отвечают за смещение положения порога, также отвечают и за его сглаживание (например, размытие и смещение порога за счёт магнитных полей продемонстрировано на рис. 22 в обзоре [93], а за счёт протонной

сверхтекучести – на правой части рис. 5 в обзоре [81]).

Протонная сверхтекучесть (за счёт спаривания протонов в синглетном состоянии) характеризуется критической температурой протонов $T_{cp}(\rho)$ [168]. Критическая температура очень модельно-зависима; разброс теоретических профилей $T_{cp}(\rho)$ велик. Кроме того, возможно совместное воздействие всех трёх перечисленных эффектов. Чтобы свести к минимуму количество свободных параметров и убрать зависимость от конкретных моделей (сверхтекучести), сглаживание и смещение порога включения прямого урка-процесса осуществлялось феноменологически путём введения сглаживающей функции b , зависящей всего от двух свободных параметров. Они и определяют степень размытия и смещения порога в выбранной модели.

Таким образом, пусть Q_D – результирующая интенсивность нейтринного излучения за счёт прямого урка-процесса, а Q_{D0} – интенсивность после порога в отсутствие сглаживания. Тогда $Q_D = Q_{D0}b$, где функция b выбрана в виде (см. пример на рис. 5.5)

$$b(x, \xi) = \begin{cases} 0.5 [1 + \operatorname{erf}(x - \xi\omega)], & -\omega \leq x - \xi\omega \leq \omega; \\ 0, & x - \xi\omega < -\omega; \\ 1, & x - \xi\omega > \omega. \end{cases} \quad (5.7)$$

Здесь erf – функция ошибок, $x = (\rho - \rho_{D0})/(\alpha\rho_{D0})$, $\alpha \sim \Delta\rho_D/\rho_{D0} \ll 1$ – коэффициент сглаживания (размытия) порога прямого урка-процесса, он предполагался малым; $\Delta\rho_D$ – характерный интервал плотности, в котором прямой урка-процесс набирает силу; ξ определяет фактическое положение порога ρ_D (причём $-1 \leq \xi \leq 1$). При $\xi = 0$ порог не смещён относительно своего формального значения, т.е. $\rho_D = \rho_{D0}$. В общем случае фактическое положение порога определяется соотношением

$$\rho_D = \rho_{D0} (1 + \alpha\xi\omega). \quad (5.8)$$

В этих выражениях $\omega \approx 5.40988$ – вспомогательная величина, которая задаёт уровень отсечки в 10^{-14} для функции b , т.е. $0.5 [1 - \operatorname{erf}(\omega)] = 10^{-14}$. При $\rho = \rho_D$

сглаживающая функция $b = 0.5$; она изменяется от 0.1 до 0.9 в диапазоне плотностей $-0.91\alpha \leq (\rho - \rho_D)/\rho_D \leq 0.91\alpha$. При этом функция b симметрична относительно $\rho = \rho_D$ (см. рис. 5.5), однако в реальности она может и не быть симметричной и асимметрия может оказывать влияние на тепловую эволюцию нейтронных звёзд. Но этот вопрос выходит за рамки данной задачи. Все сказанное относилось к электронному прямому урка-процессу. Порог мюонного прямого урка-процесса размывался и смещался аналогичным образом, хотя это и не имеет большого значения.

Проиллюстрируем введённое выше определение функции b на простом примере. Пусть $\xi = 0$, тогда для уравнения состояния ННЖ получим ситуацию, изображённую на рис. 5.5. Из рисунка видно, что при $\alpha \rightarrow 0$ функция становится разрывной со скачком при $\rho = \rho_D$. Это соответствует отсутствию сглаживания. С увеличением коэффициента сглаживания α порог включения прямого урка-процесса размывается все больше и больше.

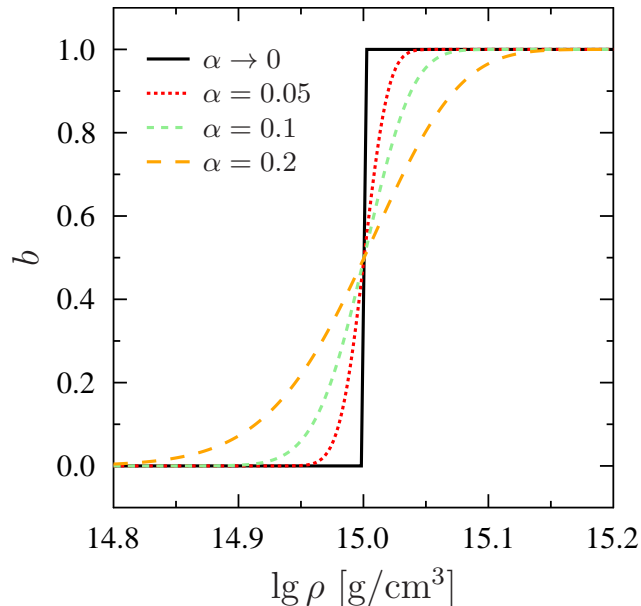


Рис. 5.5. Функция b , описывающая размывание порога включения прямого урка-процесса, в зависимости от плотности ρ [см. выражение (5.7)] для трёх значений коэффициента сглаживания α . Случай $\alpha \rightarrow 0$ соответствует отсутствию сглаживания. Уравнение состояния ННЖ, $\xi = 0$.

5.4.4. Первые результаты

Перейдём непосредственно к результатам, которые можно получить статистическим методом. Всего было исследовано четыре модели с различными распределениями нейтронных звёзд по массам и различными положениями порога включения прямого-урка процесса. Параметры этих моделей представлены в табл. 5.4 и на рис. 5.6, они получены при $M_{\min}^* = 1.1 M_{\odot}$ и $M_{\max}^* = 2.1 M_{\odot}$. Но на данном этапе ограничимся только уравнением состояния ННЖ с несмещённым порогом включения прямого урка-процесса, модель № 1 из табл. 5.4. Остальные модели и другие значения граничных масс будут рассмотрены далее. Обратим внимание, что, как и предполагалось ранее, для всех четырёх моделей аккрецирующие нейтронные звёзды получились в целом тяжелее, чем изолированные. Например, для модели № 1 максимум распределения изолированных нейтронных звёзд приходится на $1.4 M_{\odot}$, а аккрецирующих – на $\approx 1.55 M_{\odot}$. Этот результат находится в хорошем соответствии с увеличением массы при аккреции на $\sim 0.1 M_{\odot}$ ($= 10^{-10} M_{\odot}$ в год $\times 10^9$ лет).

Определение коэффициента размытия порога прямого урка-процесса

Коэффициент α сглаживания порога включения прямого урка-процесса определялся так, чтобы убрать “зазор” между популяциями горячих и холодных звёзд. Рассмотрим, что будет происходить при последовательном увеличении α .

Таблица 5.4. Параметры функций распределения (5.5) изолированных (“i”) и аккрецирующих (“a”) нейтронных звёзд по массам для четырёх изучаемых моделей и соответствующие этим моделям положения порога включения прямого урка-процесса. См. также рис. 5.6.

Модель	μ_i	σ_i	μ_a	σ_a	M_D
1	1.40	0.15	0.47	0.17	1.72
2	1.35	0.15	0.42	0.18	1.66
3	1.47	0.10	0.43	0.09	1.65
4	1.25	0.10	0.30	0.12	1.45

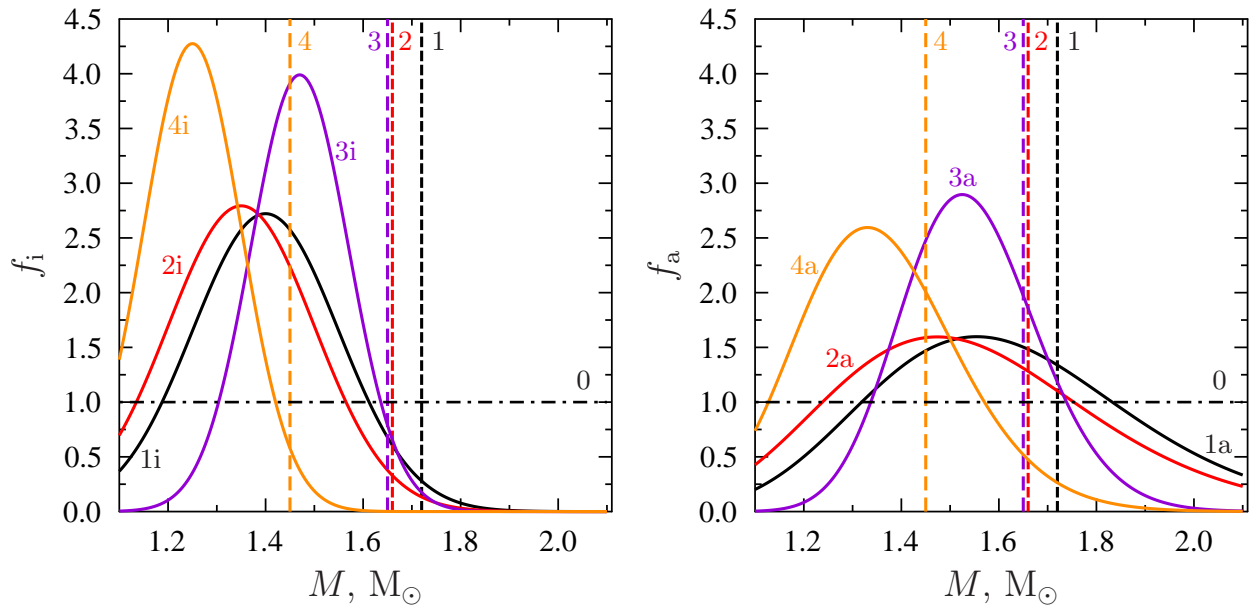


Рис. 5.6. Функции распределения (5.5) изолированных (“i”, слева) и аккрецирующих (“a”, справа) нейтронных звёзд по массам для четырёх изучаемых моделей, параметры которых приведены в табл. 5.4. Предполагается, что $M_{\min}^* = 1.1 M_{\odot}$ и $M_{\max}^* = 2.1 M_{\odot}$. Вертикальные штриховые линии показывают значение M_D для этих моделей. Горизонтальная штрих-пунктирная кривая “0” соответствует равномерному распределению по массам.

Начнём с $\alpha \rightarrow 0$, т.е. порог не размыт. Этот случай приведён на рис. 5.7, на котором представлены теоретические распределения плотностей вероятности обнаружить изолированные нейтронные звёзды в различных областях плоскости $T_s^{\infty} - t$ (слева) и аккрецирующие нейтронные звёзды в плоскости $L_{\gamma}^{\infty} - \langle \dot{M} \rangle$ (справа) и сравнение с наблюдательными данными. Распределения плотностей вероятности получены путём процедуры усреднения, описанной в разделе 5.4.1. Параметры распределений по массам приведены в табл. 5.4, рассмотрена модель № 1. Плотности вероятности изображены в виде оттенков серого (в относительных единицах): чем темнее участок, тем выше вероятность; чем светлее участок – тем ниже вероятность. Штриховыми линиями показаны 11 опорных кривых для звёзд с оболочкой из железа и массами $M = 1.1, 1.2, \dots, 2.1 M_{\odot}$. Эти кривые не зависят от распределения нейтронных звёзд по массам и определяются только степенью размытия и смещения порога прямого урка-процесса. Из рисунка видно, что сам по себе статистический метод не позволяет “закрыть” зазор. Стоит

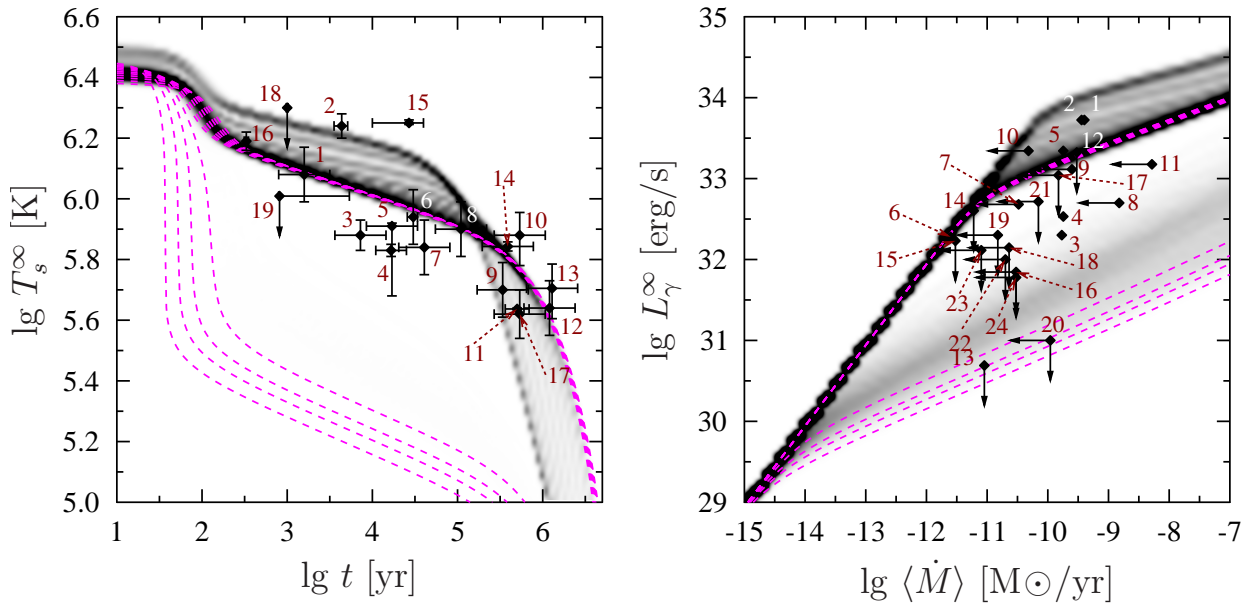


Рис. 5.7. Теоретические распределения плотностей вероятности обнаружить изолированные нейтронные звёзды в различных областях плоскости $T_s^\infty - t$ (слева) и аккрецирующие нейтронные звёзды в плоскости $L_\gamma^\infty - \langle \dot{M} \rangle$ (справа) и сравнение с наблюдательными данными. Штриховыми линиями показаны 11 опорных кривых для звёзд с оболочкой из железа и массами $M = 1.1, 1.2, \dots, 2.1 M_\odot$. Использовано уравнение состояния ННЖ, распределение звёзд по массам № 1 из табл. 5.4; порог прямого урка-процесса не размыт и не смещён. Детали см. в тексте.

обратить внимание и на неравномерность опорных кривых (ср. далее).

Далее возьмём $\alpha = 0.05$. Результат представлен на рис. 5.8. Разница в распределении плотности вероятности для изолированных нейтронных звёзд по сравнению с рис. 5.7 заметна слабо, хотя различие в опорных кривых чётко видно. Для аккрецирующих нейтронных звёзд разница и в плотности вероятности, и в опорных кривых вполне заметна. На первый взгляд может показаться, что для аккрецирующих звёзд значение $\alpha = 0.05$ достаточно для описания наблюдательных данных. Однако более детальное изучение позволяет усомниться в этом: плотность вероятности высока в области самых горячих объектов 1 и 2 и низка в плотно заполненной области промежуточных объектов, таких как 19, 21 и 23. Кроме того, опорные кривые все ещё заметно неравномерны. Как будет показано далее, при $\alpha = 0.05$ описание наблюдательных данных в принципе возможно путём подбора параметров функций распределения нейтронных звёзд по массам, что уже видно по данному рисунку. Однако такое описание маловероятно. При $\alpha < 0.05$ зазор

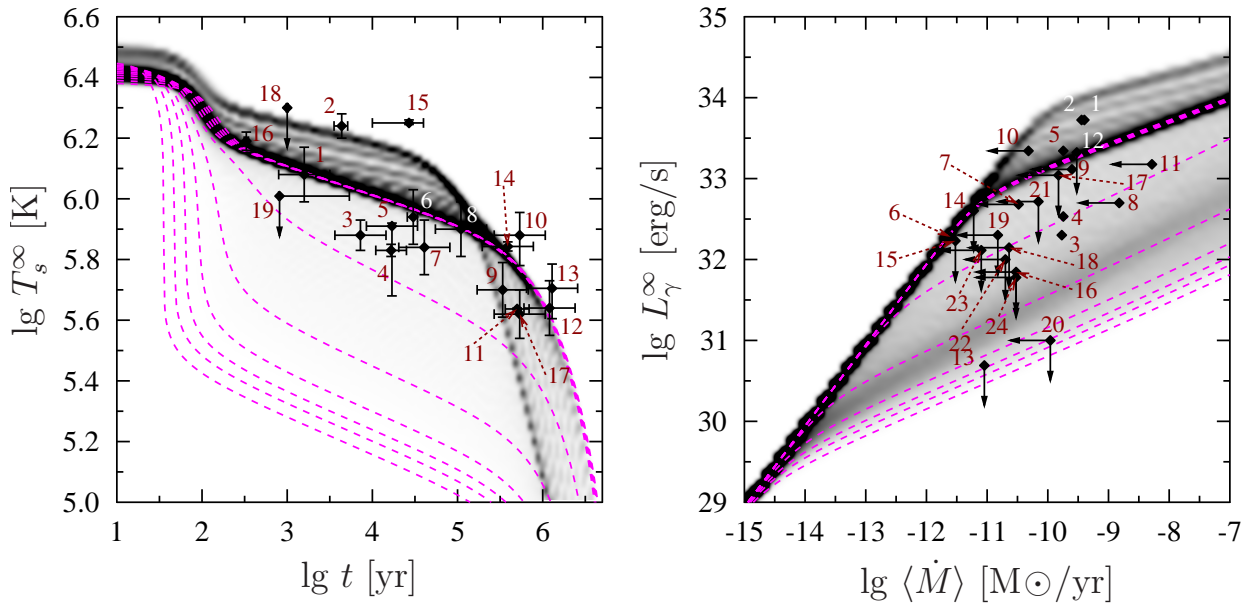


Рис. 5.8. То же, что и на рис. 5.7, но порог включения прямого урка-процесса размыт, $\alpha = 0.05$.

остаётся и его нельзя убрать за счёт функций распределения звёзд по массам.

Теперь возьмём $\alpha = 0.1$. Такое значение даёт наилучшее соответствие между теоретическими распределениями плотностей вероятности и наблюдательными данными. Результаты приведены на рис. 5.9. Опорные кривые теперь расположены заметно равномернее, чем в случае рис. 5.7 и 5.8, что говорит о полном исчезновении зазора и объединении популяций горячих и холодных звёзд в одну популяцию, а распределение плотностей вероятности хорошо соотносится с наблюдательными данными.

На рис. 5.9 также показаны две штрих-пунктирные кривые, которые демонстрируют эффекты сильной протонной сверхтекучести, т.е. когда $T_{cp}(\rho) \gtrsim 3 \times 10^9$ К в ядре звезды массой $M = 1.4 M_\odot$. Темно-оранжевая кривая отвечает теплоизолирующей оболочке из железа ($\Delta M_{LE} = 0$), голубая – оболочке с максимальным количеством лёгких элементов ($\Delta M_{LE} = \Delta M_{LE \max}$). Сверхтекучесть подавляет модифицированный урка-процесс (см., например, обзор [81]) и делает звезду более тёплой, что позволяет объяснить даже самые горячие изолированные нейтронные звёзды (например, объект 15 – самую горячую звезду для своего возраста). Кривые со сверхтекучестью добавлены с иллюстративными целями, чтобы показать, что рассматриваемый метод позволяет объяснить все объекты. Но, как уже

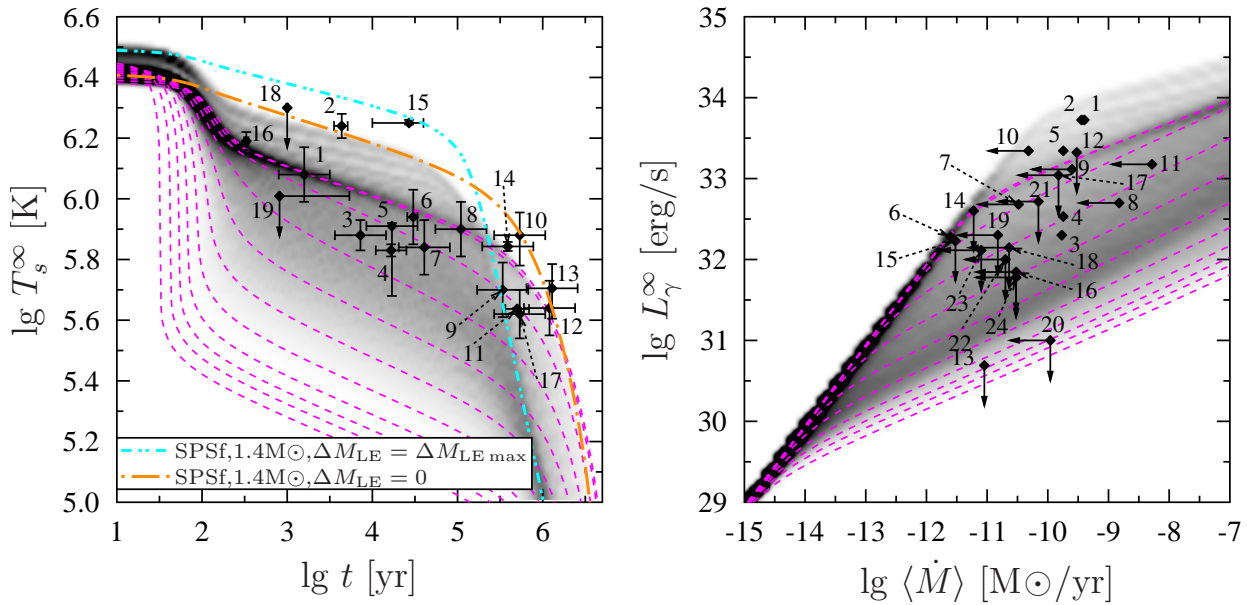


Рис. 5.9. То же, что и на рис. 5.7, но порог включения прямого урка-процесса размыт таким образом ($\alpha = 0.1$), чтобы достичь наилучшего соответствия с наблюдательными данными. Кроме того, показаны две штрих-пунктирные кривые для звезды массой $M = 1.4 M_\odot$ с сильной протонной сверхтекучестью в ядре и оболочкой из железа (темно-оранжевая кривая, $\Delta M_{LE} = 0$) или оболочкой с максимальным количеством лёгких элементов (голубая кривая, $\Delta M_{LE} = \Delta M_{LE \max}$).

говорилось ранее, эффекты сверхтекучести не учитываются¹⁾ при вычислении плотностей вероятности.

Прежде чем изучить, что будет, если размыть порог прямого урка-процесса ещё сильнее, оценим влияние функций распределения нейтронных звёзд по массе на плотности вероятности. На рис. 5.10 показано то же, что и на рис. 5.9, но при равномерном распределении нейтронных звёзд по массам. По сравнению с предыдущим рисунком, в этом случае должно существовать значительное количество холодных изолированных звёзд, которые не наблюдаются (влияние эффектов селекции обсуждается далее). Кроме того, при равномерном распределении по массам хуже описываются “промежуточные” аккрецирующие звёзды (объекты 7, 18, 19, 21 и др.). Это демонстрирует важность распределений нейтронных звёзд по массам.

¹⁾ Протонная сверхтекучесть *частично* учитывается на феноменологическом уровне, как один из факторов, приводящих к размытию и смещению порога включения прямого-урка процесса. Однако её влияние на модифицированный урка-процесс, теплоёмкость и теплопроводность не принимается во внимание.

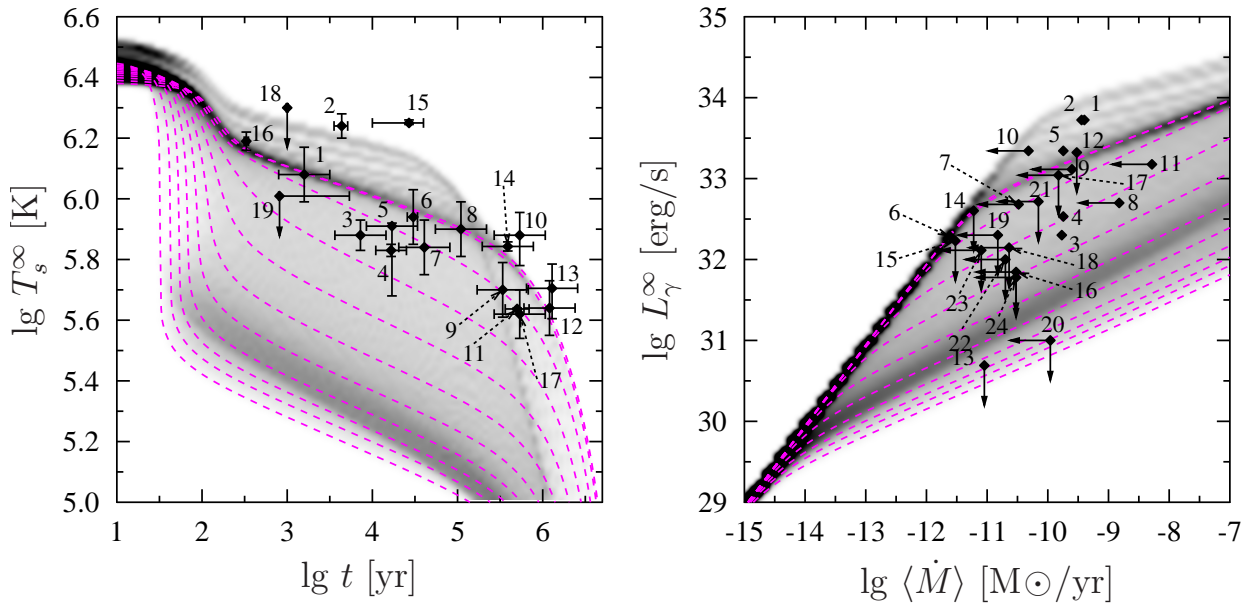


Рис. 5.10. То же, что и на рис. 5.9, но при равномерном распределении нейтронных звёзд по массам.

Возьмём теперь значение $\alpha = 0.2$. Этот случай представлен на рис. 5.11. Все кривые охлаждения/нагрева сместились вниз (т.е. соответствуют более холодным звёздам), т.к. при сильном размытии порога прямого урка-процесса он начинает действовать даже в маломассивных звёздах (возможны и другие варианты, см. раздел 5.4.5). Очевидно, что эта ситуация противоречит наблюдательным данным.

Пионная и каонная конденсация

Рассмотрим также другую ситуацию: прямой урка-процесс запрещён в звёздах всех масс, но разрешены мощные, но всё же менее интенсивные процессы нейтринного излучения, например за счёт пионной или каонной конденсации во внутренних ядрах достаточно массивных нейтронных звёзд. Качественно, такой вариант можно моделировать, просто умножив нейтринную светимость прямого урка-процесса Q_D на редуцирующий фактор β , равный $\sim 10^{-2}$ для пионной конденсации и $\sim 10^{-4}$ для каонной. В таком приближении это нейтринное излучение обладает таким же пороговым характером, как и прямой урка процесс (с тем же положением порога).

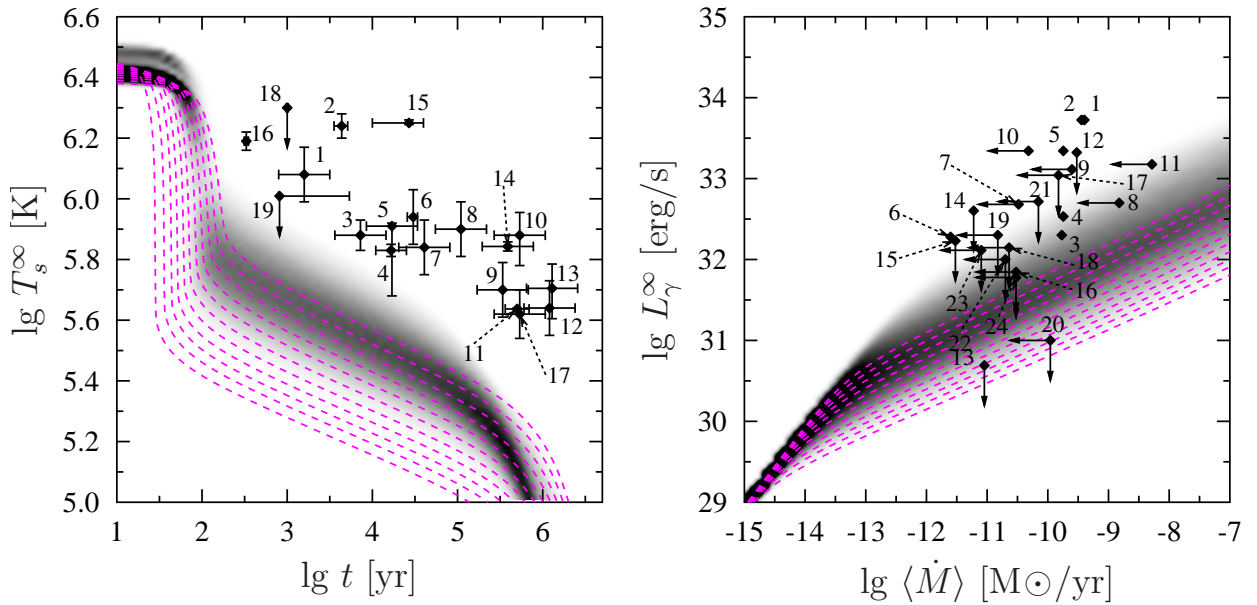


Рис. 5.11. То же, что и на рис. 5.7, но порог включения прямого урка-процесса размыт, $\alpha = 0.2$.

Начнём с $\beta = 10^{-2}$. Опять воспользуемся уравнением состояния ННЗ с несмещенным и не размытым порогом теперь уже нейтринного излучения за счёт пионной конденсации. Но не будем проводить статистического усреднения. Получим кривые остывания и нагрева, изображённые на рис. 5.12. Диапазон масс нейтронных звёзд составляет $M = 1.11 - 2.09 M_{\odot}$ с шагом $\delta M = 0.01 M_{\odot}$. Предполагаем, что теплоизолирующие оболочки состоят из железа и лёгких элементов. Видно, что зазор стал значительно меньше, а холодные звёзды – теплее, чем на рис. 5.3, 5.4 и 5.7. Для аккрецирующих звёзд зазор почти полностью исчез. Если слегка размыть порог нейтринного излучения, то зазор полностью исчезнет. И если бы рассматривались только изолированные нейтронные звёзды, то это было бы вполне допустимым объяснением наблюдательных данных. Однако, поскольку рассматриваются ещё и аккрецирующие нейтронные звёзды, то подобное объяснение является неприемлемым, т.к. в данном случае невозможно объяснить самую холодную аккрецирующую нейтронную звезду SAX 1808.4–3658 (объект 13). Другими словами, совокупность данных по изолированным и аккрецирующим нейтронным звёздам позволяет исключить вариант пионной конденсации.

Перейдём к каонной конденсации, $\beta = 10^{-4}$. Этот вариант изображён на рис. 5.13. Видно, что в этом случае зазор, фактически отсутствует, а холодные

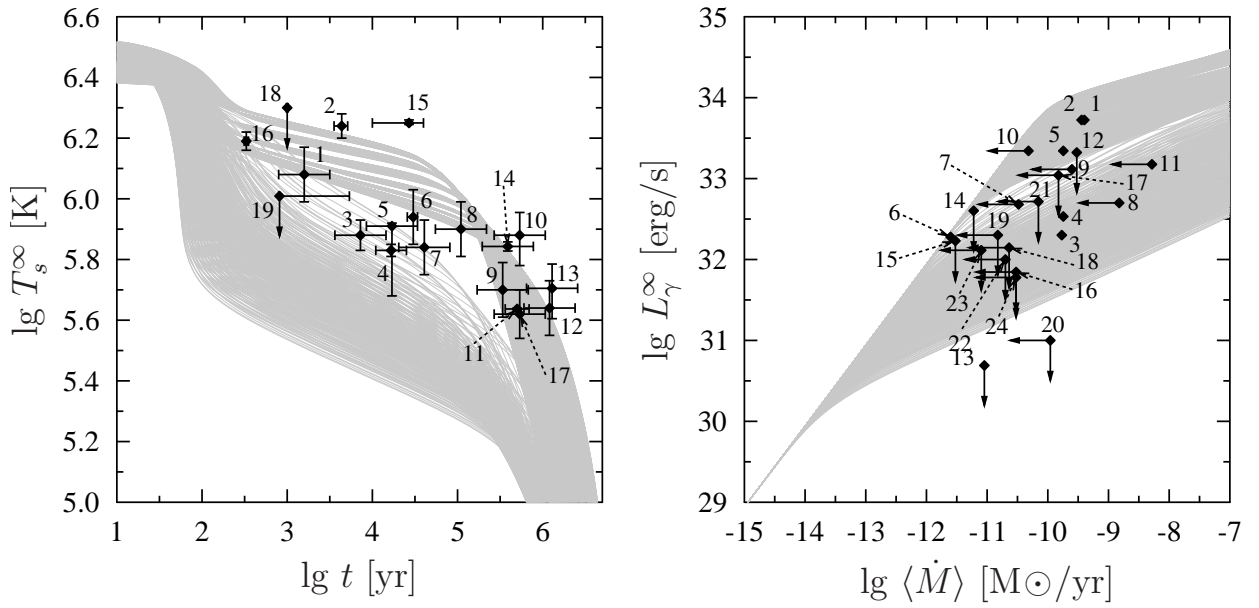


Рис. 5.12. Набор кривых остывания $T_s^\infty(t)$ для изолированных нейтронных звёзд (слева) и кривых нагрева $L_\gamma^\infty(\langle\dot{M}\rangle)$ для аккрецирующих нейтронных звёзд. Диапазон масс равен $M = 1.11 - 2.09 M_\odot$ с шагом $\delta M = 0.01 M_\odot$. Теплоизолирующие оболочки состоят из железа и лёгких элементов. Коэффициент редукции нейтринного излучения $\beta = 10^{-2}$ (что отвечает пионному конденсату). Детали см. в тексте.

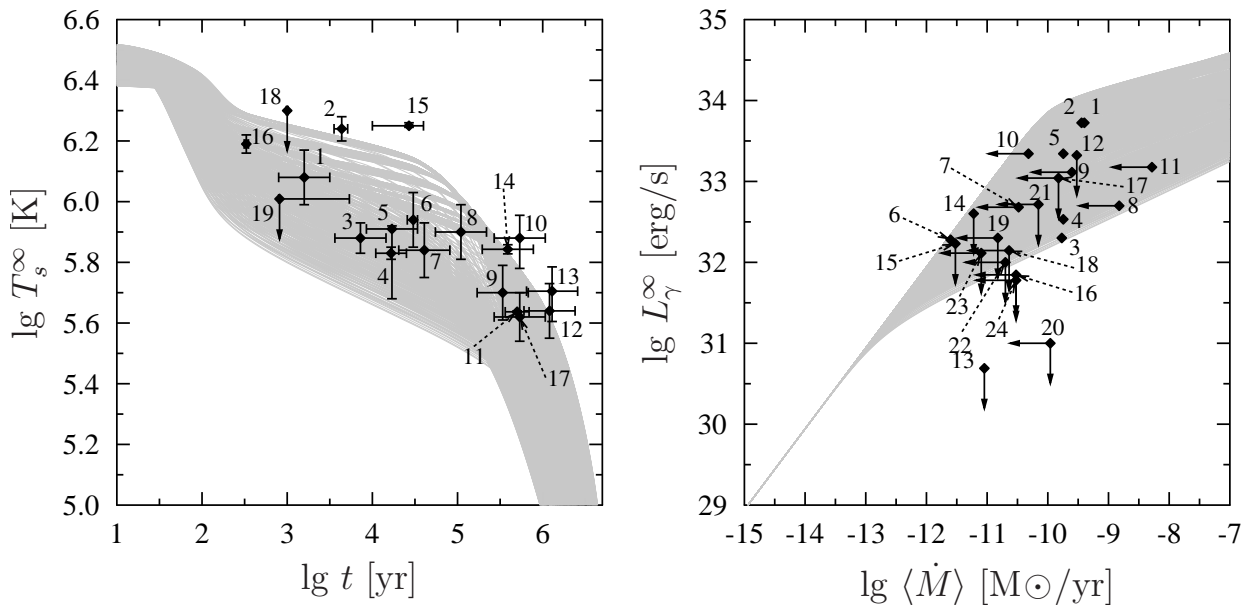


Рис. 5.13. То же, что и на рис. 5.12, но коэффициент редукции нейтринного излучения $\beta = 10^{-4}$ (что отвечает каонному конденсату). Детали см. в тексте.

звёзды стали ещё теплее. Аналогично предыдущему случаю, если рассматривать только изолированные нейтронные звёзды, то можно получить приемлемое объяснение наблюдательных данных, причём даже нет необходимости в размытии

порога нейтринного излучения. Однако и в этом случае невозможно объяснить наблюдения холодных аккрецирующих нейтронных звёзд, что исключает возможность каонной конденсации.

Выводы из приведённых результатов

Итак, подводя краткие итоги приведённых результатов, можно сделать следующие выводы. Для успешного объяснения всей совокупности наблюдательных данных необходимо:

- Наличие прямого-урка процесса во внутренних ядрах достаточно массивных звёзд. Более слабые процессы нейтринного излучения (связанные с пионной и каонной конденсациями) не в состоянии объяснить самые холодные транзиентно-аккрецирующие нейтронные звёзды (в первую очередь SAX 1808.4–3658, объект 13).
- Вполне определённое значение коэффициента размытия порога включения прямого урка-процесса ($\alpha \approx 0.1$), при котором происходит объединение популяций горячих ($M \leq M_D$) и холодных ($M > M_D$) звёзд в одну наблюдаемую популяцию. Здесь надо иметь в виду, что конкретное численное значение коэффициента размытия зависит от используемой модели функции сглаживания b .
- Учитывать функции распределения нейтронных звёзд по массам. Аккрецирующие нейтронные звёзды в целом тяжелее изолированных и имеют другое распределение по массам (что является ожидаемым следствием аккреции). Такое различие в массах даёт вполне естественное объяснение тому, что наблюдаются очень холодные аккрецирующие звёзды (SAX 1808.4–3658, объект 13), но не наблюдается столь же холодных изолированных нейтронных звёзд (хотя здесь нельзя исключать из рассмотрения эффект наблюдательной селекции: чем холоднее звезда, тем сложнее ее обнаружить).

Кроме того, можно сделать вывод, что различия в химическом составе теплоизолирующих оболочек при статистическом анализе *не* играют решающей роли, в отличие от результатов главы 4, где изучались конкретные звёзды, а не их совокупности.

5.4.5. Дальнейшее исследование

Во всех описанных выше случаях изучалось только размытие порога прямого урка-процесса, но не его смещение. Теперь учтём оба фактора, чтобы получить более точные ограничения на возможную степень размытия α , а также на положение порога ρ_D (или, что эквивалентно, на соответствующую массу M_D). В дополнение к этому рассмотрим второе уравнение состояния, BSk21, чтобы оценить степень влияния уравнения состояния на результаты, получаемые статистическим методом.

Ограничения на степень размытия и положение порога прямого урка-процесса

Варьируя свободные параметры α и M_D сглаживающей функции b [см. выражения (5.7) и (5.8)], определим верхнюю ($M_{D \max}$) и нижнюю ($M_{D \min}$) границы допустимых значений положений порога M_D , при которых включение прямого урка-процесса не приводит к противоречию с наблюдательными данными. Если значение M_D слишком мало, то прямой урка-процесс (с размытым порогом) начинает действовать в лёгких звёздах, делая их холоднее; если значение M_D слишком велико, то прямой-урка процесс оказывается подавленным в достаточно тяжёлых звёздах, делая их теплее. Очевидно, что значения $M_{D \min}$ и $M_{D \max}$ зависят от степени размытия порога α : если порог не размыт, то прямой урка процесс вообще не действует при $M \leq M_D$ и действует в полную силу при $M > M_D$; чем сильнее размытие, тем сильнее влияние прямого урка-процесса на звёзды с массой $M \leq M_D$ и тем слабее его влияние на звёзды с $M > M_D$. Таким образом,

необходимо определить область допустимых значений параметров на плоскости $\alpha - M_D$, в пределах которой действие прямого урка-процесса согласуется с наблюдательными данными.

Формальная процедура определения области допустимых значений такова: во-первых, как показано в разделе 5.4.4, при $\alpha < 0.05$ невозможно убрать зазор между популяциями горячих и холодных звёзд и получить единую популяцию, что противоречит наблюдательным данным. Поэтому будем рассматривать только значения $\alpha \geq 0.05$. Далее, для каждого значения α вычислим кривую остывания/нагрева самой горячей звезды (эта кривая соответствует массе $M = M_{\min}^*$) при разных значениях M_D . Назовём такую кривую верхней контрольной кривой. Значение величины $M_{D \min}$ определяется как минимальное значение M_D , при котором верхняя контрольная кривая остывания/нагрева смещается вниз (в более холодную область) не более, чем на 5% по сравнению с верхней контрольной кривой, вычисленной в отсутствие размытия порога прямого урка-процесса. Полученный таким образом результат практически одинаков как при использовании кривых остывания, так и при использовании кривых нагрева. Аналогичным образом на основе нижней контрольной кривой (с $M = M_{\max}^*$) вычислим значение $M_{D \max}$ как наибольшее значение M_D , при котором нижняя контрольная кривая смещается вверх (в более тёплую область) не более, чем на 5%. Однако, как упоминалось ранее, M_{\max}^* соответствует аккрецирующим нейтронным звёздам, поэтому $M_{D \max}$ вычисляется только на основе кривых нагрева.

Разумеется, выбранное смещение кривых на 5% является условным. При выборе другого значения результаты качественно останутся такими же, изменятся только количественные оценки значений $M_{D \min}$ и $M_{D \max}$. Кроме того, понятно, что при такой процедуре вычисления $M_{D \min}$ и $M_{D \max}$, эти значения будут зависеть от выбранных значений M_{\min}^* и M_{\max}^* . И здесь снова качественные результаты не изменятся, но количественные оценки поменяются.

Результаты расчётов по описанной процедуре представлены на рис. 5.14, 5.15 и 5.16. На этих трёх графиках все значения по оси абсцисс (т.е. α) умножены

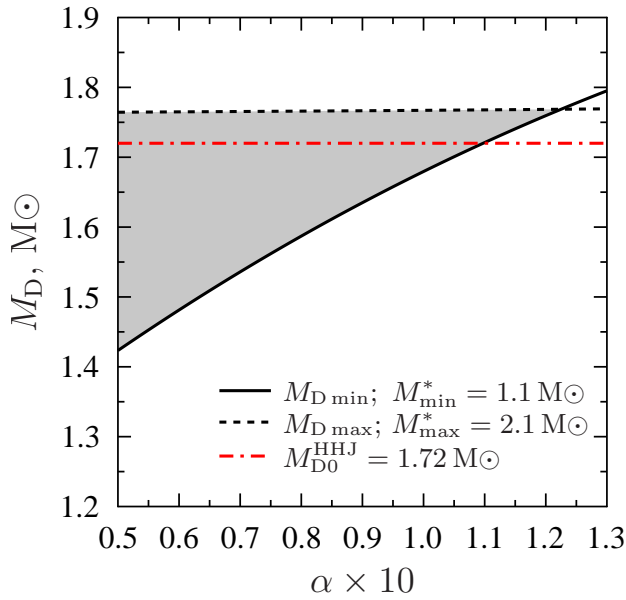


Рис. 5.14. Диапазон допустимых значений параметров α и M_D (затенённая область) для уравнения состояния ННЖ и значений $M_{\min}^* = 1.1 M_{\odot}$, $M_{\max}^* = 2.1 M_{\odot}$. Сплошная кривая соответствует $M_{D \min}$, штриховая кривая – $M_{D \max}$, а штрих-пунктирная – M_{D0}^{HHJ} . Для улучшения визуального восприятия все значения по оси абсцисс (α) умножены на 10.

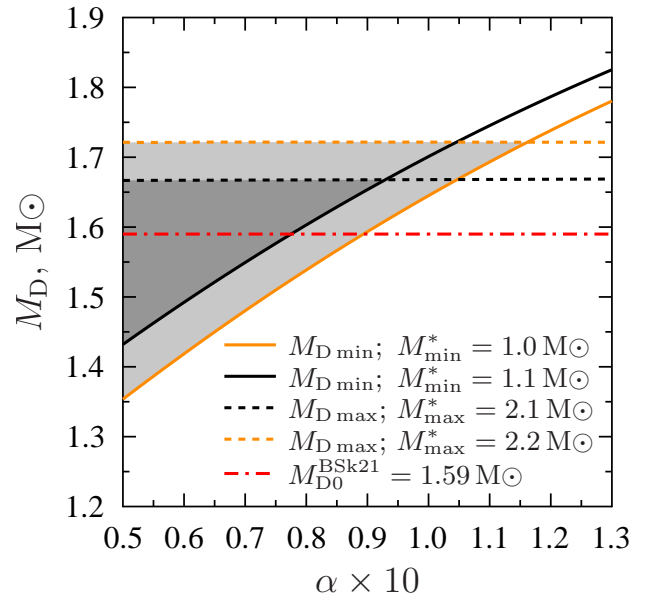


Рис. 5.15. То же, что и на рис. 5.14, но для уравнения состояния BSk21. Дополнительно показаны темно-оранжевые кривые, полученные при $M_{\min}^* = 1.0 M_{\odot}$ (сплошная) и $M_{\max}^* = 2.2 M_{\odot}$ (штриховая). Вся затенённая область (светло- и темно-серая) показывает допустимые значения α и M_D при $M_{\min}^* = 1.0 M_{\odot}$ и $M_{\max}^* = 2.2 M_{\odot}$, темно-серая область – при $M_{\min}^* = 1.1 M_{\odot}$ и $M_{\max}^* = 2.1 M_{\odot}$.

на 10 для улучшения визуального восприятия. На рис. 5.14 показан диапазон допустимых значений параметров α и M_D (затенённая область), полученный для уравнения состояния ННЖ и значений $M_{\min}^* = 1.1 M_{\odot}$, $M_{\max}^* = 2.1 M_{\odot}$. Сплошная кривая соответствует $M_{D \min}$, штриховая кривая – $M_{D \max}$, а штрих-пунктирная – M_{D0}^{HHJ} (см. табл. 5.3). Видно, что величина $M_{D \min}$ зависит от степени размытия порога, в то время как $M_{D \max}$ не зависит.

На рис. 5.15 представлены зависимости $M_{D \min}$ и $M_{D \max}$ от α для уравнения состояния BSk21. Сплошные кривые соответствуют $M_{D \min}$; чёрная получена при $M_{\min}^* = 1.1 M_{\odot}$, темно-оранжевая – при $M_{\min}^* = 1.0 M_{\odot}$. Штриховые кривые соответствуют $M_{D \max}$; чёрная рассчитана для $M_{\max}^* = 2.1 M_{\odot}$, темно-оранжевая – для $M_{\max}^* = 2.2 M_{\odot}$. Штрих-пунктирная кривая показывает несмещенное положение

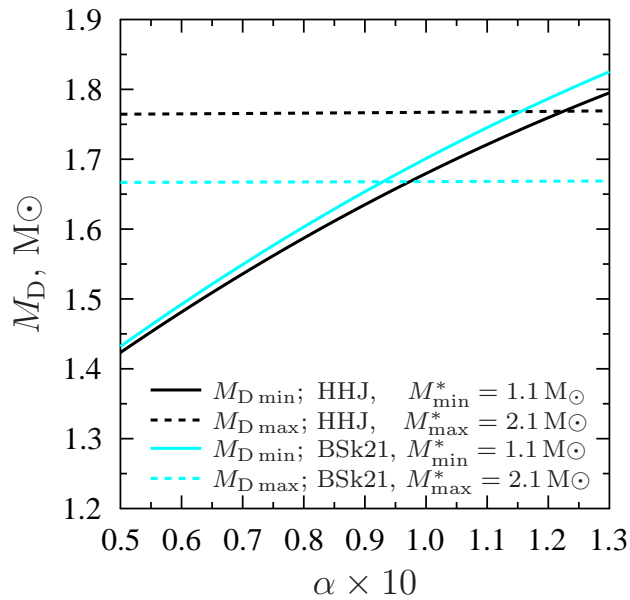


Рис. 5.16. Сравнение величин $M_{D \min}$ (сплошные кривые) и $M_{D \max}$ (штриховые кривые) в зависимости от α для уравнений состояния HHJ (чёрные кривые) и BSk21 (голубые кривые) при одних и тех же значениях $M_{\min}^* = 1.1 M_{\odot}$ и $M_{\max}^* = 2.1 M_{\odot}$.

порога прямого урка-процесса M_{D0}^{BSk21} . Вся затенённая область (светло- и темно-серая) показывает допустимые значения параметров α и M_D при $M_{\min}^* = 1.0 M_{\odot}$ и $M_{\max}^* = 2.2 M_{\odot}$, а темно-серая область – при $M_{\min}^* = 1.1 M_{\odot}$ и $M_{\max}^* = 2.1 M_{\odot}$. Более широкий диапазон рассмотренных масс нейтронных звёзд отвечает более широкому диапазону допустимых значений α и M_D , что вполне естественно.

На рис. 5.16 продемонстрировано сравнение величин $M_{D \min}$ (сплошные кривые) и $M_{D \max}$ (штриховые кривые) в зависимости от α для уравнений состояния HHJ (чёрные кривые) и BSk21 (голубые кривые) при одних и тех же значениях $M_{\min}^* = 1.1 M_{\odot}$ и $M_{\max}^* = 2.1 M_{\odot}$.

Ситуация, когда $M_{D \min}$ превышает $M_{D \max}$, означает, что размытие порога включения прямого урка-процесса является слишком сильным и вступает в противоречие с наблюдательными данными. Таким образом, проведённый анализ позволяет наложить ограничения на возможные значения степени размытия порога прямого урка-процесса: $0.05 \leq \alpha < 0.12 - 0.15$. Что касается ограничений на положение порога, то получаемый из рис. 5.14, 5.15 и 5.16 диапазон достаточно широк и его необходимо сузить для получения результатов, представляющих

интерес. Об этом речь пойдёт далее. В дальнейшем будем рассматривать только значения $M_{\min}^* = 1.1 M_{\odot}$ и $M_{\max}^* = 2.1 M_{\odot}$, чтобы результаты соответствовали полученным в разделе 5.4.4.

Проведём теперь более детальный анализ того, что получается при различных значениях степени размытия порога включения прямого-урка процесса.

Очень малое размытие порога, $\alpha < 0.05$

Как было показано в разделе 5.4.4 для уравнения состояния ННЖ, такое размытие порога не позволяет убрать зазор между популяциями горячих и холодных звёзд и, соответственно, не позволяет объяснить наблюдательные данные. Результаты расчётов показывают, что такой же вывод можно сделать и для уравнения состояния BSk21. Таким образом, этот вывод не зависит от уравнения состояния и выглядит вполне достоверным.

Малое размытие порога, $0.05 \lesssim \alpha \lesssim 0.08$

В этом случае объяснение наблюдательных данных в принципе возможно, но при уменьшении α от 0.08 до 0.05 оно становится все менее правдоподобным с точки зрения функций распределения нейтронных звёзд по массам. С другой стороны, чем меньше α , тем больше диапазон допустимых значений M_D (см. рис. 5.14, 5.15 и 5.16).

Проиллюстрируем это на двух примерах. Рассмотрим уравнение состояния BSk21, возьмём самое маленькое допустимое значение $\alpha = 0.05$ и подберём распределения (5.5) звёзд по массам так, чтобы полученные плотности вероятности наилучшим образом соответствовали наблюдательным данным. Полученные результаты представлены на рис. 5.17 и 5.18. Рис. 5.17 аналогичен рис. 5.8, но получен для уравнения состояния BSk21. Параметры функций распределения звёзд по массам даны в табл. 5.4, модель № 3 (см. также рис. 5.6), положение порога прямого урка-процесса смещено относительно формального значения

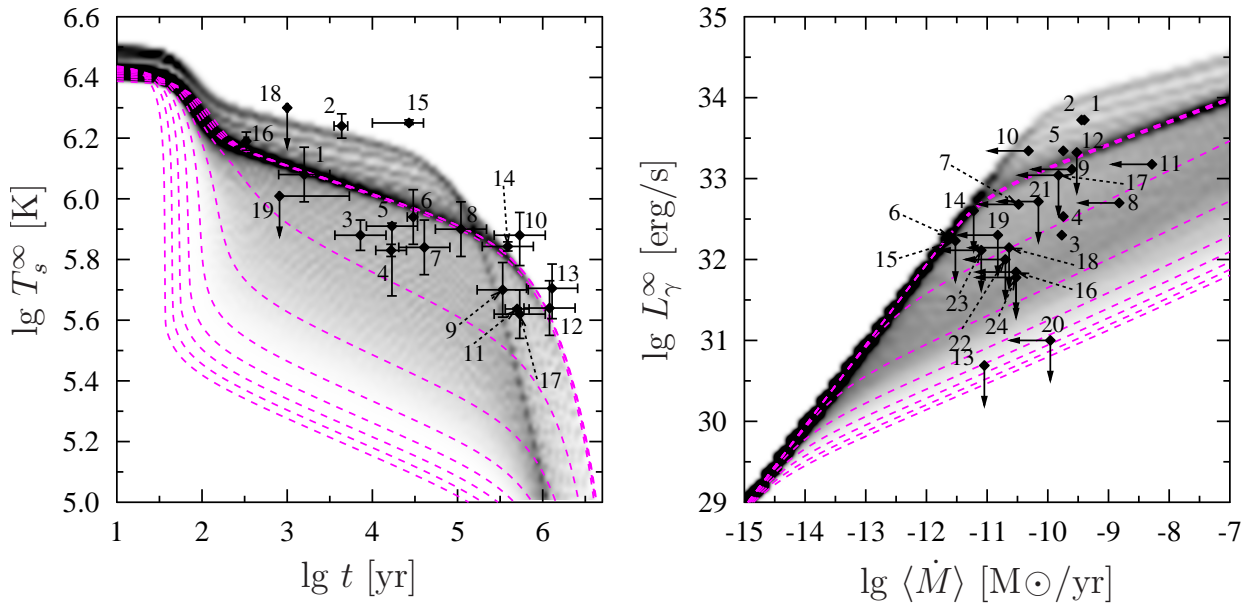


Рис. 5.17. То же, что и на рис. 5.8, но для уравнения состояния BSk21 при $\alpha = 0.05$ и $M_D = 1.65 M_\odot$. Параметры распределения по массам № 3 приведены табл. 5.4.

$M_{D0}^{\text{BSk21}} = 1.59 M_\odot$ и равно $M_D = 1.65 M_\odot$. Видно, что распределения плотностей вероятности лучше описывают наблюдательные данные, чем на рис. 5.8, но все равно не так хорошо, как в случае оптимального размытия порога, рис. 5.9 и рис. 5.19 (см. далее). Стоит обратить внимание и на заметную неравномерность опорных кривых. Для объяснения наблюдательных данных пришлось взять весьма узкие распределения звёзд по массам (см. рис. 5.6), что делает эту ситуацию маловероятной.

Несколько лучшего соответствия между распределениями плотностей вероятности и наблюдательными данными можно добиться путём снижения массы порога до $M_D = 1.45 M_\odot$ (это почти наименьшее возможное значение M_D для $\alpha = 0.05$, см. рис. 5.15). Этот случай показан на рис. 5.18; он соответствует модели № 4 из табл. 5.4. Тем не менее опорные кривые остаются весьма неравномерными. Данное объяснение наблюдательных данных требует не только неправдоподобно узких распределений нейтронных звёзд по массам, но и заметного смещения этих распределений в сторону меньших масс (см. рис. 5.6), что также маловероятно. Более того, такое низкое значение массы порога прямого урка-процесса по сравнению с формальным значением $M_{D0}^{\text{BSk21}} = 1.59 M_\odot$ сложно объяснить с

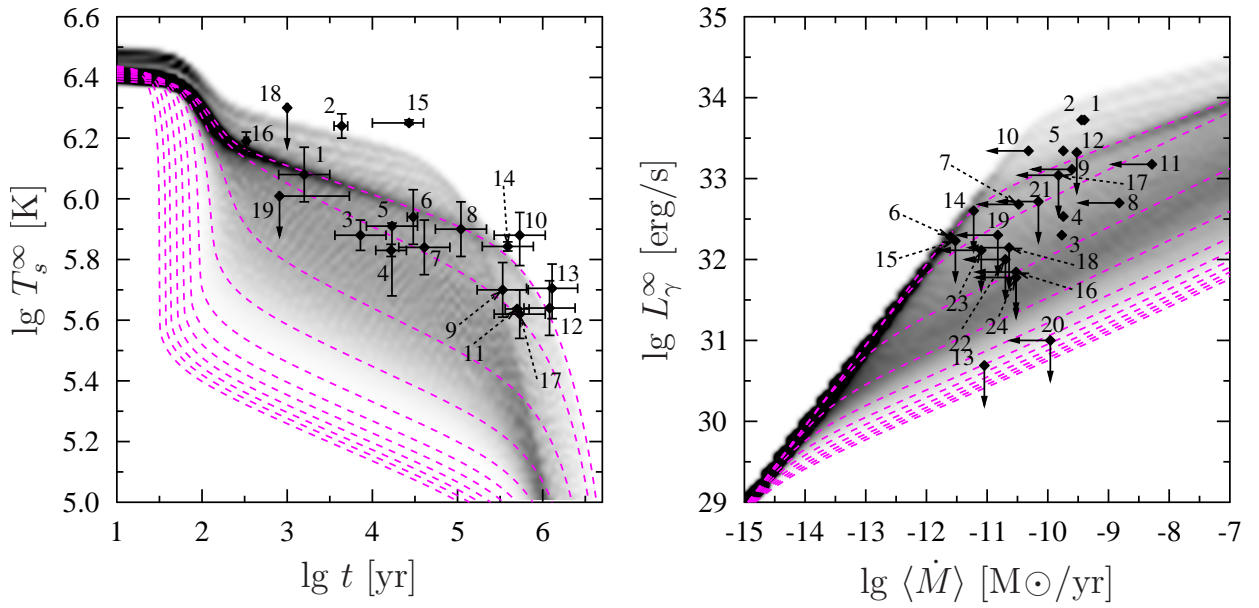


Рис. 5.18. То же, что и на рис. 5.8, но для уравнения состояния BSk21 при $\alpha = 0.05$ и $M_D = 1.45 M_\odot$. Параметры распределения по массам № 4 приведены табл. 5.4.

теоретической точки зрения; это значение также противоречит некоторым другим теоретическим предсказаниям (например, согласно работе [169], положение порога должно удовлетворять условию $M_D \gtrsim 1.5 M_\odot$).

Итак, при $0.05 \lesssim \alpha \lesssim 0.08$ объяснение наблюдательных данных возможно, однако такое объяснение не слишком правдоподобно. Если $M_D \approx M_{D0}$, то для объяснения необходимо использовать неправдоподобно узкие распределения нейтронных звёзд по массам; к тому же в этом случае распределения плотностей вероятности не слишком хорошо соответствуют наблюдательным данным. Если дополнительно уменьшить величину M_D , то распределения плотностей вероятности лучше соответствуют наблюдениям, но тогда помимо узких распределений звёзд по массам придется также смещать эти распределения в сторону малых масс и использовать величину M_D , противоречащую теоретическим оценкам. Следовательно, такой вариант объяснения наблюдательных данных ещё менее правдоподобен.

Оптимальное размытие порога, $\alpha \approx 0.08 - 0.10$

Ранее на примере уравнения состояния ННЖ было продемонстрировано, что коэффициент размытия порога прямого урка-процесса $\alpha \approx 0.1$ является наиболее оптимальным для описания наблюдательных данных (см. раздел 5.4.4, рис. 5.9). Покажем, что это справедливо и для уравнения состояния BSk21.

Из рис. 5.15 видно, что для уравнения состояния BSk21 параметры $\alpha = 0.1$ и $M_D = M_{D0}^{\text{BSk21}} = 1.59 M_\odot$ не являются оптимальными в рассматриваемом диапазоне масс $M_{\min}^* = 1.1 M_\odot$ и $M_{\max}^* = 2.1 M_\odot$. После нескольких пробных вычислений были найдены следующие более оптимальные параметры: $\alpha = 0.09$ и $M_D = 1.66 M_\odot$. Отметим, что, в отличие от уравнения состояния ННЖ, здесь пришлось несколько сместить положение порога. Впрочем, это смещение невелико, а выбранные значения параметров хорошо согласуются с рис. 5.15.

Полученные распределения плотностей вероятности представлены на рис. 5.19. Функции распределения звёзд по массам соответствуют модели № 2 из табл. 5.4 (см. также рис. 5.6). Видно, что опорные кривые расположены достаточно равномерно (ср. с рис. 5.17 и 5.18). В целом, эти результаты весьма

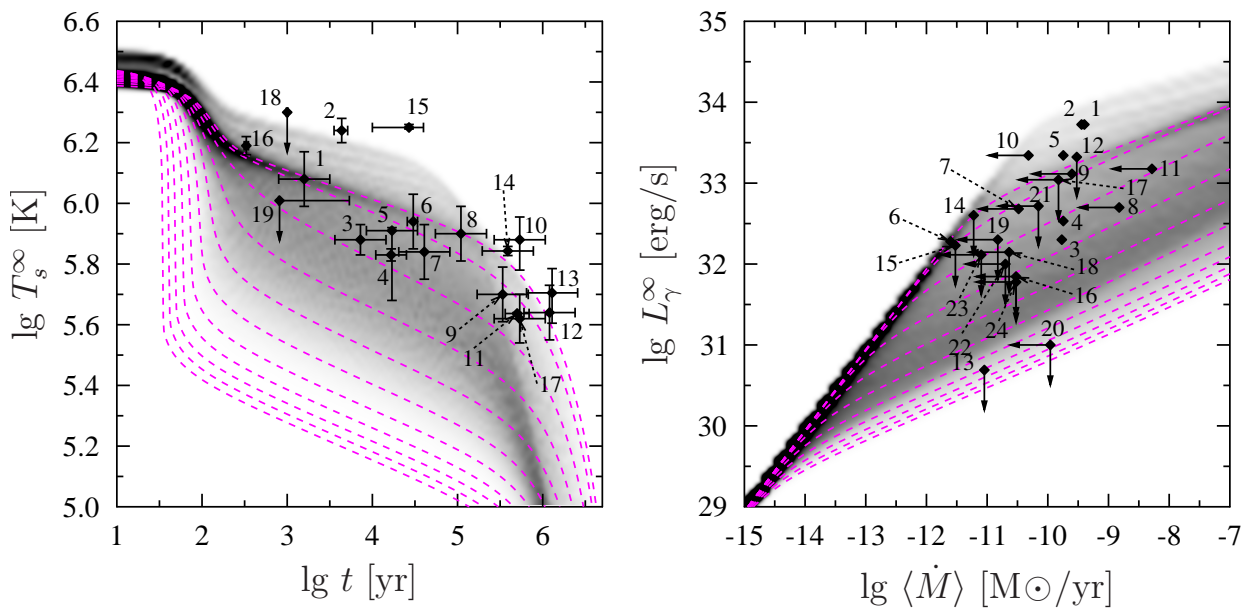


Рис. 5.19. То же, что и на рис. 5.9, но для уравнения состояния BSk21 при $\alpha = 0.09$ и $M_D = 1.65 M_\odot$. Использованы распределения по массам № 2 из табл. 5.4.

сходны с изображёнными на рис. 5.9 для уравнения состояния ННЖ. Видны лишь некоторые различия в опорных кривых и распределениях плотностей вероятности, но они незначительны. Из табл. 5.4 и рис. 5.6 следует также, что и функции распределения нейтронных звёзд по массам в моделях № 1 и 2 различаются незначительно. При этом, немного меньшей массе порога прямого урка-процесса в модели № 2 соответствуют немного меньшие характерные массы нейтронных звёзд по сравнению с моделью № 1.

Таким образом, можно сделать вывод, что уравнение состояния само по себе не оказывает значительного влияния на тепловую эволюцию нейтронных звёзд. Большее значение имеет положение и степень размытия порога прямого урка-процесса. А значит, модели № 1 и 2 распределений нейтронных звёзд по массам достаточно устойчивы относительно выбора уравнения состояния и являются, в этом смысле, модельно-независимыми.

Вернёмся теперь к плотностям вероятности (5.4) и проиллюстрируем их на конкретном примере. На рис. 5.20 показаны теоретические распределения плотностей вероятности dP/dT_{s6}^{∞} для изолированных нейтронных звёзд как функции T_s^{∞} для наиболее удачных вариантов объяснения наблюдательных данных. Сплошная кривая соответствует модели № 2 из табл. 5.4 (уравнение состояния BSk21, $\alpha = 0.09$, рис. 5.19), штриховая (красная) кривая – модели № 1 (уравнение состояния ННЖ, $\alpha = 0.1$, рис. 5.9). Синяя точечная кривая отвечает уравнению состояния ННЖ с $\alpha = 0.1$, $M_D = M_{D0}^{\text{ННЖ}}$ и равномерным распределением звёзд по массам. Таким образом, красная и синяя кривые отличаются только использованной функцией распределения звёзд по массам. Величина T_{s6}^{∞} означает температуру T_s^{∞} , выраженную в МК, поэтому dP/dT_{s6}^{∞} показывает плотность вероятности найти изолированную нейтронную звезду с температурой T_s^{∞} , лежащей в интервале $dT_s^{\infty} = 1$ МК.

Поскольку статистика наблюдаемых объектов мала, то для сравнения с наблюдениями плотности вероятности усреднены в интервале возрастов звёзд t от $10^{3.5}$ до $10^{4.5}$ лет. Несмотря на выбор достаточно широкого интервала усреднения, в него попадают всего 6 объектов. Это нейтронная звезда в Pup A (объект 2),

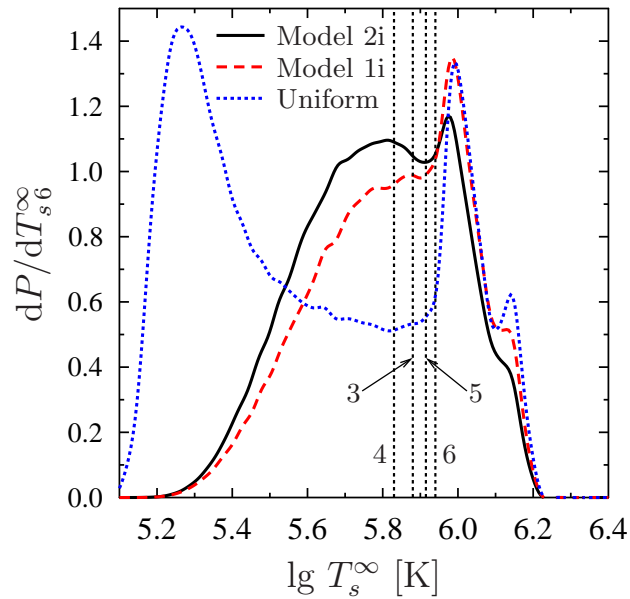


Рис. 5.20. Теоретические распределения плотностей вероятности dP/dT_{s6}^{∞} ($T_{s6}^{\infty} = T_s^{\infty}/10^6$ К) наблюдать изолированную нейтронную звезду с температурой T_s^{∞} . Распределения усреднены по возрасту звёзд в интервале t от $10^{3.5}$ до $10^{4.5}$ лет. Красная штриховая кривая соответствует уравнению состояния ННЖ с $\alpha = 0.1$ и распределением масс № 1 из табл. 5.4, синяя точечная кривая получена при тех же параметрах, но с равномерным распределением звёзд по массам. Чёрная сплошная кривая отвечает уравнению состояния BSk21 с $\alpha = 0.09$ и распределением масс № 2. Вертикальные точечные линии показывают температуры четырёх изолированных нейтронных звёзд, объекты 3–6. Детали см. в тексте.

PSR J1357–6429 (3), пульсар Вела (4), PSR B1706–44 (5), PSR J0538+2817 (6) и XMMU J1732–3445 (15). При этом, как обсуждалось в разделе 5.4.4, объекты 2 и 15 могут быть объяснены в предположении о сильной протонной сверхтекучести (рис. 5.9), которая не учитывается при построении статистической модели. Поэтому для сравнения с наблюдательными данными остаются только четыре объекта (3–6). Их температуры показаны на рис. 5.20 точечными вертикальными линиями. В связи со столь скудными данными невозможно провести достоверную количественную оценку наблюдательного распределения плотности вероятности и сравнить его с теоретическими распределениями. Тем не менее, из рис. 5.20 видно, что полученные для правдоподобных моделей № 1 и 2 (табл. 5.4) теоретические распределения плотностей вероятности: во-первых, слабо отличаются друг от друга, а, во-вторых, неплохо согласуются с наблюдательными

данными на качественном уровне. Кроме того, сравнение синей и красной кривых демонстрирует то, какое влияние оказывают функции распределения нейтронных звёзд по массам на теоретические распределения плотностей вероятности. Хотя статистика аккрецирующих нейтронных звёзд несколько лучше (больше объектов), но значения $\langle \dot{M} \rangle$ и L_γ^∞ определены заметно хуже, чем значения t и T_s^∞ для изолированных звёзд. Следовательно, и в этом случае получение наблюдательного распределения плотности вероятности проблематично.

Чрезмерное размытие порога, $\alpha \gtrsim 0.12$

Перейдём к последнему случаю, в рамках которого порог прямого урка-процесса размыт слишком сильно. Как следует из рис. 5.14, 5.15 и 5.16 в этой ситуации формально получается $M_{D \min} > M_{D \max}$, что сигнализирует о невозможности успешного описания наблюдательных данных. Один из примеров такой ситуации приведён на рис. 5.11. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Всего возможно три варианта, которые изображены на рис. 5.21, 5.22 и 5.23 на примере кривых нагрева для уравнения состояния BSk21 и равномерного распределения звёзд по массам:

- $M_D < M_{D \max} < M_{D \min}$. Этот вариант изображён на рис. 5.11 (см. раздел 5.4.4) и рис. 5.21 ($\alpha = 0.15$, $M_D = 1.60 M_\odot$). Кривые горячих звёзд смещаются вниз, кривые холодных звёзд остаются на месте.
- $M_{D \max} < M_{D \min} < M_D$. Противоположный вариант. Кривые горячих звёзд остаются на месте, кривые холодных звёзд смещаются вверх, см. рис. 5.22 ($\alpha = 0.15$, $M_D = 2.00 M_\odot$).
- $M_{D \max} < M_D < M_{D \min}$. Это комбинация двух предыдущих вариантов. Кривые горячих звёзд смещаются вниз, кривые холодных звёзд – вверх, см. рис. 5.23 ($\alpha = 0.20$, $M_D = 1.95 M_\odot$).

Смещение кривых холодных звёзд вверх не так заметно, как смещение кривых горячих звёзд вниз, поэтому на графики добавлена эталонная нижняя контрольная

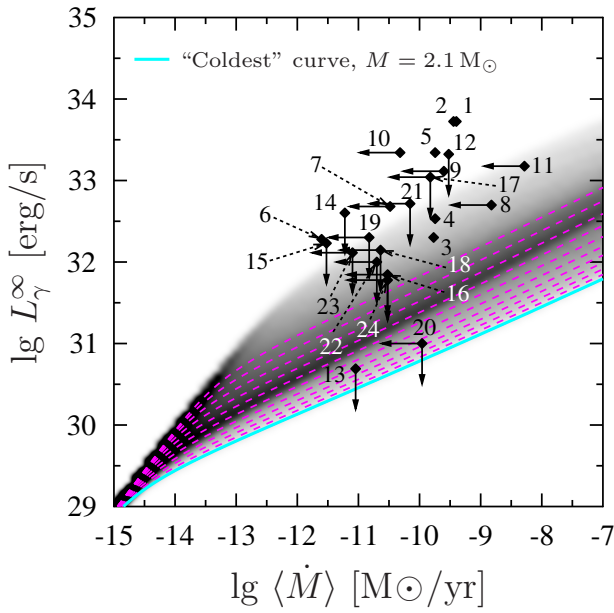


Рис. 5.21. Пример слишком сильного размытия порога прямого урка-процесса для уравнения состояния BSk21, $\alpha = 0.15$ и $M_D = 1.60 M_{\odot}$ и равномерного распределения звёзд по массам. Голубая кривая – эталонная нижняя контрольная кривая нагрева при отсутствии размытия порога. Детали см. в тексте.

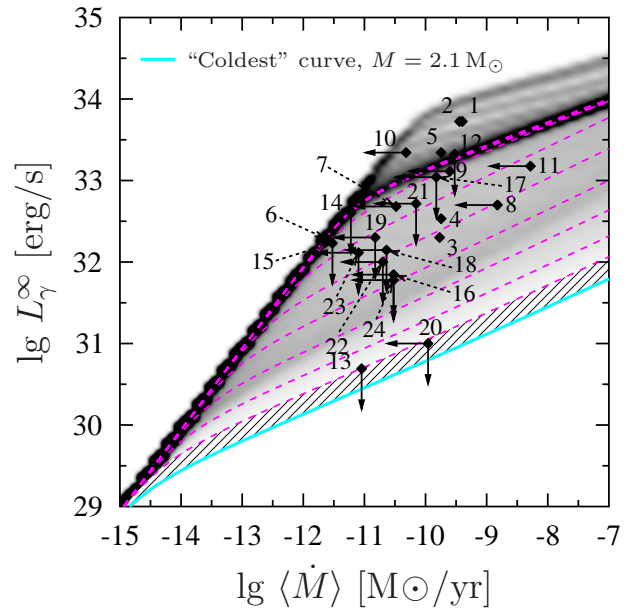


Рис. 5.22. То же, что и на рис. 5.21, но при $\alpha = 0.15$, $M_D = 2.00 M_{\odot}$. Заштрихованная область на графиках показывает, насколько кривые нагрева холодных звёзд сместились вверх относительно эталонной.

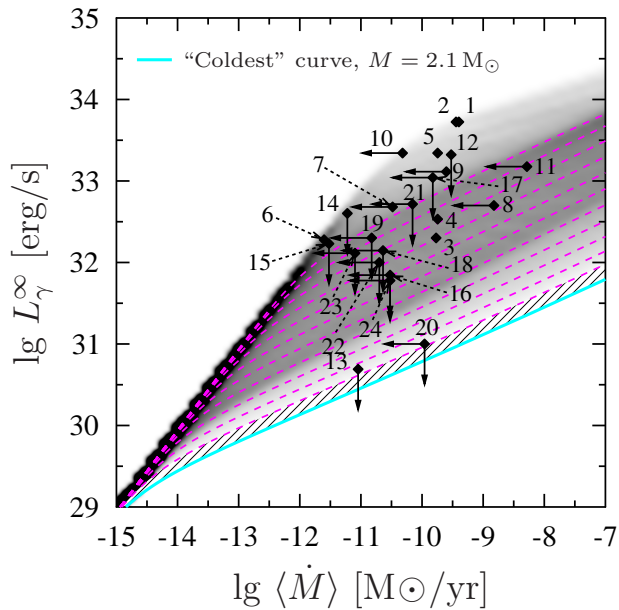


Рис. 5.23. То же, что и на рис. 5.22 при $\alpha = 0.20$ и $M_D = 1.95 M_{\odot}$.

кривая (голубая), полученная для неразмытого порога прямого урка-процесса и $M = M_{\text{max}}^*$. Заштрихованная область на графиках показывает то, насколько кривые нагрева холодных звёзд сместились вверх относительно эталонной.

Во всех трёх случаях возможность согласования между собой наблюдательных данных и теоретических распределений плотностей вероятности маловероятна. В первом и втором случаях, как видно из рис. 5.21 и 5.22, теоретические распределения плотностей вероятности прямо противоречат наблюдательным данным. В третьем случае (рис. 5.23) можно попытаться добиться согласия с наблюдениями путём подбора функции распределения аккрецирующих нейтронных звёзд по массам. Однако такое сильно размытие и смещение порога ($\alpha = 0.20$, $M_D = 1.95 M_\odot$) относительно формального значения выглядит крайне проблематичным с теоретической точки зрения.

Таким образом при $\alpha \gtrsim 0.12$ объяснить наблюдательные данные практически невозможно.

5.5. Выводы к пятой главе

Итак, предложен статистический метод описания тепловой эволюции изолированных нейтронных звёзд и аккрецирующих нейтронных звёзд в составе рентгеновских транзиентов. Результатом его применения является переход от детерминированных кривых остывания/нагрева к распределениям плотностей вероятности (раздел 5.4.1) обнаружить изолированные нейтронные звёзды в различных областях плоскости $T_s^\infty - t$ и аккрецирующие нейтронные звёзды – в разных областях плоскости $L_\gamma^\infty - \langle \dot{M} \rangle$. Статистический метод базируется на *традиционной* теории остывания/нагрева нейтронных звёзд и дополняет её за счёт включения в рассмотрение функций распределения нейтронных звёзд по их параметрам (массам и химическому составу теплоизолирующих оболочек, см. раздел 5.4.2). Основная идея при его применении: исследовать *всю совокупность* наблюдательных данных по изолированным и аккрецирующим нейтронным звёздам *совместно*, т.к. предполагается, что микрофизика этих звёзд одинакова.

Статистический подход продемонстрирован на примере двух реалистичных уравнений состояния вещества нейтронных звёзд. Предполагалось, что ядра

нейтронных звёзд состоят из нуклонной материи (нейтроны, протоны, а также электроны и мюоны)¹⁾. Выбранные уравнения состояния NHJ и BSk21 допускают протекание прямого урка-процесса в ядрах достаточно массивных звёзд. Для объяснения наблюдательных данных введена функция сглаживания порога включения прямого урка-процесса (5.7), которая на феноменологическом уровне частично учитывает влияние эффектов ядерной физики, протонной сверхтекучести и магнитных полей на положение и степень размытия порога прямого урка-процесса (см. раздел 5.4.3). Эта функция зависит от двух свободных параметров, задающих степень размытия порога и величину его смещения от своего формального положения, определяемого уравнением состояния. Следует иметь в виду, что хотя эти два параметра рассматривались как независимые друг от друга, размытие и смещение порога могут обеспечиваться одними и теми же физическими процессами и не являться независимыми (см. разделы 5.3 и 5.4.3).

Фактически охвачен широкий класс уравнений состояния вещества нейтронных звёзд, поскольку во многих случаях различные теоретические уравнения состояния дают близкие зависимости $P(\rho)$ и модели нейтронных звёзд $M(R)$, но заметно отличающиеся формальные положения порога прямого урка-процесса (ср., например, уравнения состояния BSk19, BSk20 и BSk21, [72–74]).

Основные выводы, которые можно сделать на основании результатов, изложенных в разделах 5.4.4 и 5.4.5:

- Необходимо наличие прямого-урка процесса во внутренних ядрах достаточно массивных звёзд. Более слабые процессы нейтринного излучения (связанные с пионной и каонной конденсациями, а также нейтронной сверхтекучестью, об этом далее) не в состоянии объяснить самые холодные транзиентно-аккрецирующие нейтронные звёзды (в первую очередь SAX 1808.4–3658, объект 13). При этом если рассматривать только изолирован-

¹⁾ Пионная и каонная конденсации изучались на феноменологическом уровне и только с точки зрения их влияния на нейтринную светимость. Влияние на уравнение состояния не рассматривалось.

ные нейтронные звёзды, то все наблюдательные данные можно объяснить, не предполагая наличия прямого урка-процесса. Но основная идея как раз и заключается в исследовании всей совокупности данных.

- Порог включения прямого урка-процесса должен быть размыт, иначе теоретические расчёты предсказывают существование двух популяций нейтронных звёзд: горячей (звёзды с массой $M \leq M_D$) и холодной ($M > M_D$). Это противоречит наблюдениям, из которых явно следует, что существует единая популяция нейтронных звёзд каждого вида (изолированных и аккрецирующих). Полученные результаты накладывают ограничения на возможные значения коэффициента размытия порога:
 - При очень малом ($\alpha < 0.05$) или слишком сильном ($\alpha \gtrsim 0.12$) размытии порога успешное объяснение наблюдательных данных неправдоподобно.
 - При малом ($0.05 \lesssim \alpha \lesssim 0.08$) размытии порога успешное объяснение наблюдений хотя и возможно, но маловероятно, поскольку требует весьма узких (а, потому, маловероятных) распределений нейтронных звёзд по массам (см. модели № 3 и 4 в табл. 5.4 и на рис. 5.6), а в некоторых случаях – неправдоподобно низких характерных масс звёзд и неправдоподобных положений порога прямого урка процесса.
 - Диапазон оптимальных значений коэффициента размытия порога $\alpha \approx 0.08 - 0.10$. В этом диапазоне достигается наилучшее соответствие между наблюдательными данными и теоретическими распределениями плотностей вероятности.

Подчеркнём, что конкретные значения параметра размытия α зависят от используемой модели сглаживающей функции b [выражение (5.7)].

- Помимо ограничений на степень размытия порога, удалось наложить определённые ограничения также и на возможное положение порога.
 - Максимально возможная масса порога $M_{D_{\max}} \approx (1.7 - 1.8) M_{\odot}$ и не зависит от степени размытия порога α , в то время как минимально

возможная масса порога $M_{D \min}$ возрастает почти линейно с α .

- При оптимальном размытии порога ($\alpha \approx 0.08 - 0.10$) значение $M_{D \min}$ близко к $M_{D \max}$ и допустимый диапазон масс порога достаточно узок: $M_D \approx (1.6 - 1.8) M_\odot$. Эту оценку и принимаем за возможные положения порога; она удовлетворяет теоретическим предсказаниям $M_D \gtrsim 1.5 M_\odot$ [169] и тому, что сильные смещения M_D относительно M_{D0} проблематичны с точки зрения теории.
 - В статистическом подходе важную роль играют распределения нейтронных звёзд по массам. Полученные для успешного объяснения наблюдательных данных функции распределения № 1 и 2 из табл. 5.4 (см. также рис. 5.6) выглядят правдоподобными и не противоречат теоретическим ожиданиям, хотя, безусловно, не являются единственно возможными (см., например, работы [170–172]). Также важно, что аккрецирующие нейтронные звёзды получились в целом тяжелее изолированных на $\sim 0.1 M_\odot$ (вследствие аккреции), что соответствует ожиданиям.
- Такое различие в массах даёт вполне естественное объяснение тому, что наблюдаются очень холодные аккрецирующие звёзды (SAX 1808.4–3658, объект 13), но не наблюдается аналогичных изолированных нейтронных звёзд. Подавляющее большинство изолированных нейтронных звёзд в данной модели имеет массу $M \leq M_D$. Следовательно, при возрасте $t \lesssim 10^6$ лет они достаточно тёплые. А холодные звёзды того же возраста с массой $M > M_D$ встречаются крайне редко. Аккрецирующие нейтронные звёзды тяжелее, следовательно, среди них холодные объекты с массой $M > M_D$ должны встречаться чаще, а поэтому вероятность их наблюдения выше. В данном рассуждении не принимаются во внимание эффекты наблюдательной селекции (см. далее).
 - Различия в химическом составе теплоизолирующих оболочек *не* играют решающей роли для статистического метода, в отличие от рассмотрения в главе 4, где изучались конкретные звёзды, а не их совокупности.

Дополнительные комментарии и замечания

Статистический метод базируется на традиционном подходе к остыванию/нагреву нейтронных звёзд. Этот подход отличается от минимальной модели, использованной в главе 4, в рамках которой прямой урка-процесс запрещён. Все наблюдения изолированных нейтронных звёзд могут быть объяснены в минимальной модели. Однако, максимально возможное нейтринное излучение в этой модели гораздо более слабое, чем излучение за счёт прямого урка-процесса. Поэтому минимальная модель не может объяснить самые холодные аккрецирующие звёзды (SAX 1808.4–3658). Как было показано в разделе 5.4.4, этот объект может быть объяснён только прямым урка-процессом.

С другой стороны, есть наблюдательные свидетельства [83, 173] в пользу того, что нейтронная звезда в Cas A (объект 16) охлаждается в реальном времени (на несколько процентов за 10 лет наблюдений). Такое остывание объяснено в рамках минимальной модели за счёт вспышки нейтринного излучения при переходе нейтронов в режим достаточно сильной триплетной сверхтекучести [174, 175]. При этом в рамках традиционного подхода такое остывание в реальном времени объяснить нельзя. Однако дальнейшее исследование наблюдений этого объекта поставило под сомнение наличие остывания в реальном времени. Возможно [176], что наблюдаемое фиктивно и обусловлено лишь деградацией в мягких каналах детектора ACIS-S орбитальной рентгеновской обсерватории Чандра. Исследователи из другой группы [177] путём сравнения данных со всех детекторов Чандры сделали заключение, что остывание в реальном времени все же присутствует, но не столь сильное, как предполагалось вначале. Таким образом, вопрос об остывании нейтронной звезды в Cas A остаётся открытым. Если оно существует, то его нельзя объяснить в рамках традиционного подхода.

Полученные ограничения на M_D не являются строгими, это, скорее, совокупность непрямых свидетельств. Полученные результаты стоит рассматривать как предварительные и учитывать, что они основаны на полуфеноменологической

модели и могут быть улучшены в нескольких аспектах:

- В первую очередь имеет смысл перейти от феноменологической функции сглаживания b (5.7) к “физической”, основанной на учёте влияния эффектов ядерной физики, протонной сверхтекучести и магнитных полей на положение и степень размытия порога.
- Попробовать использовать другие функции распределения нейтронных звёзд по массам (например, [170–172]).
- Формализовать процедуру сравнения наблюдательных данных с теоретическими распределениями плотностей вероятности с использованием статистических методов [178] вместо применявшегося сравнения “на глаз”.
- Учесть влияние эффектов селекции наблюдательных данных. Основное очевидное проявление таких эффектов заключается в том, что чем холоднее звезда, тем сложнее её обнаружить. Поэтому для последовательного и корректного проведения статистического анализа и сравнения наблюдений с теорией необходимо учитывать зависимость вероятности обнаружения звезды от её температуры. Правильный учёт эффектов селекции – крайне сложная задача, т.к. требует моделирования вероятностей появления звёзд с различными массами, их пространственного распределения и т.д.

Указанные улучшения позволят прояснить свойства прямого урка-процесса и, соответственно, свойства сверхплотного вещества в ядрах нейтронных звёзд.

Стоит отметить, что статистические исследования эволюции нейтронных звёзд проводились и раньше (см., например, [170, 179]), однако они базировались на других подходах (популяционный синтез).

Результаты, изложенные в этой главе, опубликованы в работах [180–182] и представлены на конференции “Физика.СПб” (С.-Петербург, 2014 г.), летней школе по астрофизике и ядерной физике TALENT (Training in Advanced Low-Energy Nuclear Theory) 2015: “Nuclear Physics of Neutron Stars and Supernovae” (Сизтл, США, 2015 г.) и на школе NewCompStar 2016: “Neutron stars: gravitational physics theory and observations” (Коимбра, Португалия, 2016 г.).

Заключение

В диссертации рассмотрены два направления исследований физики нейтронных звёзд, а именно:

- Изучение процессов диффузии ионов в теплоизолирующих оболочках нейтронных звёзд. Исследование влияния химического состава этих оболочек на остывание и тепловую структуру изолированных нейтронных звёзд, а также на интерпретацию наблюдательных данных.
- Разработка основ оригинального статистического анализа тепловой эволюции нейтронных звёзд. Использование статистического подхода для качественного анализа совокупности доступных наблюдательных данных. Наложение ограничений на функции распределения изолированных и аккрецирующих нейтронных звёзд по массам, а также на положение и степень размытия порога включения прямого урка-процесса во внутренних ядрах массивных нейтронных звёзд.

Основные результаты, полученные в диссертации:

1. Получены общие выражения для диффузионных потоков ионов в неизотермической неидеальной кулоновской плазме с учётом эффектов кулоновского взаимодействия. Предсказан и проанализирован новый (кулоновский) механизм разделения ионов в плотной звёздной плазме. Показана особая эффективность этого механизма для смесей ионов с одинаковым отношением заряда к массе в оболочках нейтронных звёзд и ядрах белых карликов.
2. Метод эффективных ион-ионных потенциалов в плотной плазме обобщён на бинарные смеси ионов. Этим методом выполнен расчёт коэффициентов взаимной диффузии для астрофизически интересных бинарных смесей в широком диапазоне параметра кулоновской неидеальности ионов. Результаты представлены в виде аналитических аппроксимаций эффективного кулоновского логарифма, удобных для астрофизических приложений.

3. На основе усовершенствованной теории диффузии вычислены соотношения $T_s - T_b$ для диффузионно-равновесных и неравновесных теплоизолирующих оболочек нейтронных звёзд с разным химическим составом оболочек. Доказана нечувствительность этих соотношений к структуре переходного слоя между ионами разных сортов. Получены удобные для приложений аналитические аппроксимации.
4. С помощью оригинальных соотношений $T_s - T_b$ выполнено исследование тепловой структуры и скорости нейтринного охлаждения изолированных нейтронных звёзд на примере пульсара Вела и нейтронных звёзд, переходящих с нейтринной стадии охлаждения на фотонную.
5. Разработаны основы оригинального статистического анализа тепловой эволюции остывающих нейтронных звёзд и аккрецирующих нейтронных звёзд в составе рентгеновских транзиентов. На основе такого анализа получены оценки положения и степени размытия порога включения прямого урка-процесса в ядрах массивных нейтронных звёзд, а также функций распределения остывающих и аккрецирующих нейтронных звёзд по массам.

Благодарности

Выражаю благодарность моему научному руководителю Д. Г. Яковлеву. Также хочу поблагодарить всех сотрудников сектора теоретической астрофизики за ценные замечания и советы, высказанные на семинарах и обсуждениях, и, в особенности, А. Ю. Потехина за плодотворное обсуждение различных вопросов.

Кроме того, благодарю М. Фортин, П. Хансея и Л. Ждуника из Астрономического центра им. Н. Коперника Польской академии наук (Варшава, Польша) за гостеприимство и полезные идеи, которые способствовали написанию главы 4.

Я также признателен моей семье за помощь и поддержку.

Список сокращений и условных обозначений

A_j, Z_j	—	массовое и зарядовое числа ионов сорта j
\bar{A}, \bar{Z}	—	средние массовое и зарядовое числа в плазме
Γ	—	параметр кулоновской неидеальности плазмы
n_α	—	концентрация частиц сорта α (ионов $\alpha = j$ и электронов $\alpha = e$)
μ_α	—	химический потенциал частиц сорта α (главы 1–3)
$\mu_{i,a}$	—	параметры функции распределения нейтронных звезд по массе (глава 5)
m_α	—	масса частицы сорта α
x_j	—	относительная концентрация (фракция) ионов сорта j (главы 1–3)
ρ	—	массовая плотность плазмы
ρ_j	—	массовая плотность ионов сорта j
a	—	радиус ионного шара (типичное расстояние между ионами)
a_j	—	радиус ионного шара для ионов сорта j
a_e	—	радиус электронного шара
κ	—	теплопроводность
T	—	температура
P	—	давление
S	—	плотность энтропии
J	—	плотность диффузионного потока
M_\odot	—	масса Солнца
M	—	гравитационная масса нейтронной звезды
R	—	окружный радиус нейтронной звезды
G	—	гравитационная постоянная
m_0	—	атомная единица массы
Φ, λ	—	метрические функции (главы 1 и 3)
Φ	—	эффективный потенциал (глава 2)

\mathfrak{M}	—	приведённая масса ионов сорта 1 и 2
Λ	—	кулоновский логарифм
c	—	скорость света
g	—	ускорение свободного падения (вектор)
g_s	—	ускорение свободного падения на поверхности звезды (скаляр)
L_ν, L_γ	—	нейтринная и фотонная светимости (полные потоки излучения)
ℓ	—	функция нейтринного охлаждения
f_ℓ	—	функция нейтринного охлаждения, выраженная в единицах “стандартных свечей”
ρ_{D0}, ρ_D	—	формальная и фактическая плотности порога включения прямого урка-процесса соответственно

Список литературы

1. Haensel P., Potekhin A. Y., Yakovlev D. G. Neutron Stars. 1. Equation of State and Structure. Springer, New York, 2007. Vol. 326 of Astrophysics and Space Science Library.
2. Dainese A. Review on Heavy-Ion Physics // Nuovo Cimento C. 2010. — Dec. Vol. 33, no. 6. P. 115–122.
3. Reygers K. A Quick Tour of Ultra-Relativistic Heavy-Ion Physics at the LHC // Proceedings of the XXth International Workshop on Deep-Inelastic Scattering and Related Topics DIS 2012 / Ed. by I. C. Brock. 2013. — Mar. P. 69–78.
4. Rak J., Tannenbaum M. J. High-pT Physics in the Heavy Ion Era. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2013.
5. Mondal C., Agrawal B. K., Centelles M. et al. Model dependence of the neutron-skin thickness on the symmetry energy // Phys. Rev. C. 2016. — Jun. Vol. 93, no. 6. P. 064303.
6. Hansen J. P., Torrie G. M., Vieillefosse P. Statistical mechanics of dense ionized matter. VII. Equation of state and phase separation of ionic mixtures in a uniform background // Phys. Rev. A. 1977. — Nov. Vol. 16. P. 2153–2168.
7. Hansen J. P., Joly F., McDonald I. R. Self-diffusion, interdiffusion and long wavelength plasma oscillations in binary ionic mixtures // Physica A. 1985. — Sep. Vol. 132. P. 472–488.
8. Iben I., Jr., MacDonald J. The effects of diffusion due to gravity and due to composition gradients on the rate of hydrogen burning in a cooling degenerate dwarf. I - The case of a thick helium buffer layer // Astrophys. J. 1985. — Sep. Vol. 296. P. 540–553.
9. Isern J., Hernanz M., Mochkovitch R., García-Berro E. The role of the minor chemical species in the cooling of white dwarfs // Astron. Astrophys. 1991. — Jan. Vol. 241. P. L29–L32.
10. Bildsten L., Hall D. M. Gravitational Settling of ^{22}Ne in Liquid White Dwarf

- Interiors // *Astrophys. J. Lett.* 2001. — Mar. Vol. 549. P. L219–L223.
11. Deloye C. J., Bildsten L. Gravitational Settling of ^{22}Ne in Liquid White Dwarf Interiors: Cooling and Seismological Effects // *Astrophys. J.* 2002. — Dec. Vol. 580. P. 1077–1090.
 12. Althaus L. G., García-Berro E., Renedo I. et al. Evolution of White Dwarf Stars with High-metallicity Progenitors: The Role of ^{22}Ne Diffusion // *Astrophys. J.* 2010. — Aug. Vol. 719. P. 612–621.
 13. García-Berro E., Torres S., Althaus L. G. et al. A white dwarf cooling age of 8Gyr for NGC 6791 from physical separation processes // *Nature.* 2010. — May. Vol. 465. P. 194–196.
 14. Chabrier G., Saumon D., Potekhin A. Y. Dense plasmas in astrophysics: from giant planets to neutron stars // *J. Phys. A.* 2006. — Apr. Vol. 39. P. 4411–4419.
 15. Vaulina O. S., Koss X. G., Khrustalyov Y. V. et al. Thermodynamic and transport properties of nonideal systems with isotropic pair potentials // *Phys. Rev. E.* 2010. — Nov. Vol. 82, no. 5. P. 056411.
 16. Atzeni S., Meyer-ter-Vehn J. *The Physics of Inertial Fusion.* Oxford Univ. Press, Oxford, 2004. Vol. 125.
 17. Andresen G. B., Ashkezari M. D., Baquero-Ruiz M. et al. Evaporative Cooling of Antiprotons to Cryogenic Temperatures // *Phys. Rev. Lett.* 2010. — Jul. Vol. 105, no. 1. P. 013003.
 18. Killian T. C. Ultracold Neutral Plasmas // *Science.* 2007. — May. Vol. 316. P. 705–708.
 19. Hansen J. P., McDonald I. R., Pollock E. L. Statistical mechanics of dense ionized matter. III. Dynamical properties of the classical one-component plasma // *Phys. Rev. A.* 1975. — Mar. Vol. 11. P. 1025–1039.
 20. Potekhin A. Y., Chabrier G. Thermodynamic Functions of Dense Plasmas: Analytic Approximations for Astrophysical Applications // *Contrib. Plasma Phys.* 2010. — Jan. Vol. 50. P. 82–87.
 21. Baus M., Hansen J. P. Statistical mechanics of simple Coulomb systems // *Phys.*

- Rep. 1980. — Mar. Vol. 59. P. 1–94.
22. Potekhin A. Y., Pons J. A., Page D. Neutron stars – cooling and transport // *Space Sci. Rev.* 2015. — Oct. Vol. 191. P. 239–291.
 23. Chapman S., Cowling T. G. *The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases.* Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1952.
 24. Hirschfelder J. O., Curtiss C. F., Bird R. B. *Molecular Theory of Gases and Liquids.* Wiley, New York, 1954.
 25. Landau L. D., Lifshitz E. M. *Fluid Mechanics.* Butterworth-Heinemann, Oxford, 1987.
 26. Chang P., Bildsten L., Arras P. Diffusive Nuclear Burning of Helium on Neutron Stars // *Astrophys. J.* 2010. — Nov. Vol. 723. P. 719–728.
 27. Shapiro S. L., Teukolsky S. A. *Black holes, white dwarfs, and neutron stars: The physics of compact objects.* Wiley-Interscience, New York, 1983.
 28. Schiff L. I. *Quantum Mechanics.* 3rd edition. McGraw-Hill, New York, 1968.
 29. Landau L. D., Lifshitz E. M. *Statistical Physics, Part 1.* Pergamon, Oxford, 1993.
 30. Paquette C., Pelletier C., Fontaine G., Michaud G. Diffusion coefficients for stellar plasmas // *Astrophys. J. Suppl.* 1986. — May. Vol. 61. P. 177–195.
 31. Lifshitz E. M., Pitaevskii L. P. *Physical Kinetics.* Pergamon, Oxford, 1981.
 32. Khrapak S. A. Effective Coulomb logarithm for one component plasma // *Phys. Plasmas.* 2013. — May. Vol. 20, no. 5. P. 054501.
 33. Yakovlev D. G., Shalybkov D. A. Degenerate Cores of White Dwarfs and Envelopes of Neutron Stars - Thermodynamics and Plasma Screening in Thermonuclear Reactions // *Astrophys. Space Phys.* 1989. Vol. 7. P. 311–386.
 34. Hansen B. M. S. Cooling Models for Old White Dwarfs // *Astrophys. J.* 1999. — Aug. Vol. 520. P. 680–695.
 35. Hughto J., Schneider A. S., Horowitz C. J., Berry D. K. Diffusion in Coulomb crystals // *Phys. Rev. E.* 2011. — Jul. Vol. 84, no. 1. P. 016401.
 36. Beznogov M. V., Yakovlev D. G. Diffusion and Coulomb Separation of Ions in Dense Matter // *Phys. Rev. Lett.* 2013. — Oct. Vol. 111, no. 16. P. 161101.

37. Beznogov M. V., Yakovlev D. G. Diffusive currents and Coulomb separation of ions in dense matter // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2014. — Dec. Vol. 572, no. 1. P. 012001.
38. Beznogov M. V., Potekhin A. Y., Yakovlev D. G. Diffusive heat blanketing envelopes of neutron stars // *MNRAS*. 2016. — Jun. Vol. 459. P. 1569–1579.
39. Bannasch G., Castro J., McQuillen P. et al. Velocity Relaxation in a Strongly Coupled Plasma // *Phys. Rev. Lett.* 2012. — Nov. Vol. 109, no. 18. P. 185008.
40. Fontaine G., Michaud G. Diffusion coefficients in dense plasmas // *IAU Colloq. 53: White Dwarfs and Variable Degenerate Stars* / Ed. by H. M. van Horn, V. Weidemann. 1979. P. 192–196.
41. Boercker D. B., Pollock E. L. Interdiffusion in binary ionic mixtures // *Phys. Rev. A*. 1987. — Aug. Vol. 36. P. 1779–1785.
42. Robbins M. O., Kremer K., Grest G. S. Phase diagram and dynamics of Yukawa systems // *J. Chem. Phys.* 1988. — Mar. Vol. 88. P. 3286–3312.
43. Rosenfeld Y., Nardi E., Zinamon Z. Corresponding States Hard-Sphere Model for the Diffusion Coefficients of Binary Dense-Plasma Mixtures // *Phys. Rev. Lett.* 1995. — Sep. Vol. 75. P. 2490–2493.
44. Ohta H., Hamaguchi S. Molecular dynamics evaluation of self-diffusion in Yukawa systems // *Phys. Plasmas*. 2000. — Nov. Vol. 7. P. 4506–4514.
45. Daligault J., Murillo M. S. Semiclassical model for the ionic self-diffusion coefficient in white dwarfs // *Phys. Rev. E*. 2005. — Mar. Vol. 71, no. 3. P. 036408.
46. Daligault J. Liquid-State Properties of a One-Component Plasma // *Phys. Rev. Lett.* 2006. — Feb. Vol. 96, no. 6. P. 065003.
47. Hughto J., Schneider A. S., Horowitz C. J., Berry D. K. Diffusion of neon in white dwarf stars // *Phys. Rev. E*. 2010. — Dec. Vol. 82, no. 6. P. 066401.
48. Daligault J. Diffusion in Ionic Mixtures across Coupling Regimes // *Phys. Rev. Lett.* 2012. — Jun. Vol. 108, no. 22. P. 225004.
49. Daligault J. Practical model for the self-diffusion coefficient in Yukawa one-

- component plasmas // *Phys. Rev. E.* 2012. — Oct. Vol. 86, no. 4. P. 047401.
50. Baalrud S. D., Daligault J. Effective Potential Theory for Transport Coefficients across Coupling Regimes // *Phys. Rev. Lett.* 2013. — Jun. Vol. 110, no. 23. P. 235001.
51. Peng F., Brown E. F., Truran J. W. Sedimentation and Type I X-Ray Bursts at Low Accretion Rates // *Astrophys. J.* 2007. — Jan. Vol. 654. P. 1022–1035.
52. Fontaine G., Michaud G. Diffusion time scales in white dwarfs // *Astrophys. J.* 1979. — Aug. Vol. 231. P. 826–840.
53. Bernu B. One-component plasma in a strong uniform magnetic field // *J. Physique Lett.* 1981. Vol. 42. P. 253 – 255.
54. Ranganathan S., Johnson R. E., Woodward C. E. Diffusion of One-Component Plasma in a Magnetic Field - Molecular Dynamics Study // *Phys. Chem. Liq.* 2003. — Feb. Vol. 41, no. 2. P. 123–132.
55. Croxton C. A. *Liquid State Physics—A Statistical Mechanical Introduction.* Cambridge Monographs on Physics. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1974.
56. Springer J. F., Pokrant M. A., Stevens F. A. Integral equation solutions for the classical electron gas // *J. Chem. Phys.* 1973. — Jun. Vol. 58. P. 4863–4867.
57. Ng K.-C. Hypernetted chain solutions for the classical one-component plasma up to Gamma equals 7000 // *J. Chem. Phys.* 1974. — Oct. Vol. 61. P. 2680–2689.
58. Landau L. D., Lifshitz E. M. *Mechanics.* 3rd edition. Butterworth-Heinemann, Oxford, 1976.
59. Iyetomi H., Ichimaru S. Density-functional theory of correlations in dense plasmas: Improvement on the hypernetted-chain scheme // *Phys. Rev. A.* 1983. — Jun. Vol. 27. P. 3241–3250.
60. Potekhin A. Y., Chabrier G., Yakovlev D. G. Internal temperatures and cooling of neutron stars with accreted envelopes // *Astron. Astrophys.* 1997. — Jul. Vol. 323. P. 415–428.
61. Chang P., Bildsten L. Diffusive Nuclear Burning in Neutron Star Envelopes // *Astrophys. J.* 2003. — Mar. Vol. 585. P. 464–474.

62. Chang P., Bildsten L. Evolution of Young Neutron Star Envelopes // *Astrophys. J.* 2004. — Apr. Vol. 605. P. 830–839.
63. Simon J.-M., Dysthe D. K., Fuchs A. H., Rousseau B. Thermal diffusion in alkane binary mixtures: A molecular dynamics approach // *Fluid Phase Equil.* 1998. — Sep. Vol. 150-151. P. 151–159.
64. Evans D. J., Morriss G. P. *Statistical Mechanics of Nonequilibrium Liquids*. The Australian National Univ. E Press, Canberra, 2007.
65. Beznogov M. V., Yakovlev D. G. Effective potential and interdiffusion in binary ionic mixtures // *Phys. Rev. E.* 2014. — Sep. Vol. 90, no. 3. P. 033102.
66. Gudmundsson E. H., Pethick C. J., Epstein R. I. Structure of neutron star envelopes // *Astrophys. J.* 1983. — Sep. Vol. 272. P. 286–300.
67. Rogers F. J., Swenson F. J., Iglesias C. A. OPAL Equation-of-State Tables for Astrophysical Applications // *Astrophys. J.* 1996. — Jan. Vol. 456. P. 902.
68. Paxton B., Marchant P., Schwab J. et al. Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA): Binaries, Pulsations, and Explosions // *Astrophys. J. Suppl.* 2015. — Sep. Vol. 220. P. 15.
69. Mendoza C., Seaton M. J., Buerger P. et al. OPserver: interactive online computations of opacities and radiative accelerations // *MNRAS.* 2007. — Jul. Vol. 378. P. 1031–1035.
70. Heiselberg H., Hjorth-Jensen M. Phase Transitions in Neutron Stars and Maximum Masses // *Astrophys. J. Lett.* 1999. — Nov. Vol. 525. P. L45–L48.
71. Kaminker A. D., Kaurov A. A., Potekhin A. Y., Yakovlev D. G. Thermal emission of neutron stars with internal heaters // *MNRAS.* 2014. — Aug. Vol. 442. P. 3484–3494.
72. Goriely S., Chamel N., Pearson J. M. Further explorations of Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov mass formulas. XII. Stiffness and stability of neutron-star matter // *Phys. Rev. C.* 2010. — Sep. Vol. 82, no. 3. P. 035804.
73. Pearson J. M., Chamel N., Goriely S., Ducoin C. Inner crust of neutron stars with mass-fitted Skyrme functionals // *Phys. Rev. C.* 2012. — Jun. Vol. 85, no. 6.

- P. 065803.
74. Potekhin A. Y., Fantina A. F., Chamel N. et al. Analytical representations of unified equations of state for neutron-star matter // *Astron. Astrophys.* 2013. — Dec. Vol. 560. P. A48.
 75. Ofengeim D. D., Kaminker A. D., Klochkov D. et al. Analysing neutron star in HESS J1731–347 from thermal emission and cooling theory // *MNRAS.* 2015. — Dec. Vol. 454. P. 2668–2676.
 76. Viganò D., Rea N., Pons J. A. et al. Unifying the observational diversity of isolated neutron stars via magneto-thermal evolution models // *MNRAS.* 2013. — Sep. Vol. 434. P. 123–141.
 77. Potekhin A. Y., Yakovlev D. G., Chabrier G., Gnedin O. Y. Thermal Structure and Cooling of Superfluid Neutron Stars with Accreted Magnetized Envelopes // *Astrophys. J.* 2003. — Sep. Vol. 594. P. 404–418.
 78. Potekhin A. Y., Chabrier G., Yakovlev D. G. Heat blanketing envelopes and thermal radiation of strongly magnetized neutron stars // *Astrophys. Space Sci.* 2007. — Apr. Vol. 308. P. 353–361.
 79. Yakovlev D. G., Ho W. C. G., Shternin P. S. et al. Cooling rates of neutron stars and the young neutron star in the Cassiopeia A supernova remnant // *MNRAS.* 2011. — Mar. Vol. 411. P. 1977–1988.
 80. Shibanov Y. A., Potekhin A. Y., Yakovlev D. G., Zavlin V. E. Evolution of Thermal Structure and Radiation Spectrum of Cooling Neutron Stars // *NATO Advanced Science Institutes (ASI) Series C / Ed. by R. Buccheri, J. van Paradijs, A. Alpar.* Vol. 515 of NATO Advanced Science Institutes (ASI) Series C. 1998. P. 553.
 81. Yakovlev D. G., Pethick C. J. Neutron Star Cooling // *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* 2004. — Sep. Vol. 42. P. 169–210.
 82. Potekhin A. Y. Atmospheres and radiating surfaces of neutron stars // *Phys.-Usp.* 2014. — Sep. Vol. 57, no. 8. P. 735.
 83. Ho W. C. G., Heinke C. O. A neutron star with a carbon atmosphere in the

- Cassiopeia A supernova remnant // *Nature*. 2009. — Nov. Vol. 462. P. 71–73.
84. Klochkov D., Pühlhofer G., Suleimanov V. et al. A non-pulsating neutron star in the supernova remnant HESS J1731-347/G353.6-0.7 with a carbon atmosphere // *Astron. Astrophys.* 2013. — Aug. Vol. 556. P. A41.
85. Blaes O. M., Blandford R. D., Madau P., Yan L. On the evolution of slowly accreting neutron stars // *Astrophys. J.* 1992. — Nov. Vol. 399. P. 634–645.
86. Rosen L. C. Hydrogen and Helium Abundances in Neutron-Star Atmospheres // *Astrophys. Space Sci.* 1968. — May. Vol. 1. P. 372–387.
87. Brown E. F., Bildsten L., Chang P. Variability in the Thermal Emission from Accreting Neutron Star Transients // *Astrophys. J.* 2002. — Aug. Vol. 574. P. 920–929.
88. Pavlov G. G., Zavlin V. E., Sanwal D. et al. The X-Ray Spectrum of the Vela Pulsar Resolved with the Chandra X-Ray Observatory // *Astrophys. J. Lett.* 2001. — May. Vol. 552. P. L129–L133.
89. Weisskopf M. C., Tennant A. F., Yakovlev D. G. et al. Chandra Phase-resolved X-Ray Spectroscopy of the Crab Pulsar // *Astrophys. J.* 2011. — Dec. Vol. 743. P. 139.
90. Shternin P. S., Yakovlev D. G. Self-similarity relations for cooling superfluid neutron stars // *MNRAS*. 2015. — Feb. Vol. 446. P. 3621–3630.
91. Page D., Lattimer J. M., Prakash M., Steiner A. W. Minimal Cooling of Neutron Stars: A New Paradigm // *Astrophys. J. Suppl.* 2004. — Dec. Vol. 155. P. 623–650.
92. Gusakov M. E., Kaminker A. D., Yakovlev D. G., Gnedin O. Y. Enhanced cooling of neutron stars via Cooper-pairing neutrino emission // *Astron. Astrophys.* 2004. — Sep. Vol. 423. P. 1063–1071.
93. Yakovlev D. G., Kaminker A. D., Gnedin O. Y., Haensel P. Neutrino emission from neutron stars // *Phys. Rep.* 2001. — Nov. Vol. 354. P. 1–155.
94. Gnedin O. Y., Yakovlev D. G., Potekhin A. Y. Thermal relaxation in young neutron stars // *MNRAS*. 2001. — Jun. Vol. 324. P. 725–736.
95. Klochkov D., Suleimanov V., Pühlhofer G. et al. The neutron star in HESS

- J1731-347: Central compact objects as laboratories to study the equation of state of superdense matter // *Astron. Astrophys.* 2015. — Jan. Vol. 573. P. A53.
96. Page D., Geppert U., Weber F. The cooling of compact stars // *Nucl. Phys. A.* 2006. — Oct. Vol. 777. P. 497–530.
97. Haensel P., Zdunik J. L. Non-equilibrium processes in the crust of an accreting neutron star // *Astron. Astrophys.* 1990. — Jan. Vol. 227. P. 431–436.
98. Haensel P., Zdunik J. L. Models of crustal heating in accreting neutron stars // *Astron. Astrophys.* 2008. — Mar. Vol. 480. P. 459–464.
99. Brown E. F., Bildsten L., Rutledge R. E. Crustal Heating and Quiescent Emission from Transiently Accreting Neutron Stars // *Astrophys. J. Lett.* 1998. — Sep. Vol. 504. P. L95–L98.
100. Yakovlev D. G., Haensel P. What we can learn from observations of cooling neutron stars // *Astron. Astrophys.* 2003. — Aug. Vol. 407. P. 259–263.
101. Yakovlev D. G., Levenfish K. P., Haensel P. Thermal state of transiently accreting neutron stars // *Astron. Astrophys.* 2003. — Aug. Vol. 407. P. 265–271.
102. Zavlin V. E. Theory of Radiative Transfer in Neutron Star Atmospheres and Its Applications // *Neutron Stars and Pulsars* / Ed. by W. Becker. Vol. 357 of *Astrophysics and Space Science Library*. 2009. P. 181.
103. Zavlin V. E., Trümper J., Pavlov G. G. X-Ray Emission from the Radio-quiet Neutron Star in Puppis A // *Astrophys. J.* 1999. — Nov. Vol. 525. P. 959–967.
104. Becker W., Prinz T., Winkler P. F., Petre R. The Proper Motion of the Central Compact Object RX J0822-4300 in the Supernova Remnant Puppis A // *Astrophys. J.* 2012. — Aug. Vol. 755. P. 141.
105. Zavlin V. E. First X-Ray Observations of the Young Pulsar J1357-6429 // *Astrophys. J. Lett.* 2007. — Aug. Vol. 665. P. L143–L146.
106. McGowan K. E., Zane S., Cropper M. et al. XMM-Newton Observations of PSR B1706-44 // *Astrophys. J.* 2004. — Jan. Vol. 600. P. 343–350.
107. Zavlin V. E., Pavlov G. G. XMM observations of three middle-aged pulsars // *Mem. Soc. Astron. Ital.* 2004. Vol. 75. P. 458–463.

108. Kargaltsev O. Y., Pavlov G. G., Zavlin V. E., Romani R. W. Ultraviolet, X-Ray, and Optical Radiation from the Geminga Pulsar // *Astrophys. J.* 2005. — May. Vol. 625. P. 307–323.
109. Pavlov G. G., Zavlin V. E. Thermal radiation from cooling neutron stars // *Texas in Tuscany. XXI Symposium on Relativistic Astrophysics* / Ed. by R. Bandiera, R. Maiolino, F. Mannucci. 2003. — Sep. P. 319–328.
110. Ho W. C. G., Kaplan D. L., Chang P. et al. Magnetic hydrogen atmosphere models and the neutron star RX J1856.5-3754 // *MNRAS.* 2007. — Mar. Vol. 375. P. 821–830.
111. Motch C., Zavlin V. E., Haberl F. The proper motion and energy distribution of the isolated neutron star RX J0720.4–3125 // *Astron. Astrophys.* 2003. — Sep. Vol. 408. P. 323–330.
112. Karpova A., Danilenko A., Shibanov Y. et al. Thermal Properties of the Middle-aged Pulsar J1741–2054 // *Astrophys. J.* 2014. — Jul. Vol. 789. P. 97.
113. Marelli M., De Luca A., Salvetti D. et al. PSR J0357+3205: The Tail of the Turtle // *Astrophys. J.* 2013. — Mar. Vol. 765. P. 36.
114. Kirichenko A., Danilenko A., Shibanov Y. et al. Deep optical observations of the γ -ray pulsar J0357+3205 // *Astron. Astrophys.* 2014. — Apr. Vol. 564. P. A81.
115. Weisskopf M. C., O'Dell S. L., Paerels F. et al. Chandra Phase-Resolved X-Ray Spectroscopy of the Crab Pulsar // *Astrophys. J.* 2004. — Feb. Vol. 601. P. 1050–1057.
116. Slane P., Helfand D. J., van der Swaluw E., Murray S. S. New Constraints on the Structure and Evolution of the Pulsar Wind Nebula 3C 58 // *Astrophys. J.* 2004. — Nov. Vol. 616. P. 403–413.
117. Shibanov Y. A., Lundqvist N., Lundqvist P. et al. Optical identification of the 3C 58 pulsar wind nebula // *Astron. Astrophys.* 2008. — Jul. Vol. 486. P. 273–282.
118. Heinke C. O., Jonker P. G., Wijnands R., Taam R. E. Constraints on Thermal X-Ray Radiation from SAX J1808.4-3658 and Implications for Neutron Star Neutrino Emission // *Astrophys. J.* 2007. — May. Vol. 660. P. 1424–1427.

119. Rutledge R. E., Bildsten L., Brown E. F. et al. Quiescent Thermal Emission from the Neutron Star in Aquila X-1 // *Astrophys. J.* 2001. — Oct. Vol. 559. P. 1054–1059.
120. Campana S., Stella L. The Evolution of the High-Energy Tail in the Quiescent Spectrum of the Soft X-Ray Transient Aquila X-1 // *Astrophys. J.* 2003. — Nov. Vol. 597. P. 474–478.
121. Tomsick J. A., Gelino D. M., Halpern J. P., Kaaret P. The Low Quiescent X-Ray Luminosity of the Neutron Star Transient XTE J2123-058 // *Astrophys. J.* 2004. — Aug. Vol. 610. P. 933–940.
122. Rutledge R. E., Bildsten L., Brown E. F. et al. The Thermal X-Ray Spectra of Centaurus X-4, Aquila X-1, and 4U 1608-522 in Quiescence // *Astrophys. J.* 1999. — Apr. Vol. 514. P. 945–951.
123. Cackett E. M., Wijnands R., Linares M. et al. Cooling of the quasi-persistent neutron star X-ray transients KS 1731-260 and MXB 1659-29 // *MNRAS.* 2006. — Oct. Vol. 372. P. 479–488.
124. Cackett E. M., Wijnands R., Heinke C. O. et al. X-Ray Variability during the Quiescent State of the Neutron Star X-Ray Transient in the Globular Cluster NGC 6440 // *Astrophys. J.* 2005. — Feb. Vol. 620. P. 922–928.
125. Jonker P. G., Galloway D. K., McClintock J. E. et al. Optical and X-ray observations of the neutron star soft X-ray transient XTE J1709-267 // *MNRAS.* 2004. — Nov. Vol. 354. P. 666–674.
126. Heinke C. O., Jonker P. G., Wijnands R. et al. Further Constraints on Thermal Quiescent X-Ray Emission from SAX J1808.4-3658 // *Astrophys. J.* 2009. — Feb. Vol. 691. P. 1035–1041.
127. Galloway D. K., Markwardt C. B., Morgan E. H. et al. Discovery of the Accretion-powered Millisecond X-Ray Pulsar IGR J00291+5934 // *Astrophys. J. Lett.* 2005. — Mar. Vol. 622. P. L45–L48.
128. Jonker P. G., Campana S., Steeghs D. et al. Chandra observations of the millisecond X-ray pulsar IGR J00291+5934 in quiescence // *MNRAS.* 2005. — Aug. Vol.

361. P. 511–516.
129. Torres M. A. P., Jonker P. G., Steeghs D. et al. Observations of the 599 Hz Accreting X-Ray Pulsar IGR J00291+5934 during the 2004 Outburst and in Quiescence // *Astrophys. J.* 2008. — Jan. Vol. 672. P. 1079–1090.
130. Rutledge R. E., Bildsten L., Brown E. F. et al. The Quiescent X-Ray Spectrum of the Neutron Star in Centaurus X-4 Observed with Chandra/ACIS-S // *Astrophys. J.* 2001. — Apr. Vol. 551. P. 921–928.
131. Jonker P. G., Bassa C. G., Wachter S. The quasi-persistent neutron star soft X-ray transient 1M 1716-315 in quiescence // *MNRAS.* 2007. — May. Vol. 377. P. 1295–1300.
132. Tomsick J. A., Gelino D. M., Kaaret P. Uncovering the Nature of the X-Ray Transient 4U 1730-22: Discovery of X-Ray Emission from a Neutron Star in Quiescence with Chandra // *Astrophys. J.* 2007. — Jul. Vol. 663. P. 461–467.
133. Chen W., Shrader C. R., Livio M. The Properties of X-Ray and Optical Light Curves of X-Ray Novae // *Astrophys. J.* 1997. — Dec. Vol. 491. P. 312–338.
134. Nowak M. A., Heinz S., Begelman M. C. Hiding in Plain Sight: Chandra Observations of the Quiescent Neutron Star 4U 2129+47 in Eclipse // *Astrophys. J.*, 2002. — Jul. Vol. 573. P. 778–788.
135. Pietsch W., Steinle H., Gottwald M., Graser U. Optical and X-ray observations of 4U2129 + 47/V1727 CYG in an extended quiescent state // *Astron. Astrophys.* 1986. — Mar. Vol. 157. P. 23–28.
136. Wenzel W. Active and Inactive States of the X-Ray Binary 4U 2129+47 = V1727 Cygni // *Inform. Bull. Variable Stars.* 1983. — Dec. Vol. 2452. P. 1.
137. Heinke C. O., Wijnands R., Cohn H. N. et al. Faint X-Ray Sources in the Globular Cluster Terzan 5 // *Astrophys. J.* 2006. — Nov. Vol. 651. P. 1098–1111.
138. Wijnands R., Heinke C. O., Pooley D. et al. The Hard Quiescent Spectrum of the Neutron Star X-Ray Transient EXO 1745-248 in the Globular Cluster Terzan 5 // *Astrophys. J.* 2005. — Jan. Vol. 618. P. 883–890.
139. Galloway D. K., Cumming A. Helium-rich Thermonuclear Bursts and the Dis-

- tance to the Accretion-powered Millisecond Pulsar SAX J1808.4-3658 // *Astrophys. J.* 2006. — Nov. Vol. 652. P. 559–568.
140. Campana S., Stella L., Gastaldello F. et al. An XMM-Newton Study of the 401 Hz Accreting Pulsar SAX J1808.4-3658 in Quiescence // *Astrophys. J. Lett.* 2002. — Aug. Vol. 575. P. L15–L19.
141. Markwardt C. B., Swank J. H., Strohmayer T. E. et al. Discovery of a Second Millisecond Accreting Pulsar: XTE J1751-305 // *Astrophys. J. Lett.* 2002. — Aug. Vol. 575. P. L21–L24.
142. Miller J. M., Wijnands R., Méndez M. et al. XMM-Newton Spectroscopy of the Accretion-driven Millisecond X-Ray Pulsar XTE J1751-305 in Outburst // *Astrophys. J. Lett.* 2003. — Feb. Vol. 583. P. L99–L102.
143. Wijnands R., Homan J., Heinke C. O. et al. Chandra Observations of the Accretion-driven Millisecond X-Ray Pulsars XTE J0929-314 and XTE J1751-305 in Quiescence // *Astrophys. J.* 2005. — Jan. Vol. 619. P. 492–502.
144. Krauss M. I., Wang Z., Dullighan A. et al. The X-Ray Position and Optical Counterpart of the Accretion-powered Millisecond Pulsar XTE J1814-338 // *Astrophys. J.* 2005. — Jul. Vol. 627. P. 910–914.
145. Wijnands R., Reynolds A. XTE J1814-338 is likely the EXOSAT slew source EXMS B1810-337 // *Astron. Telegram.* 2003. — Jun. Vol. 166. P. 1.
146. Tomsick J. A., Gelino D. M., Kaaret P. The Low Quiescent X-Ray Luminosity of the Transient X-Ray Burster EXO 1747-214 // *Astrophys. J.* 2005. — Dec. Vol. 635. P. 1233–1238.
147. Cackett E. M., Wijnands R., Heinke C. O. et al. A Chandra X-ray observation of the globular cluster Terzan 1 // *MNRAS.* 2006. — Jun. Vol. 369. P. 407–415.
148. Jonker P. G., Wijnands R., van der Klis M. The faint neutron star soft X-ray transient SAX J1810.8-2609 in quiescence // *MNRAS.* 2004. — Mar. Vol. 349. P. 94–98.
149. Jonker P. G., Bassa C. G., Nelemans G. et al. The neutron star soft X-ray transient 1H 1905+000 in quiescence* // *MNRAS.* 2006. — Jun. Vol. 368. P. 1803–1810.

150. Jonker P. G., Steeghs D., Chakrabarty D., Juett A. M. The Cold Neutron Star in the Soft X-Ray Transient 1H 1905+000 // *Astrophys. J. Lett.* 2007. — Aug. Vol. 665. P. L147–L150.
151. Cornelisse R., Wijnands R., Homan J. An XMM-Newton observation of the neutron star X-ray transient 2S 1803-245 in quiescence // *MNRAS*. 2007. — Oct. Vol. 380. P. 1637–1641.
152. Galloway D. K., Chakrabarty D., Morgan E. H., Remillard R. A. Discovery of a High-Latitude Accreting Millisecond Pulsar in an Ultracompact Binary // *Astrophys. J. Lett.* 2002. — Sep. Vol. 576. P. L137–L140.
153. Juett A. M., Galloway D. K., Chakrabarty D. X-Ray Spectroscopy of the Accreting Millisecond Pulsar XTE J0929-314 in Outburst // *Astrophys. J.* 2003. — Apr. Vol. 587. P. 754–760.
154. Campana S., Ferrari N., Stella L., Israel G. L. XMM-Newton observations of two transient millisecond X-ray pulsars in quiescence // *Astron. Astrophys.* 2005. — May. Vol. 434. P. L9–L12.
155. Galloway D. K. Accretion-powered Millisecond Pulsar Outbursts // *The Transient Milky Way: A Perspective for MIRAX* / Ed. by F. D’Amico, J. Braga, R. E. Rothschild. Vol. 840 of AIP Conf. Series. 2006. — Jun. P. 50–54.
156. Heinke C. O., Altamirano D., Cohn H. N. et al. Discovery of a Second Transient Low-Mass X-ray Binary in the Globular Cluster Ngc 6440 // *Astrophys. J.* 2010. — May. Vol. 714. P. 894–903.
157. Yakovlev D. G., Gnedin O. Y., Kaminker A. D., Potekhin A. Y. Theory of cooling neutron stars versus observations // *40 Years of Pulsars: Millisecond Pulsars, Magnetars and More* / Ed. by C. Bassa, Z. Wang, A. Cumming, V. M. Kaspi. Vol. 983 of American Institute of Physics Conference Series. 2008. — Feb. P. 379–387.
158. Page D., Lattimer J. M., Prakash M., Steiner A. W. Neutrino Emission from Cooper Pairs and Minimal Cooling of Neutron Stars // *Astrophys. J.* 2009. — Dec. Vol. 707. P. 1131–1140.

159. Akmal A., Pandharipande V. R., Ravenhall D. G. Equation of state of nucleon matter and neutron star structure // *Phys. Rev. C*. 1998. — Sep. Vol. 58. P. 1804–1828.
160. Demorest P. B., Pennucci T., Ransom S. M. et al. A two-solar-mass neutron star measured using Shapiro delay // *Nature*. 2010. — Oct. Vol. 467. P. 1081–1083.
161. Antoniadis J., Freire P. C. C., Wex N. et al. A Massive Pulsar in a Compact Relativistic Binary // *Science*. 2013. — Apr. Vol. 340. P. 448.
162. Lattimer J. M., Pethick C. J., Prakash M., Haensel P. Direct URCA process in neutron stars // *Phys. Rev. Lett.* 1991. — May. Vol. 66. P. 2701–2704.
163. Baiko D. A., Yakovlev D. G. Direct URCA process in strong magnetic fields and neutron star cooling // *Astron. Astrophys.* 1999. — Feb. Vol. 342. P. 192–200.
164. Schaab C., Voskresensky D., Sedrakian A. D. et al. Impact of medium effects on the cooling of non-superfluid and superfluid neutron stars. // *Astron. Astrophys.* 1997. — May. Vol. 321. P. 591–604.
165. Blaschke D., Grigorian H., Voskresensky D. N. Cooling of neutron stars. Hadronic model // *Astron. Astrophys.* 2004. — Sep. Vol. 424. P. 979–992.
166. Haensel P., Zdunik J. L. Nuclear composition and heating in accreting neutron-star crusts // *Astron. Astrophys.* 2003. — Jun. Vol. 404. P. L33–L36.
167. Gusakov M. E., Kaminker A. D., Yakovlev D. G., Gnedin O. Y. The cooling of Akmal-Pandharipande-Ravenhall neutron star models // *MNRAS*. 2005. — Oct. Vol. 363. P. 555–562.
168. Lombardo U., Schulze H.-J. Superfluidity in Neutron Star Matter // *Physics of Neutron Star Interiors* / Ed. by D. Blaschke, N. K. Glendenning, A. Sedrakian. Vol. 578 of Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag. 2001. P. 30.
169. Klähn T., Blaschke D., Typel S. et al. Constraints on the high-density nuclear equation of state from the phenomenology of compact stars and heavy-ion collisions // *Phys. Rev. C*. 2006. — Sep. Vol. 74, no. 3. P. 035802.
170. Posselt B., Popov S. B., Haberl F. et al. The needle in the haystack: where to look for more isolated cooling neutron stars // *Astron. Astrophys.* 2008. — May.

- Vol. 482. P. 617–629.
171. Kiziltan B., Kottas A., De Yoreo M., Thorsett S. E. The Neutron Star Mass Distribution // *Astrophys. J.* 2013. — Nov. Vol. 778. P. 66.
 172. Ozel F., Freire P. Masses, Radii, and Equation of State of Neutron Stars // *ArXiv e-prints.* 2016. — Mar. arXiv:astro-ph.HE/1603.02698.
 173. Heinke C. O., Ho W. C. G. Direct Observation of the Cooling of the Cassiopeia A Neutron Star // *Astrophys. J. Lett.* 2010. — Aug. Vol. 719. P. L167–L171.
 174. Page D., Prakash M., Lattimer J. M., Steiner A. W. Rapid Cooling of the Neutron Star in Cassiopeia A Triggered by Neutron Superfluidity in Dense Matter // *Phys. Rev. Lett.* 2011. — Feb. Vol. 106, no. 8. P. 081101.
 175. Shternin P. S., Yakovlev D. G., Heinke C. O. et al. Cooling neutron star in the Cassiopeia A supernova remnant: evidence for superfluidity in the core // *MNRAS.* 2011. — Mar. Vol. 412. P. L108–L112.
 176. Posselt B., Pavlov G. G., Suleimanov V., Kargaltsev O. New Constraints on the Cooling of the Central Compact Object in Cas A // *Astrophys. J.* 2013. — Dec. Vol. 779. P. 186.
 177. Elshamouty K. G., Heinke C. O., Sivakoff G. R. et al. Measuring the Cooling of the Neutron Star in Cassiopeia A with all Chandra X-Ray Observatory Detectors // *Astrophys. J.* 2013. — Nov. Vol. 777. P. 22.
 178. Gelman A., Carlin J. B., Stern H. S. et al. *Bayesian Data Analysis.* CRC Press, New York, 2013.
 179. Popov S., Grigorian H., Turolla R., Blaschke D. Population synthesis as a probe of neutron star thermal evolution // *Astron. Astrophys.* 2006. — Mar. Vol. 448. P. 327–334.
 180. Beznogov M. V., Yakovlev D. G. Statistical theory of thermal evolution of neutron stars // *MNRAS.* 2015. — Feb. Vol. 447. P. 1598–1609.
 181. Beznogov M. V., Yakovlev D. G. Statistical theory of thermal evolution of neutron stars - II. Limitations on direct Urca threshold // *MNRAS.* 2015. — Sep. Vol. 452. P. 540–548.

182. Beznogov M. V., Yakovlev D. G. Statistical approach to thermal evolution of neutron stars // J. Phys.: Conf. Ser. 2015. — Dec. Vol. 661, no. 1. P. 012002.

Приложение А

Аналитические аппроксимации кулоновского логарифма

Для аппроксимации эффективного кулоновского логарифма Λ_{eff} , определяющего коэффициент диффузии D_{12}^* [выражение (2.36), раздел 2.3], использовалось выражение

$$\Lambda_{\text{eff}}(\Gamma_0, x_1) = \ln \left(1 + \frac{p_1 x_1^2 + p_2 x_2^2 + p_3}{\Gamma_0^{p_4 x_1 + p_5}} \right), \quad (\text{A.1})$$

содержащее пять параметров p_1, \dots, p_5 . Эти параметры представлены в табл. А.1 наряду со среднеквадратичным относительным отклонением δ_{rms} и наибольшей относительной ошибкой δ_{max} .

Для каждой смеси все параметры вычислялись в процессе двумерной аппроксимации; все точки (Γ_0, x_1) аппроксимировались одновременно. Целевая функция для минимизации – относительное среднеквадратичное отклонение. Диапазон данных по оси x_1 : $x_1 = 0.01, 0.1, 0.2, 0.3, \dots, 0.9, 0.99$; диапазон данных по оси Γ_0 различен для каждой двухкомпонентной смеси и приведён в табл. А.2, при этом для каждой смеси точки сетки разделены на три диапазона значений Γ_0 , обозначенные в табл. А.2 как I, II, и III. Эти диапазоны значений отвечают слабой, промежуточной и сильной кулоновской неидеальности ионов (заметим, что фактическая степень кулоновской неидеальности определяется величиной $\bar{\Gamma}$, а не Γ_0). В диапазоне I точки расположены равномерно (каждая следующая точка больше предыдущей на величину Δ^+), тогда как в диапазонах II и III использована логарифмическая шкала (каждая следующая точка в Δ^{\times} раз больше предыдущей).

Таблица А.1. Параметры аппроксимации (А.1), среднеквадратичное относительное отклонение δ_{rms} и наибольшая относительная ошибка δ_{max} . В последней колонке указана точка, в которой достигается наибольшая ошибка.

Смесь	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	δ_{rms}	δ_{max}	$(x_1, \Gamma_0)_{\text{max}}$
$^1\text{H} - ^4\text{He}$	7.43×10^{-2}	-1.13×10^{-2}	1.72×10^{-1}	8.57×10^{-2}	1.45	0.031	0.10	(0.7, 0.4)
$^1\text{H} - ^{12}\text{C}$	3.80×10^{-2}	6.57×10^{-3}	2.52×10^{-2}	1.39×10^{-1}	1.34	0.056	0.18	(0.99, 0.729)
$^4\text{He} - ^{12}\text{C}$	7.01×10^{-3}	9.08×10^{-4}	1.09×10^{-2}	1.17×10^{-1}	1.41	0.040	0.13	(0.9, 5.785)
$^{12}\text{C} - ^{16}\text{O}$	9.95×10^{-5}	-6.35×10^{-6}	1.61×10^{-3}	3.96×10^{-2}	1.48	0.026	0.10	(0.9, 0.015)
$^{16}\text{O} - ^{79}\text{Se}$	7.22×10^{-5}	5.00×10^{-5}	1.14×10^{-4}	1.33×10^{-1}	1.38	0.041	0.16	(0.9, 0.187)

Таблица А.2. Точки сетки по оси Γ_0 , использованные при вычислении и аппроксимации Λ_{eff} . Для каждой двухкомпонентной смеси точки сетки сгруппированы в три диапазона, обозначенные I, II и III; Δ^+ и Δ^\times определяют расстояние между двумя соседними точками в каждом из диапазонов (детали см. в тексте). Нижняя граница каждого диапазона дана точно, верхняя – округлена вверх.

Смесь	Γ_0 диапазон I	Γ_0 диапазон II	Γ_0 диапазон III
$^1\text{H} - ^4\text{He}$	$[10^{-4}, 0.05], \Delta^+ = 0.002$	$[0.4, 1.6], \Delta^\times = 1.25$	$[1.7, 52], \Delta^\times = 1.3$
$^1\text{H} - ^{12}\text{C}$	$[10^{-4}, 0.01], \Delta^+ = 0.001$	$[0.15, 0.4], \Delta^\times = 1.2$	$[0.4, 6], \Delta^\times = 1.35$
$^4\text{He} - ^{12}\text{C}$	$[10^{-4}, 0.005], \Delta^+ = 3.5 \times 10^{-4}$	$[0.06, 0.2], \Delta^\times = 1.25$	$[0.2, 5.8], \Delta^\times = 1.4$
$^{12}\text{C} - ^{16}\text{O}$	$[10^{-4}, 0.003], \Delta^+ = 10^{-4}$	$[0.015, 0.05], \Delta^\times = 1.35$	$[0.055, 3.2], \Delta^\times = 1.4$
$^{16}\text{O} - ^{79}\text{Se}$	$[10^{-5}, 2.5 \times 10^{-4}], \Delta^+ = 10^{-5}$	$[0.003, 0.01], \Delta^\times = 1.22$	$[0.01, 0.2], \Delta^\times = 1.34$

Приложение Б

Аналитические аппроксимации соотношений $T_b - T_s$

Для удобства использования при моделировании тепловой эволюции нейтронных звёзд, все рассчитанные зависимости $T_b(T_s, \rho^*)$ [глава 3] были аппроксимированы аналитическими выражениями. Общий вид аппроксимаций:

$$T_b(Y, \rho^*) = 10^7 \text{ К} \times \left(f_4(Y) + (f_1(Y) - f_4(Y)) \left[1 + \left(\frac{\rho^*}{f_2(Y)} \right)^{f_3(Y)} \right]^{f_5(Y)} \right), \quad (\text{Б.1})$$

где функции f_1, \dots, f_5 различны для каждой смеси, а $Y = (T_s/1 \text{ МК}) \times (g_{s0}/g_s)^{1/4}$. Последнее соотношение позволяет перемасштабировать значения T_b для произвольных значений g_s (см., например, статью [66]), делая аппроксимации пригодными для любого g_s ; $g_{s0} = 2.4271 \times 10^{14} \text{ см/с}^2$; Y имеет смысл поверхностной температуры, выраженной в МК, для звезды с $g_s = g_{s0}$.

Для оболочек из смеси Н–Не:

$$\begin{aligned} f_1(Y) &= p_1 Y^{p_2} \sqrt{1 + p_3 Y^{p_4}}, & f_4(Y) &= p_5 Y^{p_6} \sqrt{1 + p_7 Y^{p_8}}, \\ f_2(Y) &= \frac{p_9 Y^{p_{10}}}{(1 - p_{11} Y + p_{12} Y^2)^2}, & f_3(Y) &= p_{13} Y^{-p_{14}}, & f_5(Y) &= -0.3. \end{aligned} \quad (\text{Б.2})$$

Параметры аппроксимации и ее погрешность приведены в табл. Б.1 и Б.4.

Для оболочек из смеси Не – С:

$$\begin{aligned} f_1(Y) &= p_1 Y^{p_2 \lg Y + p_3}, & f_4(Y) &= p_4 Y^{p_5 \lg Y + p_6}, \\ f_2(Y) &= p_7 Y^{p_8 (\lg Y)^2 + p_9}, & f_3(Y) &= p_{10} \sqrt{\frac{Y}{Y^2 + p_{11}^2}}, & f_5(Y) &= -0.2. \end{aligned} \quad (\text{Б.3})$$

Параметры аппроксимации приведены в табл. Б.2, погрешность – в табл. Б.4.

Для оболочек из смеси С – Fe:

$$\begin{aligned} f_1(Y) &= p_1 Y^{-p_2} (p_3 Y^2 + p_4 Y^4 - 1), & f_4(Y) &= p_5 Y^{p_6} (1 + p_7 Y^2 - p_8 Y^4), \\ f_2(Y) &= p_9 Y^{p_{11} - p_{10} (\lg Y)^2}, \end{aligned}$$

$$f_3(Y) = p_{12} \sqrt{\frac{1}{Y^2 + p_{13}^2}} (1 - p_{14} Y^2), \quad f_5(Y) = -0.4. \quad (\text{Б.4})$$

Параметры аппроксимации приведены в табл. Б.3, погрешность – в табл. Б.4.

Для каждой смеси все параметры вычислялись в процессе двумерной аппроксимации; все точки (Y, ρ^*) аппроксимировались одновременно. Целевая функция для минимизации – относительное среднеквадратичное отклонение. Диапазон данных: для всех смесей параметр Y варьировался от 0.32 до ≈ 2.865 с равномерным шагом в логарифмическом масштабе, всего 24 точки. Диапазон точек по оси ρ^* различается от смеси к смеси. Для оболочек из смеси Н – Не параметр ρ^* варьировался от ≈ 19.42 г/см³ до $\approx 3.737 \times 10^6$ г/см³ с неравномерным шагом; всего 41 точка. Неравномерность сетки неизбежна; внутренняя сетка равномерна в логарифмическом масштабе по обеим осям Y и ρ_{int} , но при расчёте $\rho_{\text{int}} \rightarrow \Delta M \rightarrow \rho^*$ сетка по ρ^* становится неравномерной и зависящей от Y . Для оболочек из смеси Не – С параметр ρ^* варьировался от ≈ 280.5 г/см³ до 10^8 г/см³ (максимальный размах). Поскольку гелий не может существовать при $\rho > 10^9$ г/см³, все точки с $\rho^* > 10^8$ г/см³ были исключены. Поэтому для разных значений Y получается разное число точек по ρ^* . Для оболочек из смеси С – Fe величина ρ^* изменялась от ≈ 1459 г/см³ до $\approx 10^9$ г/см³; всего 40 точек по оси ρ^* .

Важно заметить, что для всех смесей полученные данные образуют непрямоугольную область на плоскости (Y, ρ^*) . Эта область имеет форму четырёхугольника с двумя параллельными сторонами (соответствующими оси Y). Упомянутые диапазоны ρ^* – это границы области (т.е. для каждого конкретного значения Y диапазон меньше и зависит от Y). Это, однако, не ограничивает применимость аппроксимаций. Ввиду их формы (Б.1), которая описывает плавный переход температуры от f_1 к f_4 , их можно безопасно экстраполировать по оси ρ^* за пределы исходной области. Экстраполировать по оси Y следует с осторожностью.

Таблица Б.1. Параметры аппроксимации для смеси Н – Не

$\lg \rho_b$	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}	p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{14}
8.0	3.150	1.546	0.3225	1.132	1.621	1.083	7.734	1.894	2.335×10^5	7.071	5.202	10.01	2.007	0.4703

Таблица Б.2. Параметры аппроксимации для смеси Не – С

$\lg \rho_b$	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}	p_{11}
8.0	5.161	0.03319	1.654	3.614	0.02933	1.652	1.061×10^5	1.646	3.707	4.011	1.153
9.0	5.296	0.07402	1.691	3.774	0.08210	1.712	1.057×10^5	1.915	3.679	3.878	1.110
10.0	5.386	0.1027	1.719	3.872	0.1344	1.759	1.056×10^5	1.881	3.680	3.857	1.102

Таблица Б.3. Параметры аппроксимации для смеси С – Fe

$\lg \rho_b$	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}	p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{14}
8.0	0.2420	0.4844	38.35	0.8680	5.184	1.651	-0.04390	0.001929	3.462×10^4	2.728	4.120	2.161	2.065	0.008442
9.0	0.1929	0.4239	48.72	1.423	5.218	1.652	0.001037	0.004236	3.605×10^4	2.119	4.014	1.943	1.788	0.01758
10.0	0.1686	0.3967	55.94	1.992	5.208	1.651	0.03235	0.005417	3.652×10^4	1.691	3.930	2.021	1.848	0.02567

Таблица Б.4. Погрешность аппроксимаций для смесей Н – Не, Не – С и С – Fe; δ_{rms} – относительное среднеквадратичное отклонение, δ_{max} – наибольшая относительная ошибка. В последней колонке указана точка, в которой достигается наибольшая ошибка.

Смесь	$\lg \rho_b$	δ_{rms}	δ_{max}	$(Y; \rho^*/[\text{г/см}^3])$
Н – Не	8.0	0.0031	0.015	$(2.865, 3.345 \times 10^5)$
Не – С	8.0	0.0036	0.011	$(0.32, 1.245 \times 10^3)$
Не – С	9.0	0.0036	0.011	$(0.32, 1.657 \times 10^3)$
Не – С	10.0	0.0035	0.010	$(0.32, 1.245 \times 10^3)$
С – Fe	8.0	0.0051	0.017	$(2.865, 1.528 \times 10^4)$
С – Fe	9.0	0.0048	0.015	$(0.4259, 1.772 \times 10^3)$
С – Fe	10.0	0.0047	0.014	$(0.3872, 1.637 \times 10^3)$